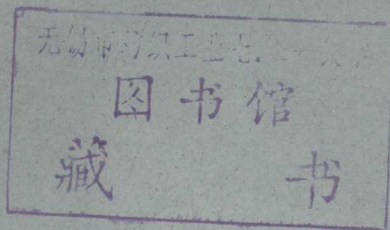


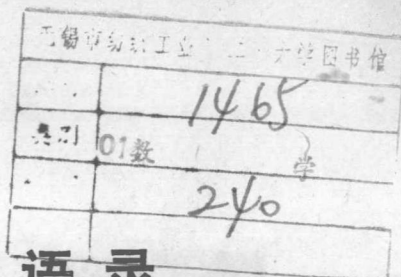
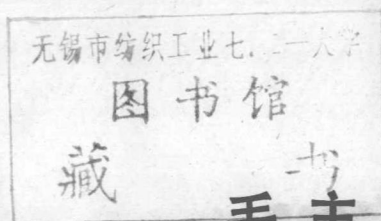
# 初等数学

(上册)



上海纺织工学院 数学教研组  
苏州丝绸工学院

一九七五年四月



# 毛主席语录

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。

教材要彻底改革，有的首先删繁就简。

事物矛盾的法则，即对立统一的法则，是自然和社会的根本法则，因而也是思维的根本法则。



## 出版说明

这本教材，是上海纺织工学院和苏州丝绸工学院数学教研组在“上纺”七四年编写的《初等数学》教材的基础上改编的，供纺织类型学院各专业的学员复习初等数学时使用。全书共分八章，包括代数、几何、三角和平面解析几何四部分内容，分别介绍了代数式、代数方程、指数和对数，三角形、直线和圆，三角函数、三角形的解法，以及曲线与方程、椭圆、抛物线、极坐标和参数方程等方面的知识。各章都配有习题和复习题。

本书中有些部分注有\*号，可供删节。由于考虑到各专业便于选用起见，我们没有选编专业典型课题，各专业在使用时，可以结合实际情况，选编联系实际的课题进行教学，以便更好地做到理论与实际相结合。

我们在改编中，虽然主观上力求在贯彻辩证唯物主义思想、理论联系实际，少而精和便于自学等方面作些努力，但限于水平，因此在教材中一定还存在不少问题，望广大读者提出批评和指正。

上海纺织工学院  
苏州丝绸工学院 数学教研组《初等数学》

编写组

一九七五年四月

# 目 录

## 第一章 代数式及其运算

### 第一节 代数式

|           |       |
|-----------|-------|
| 一、用字母代替数字 | ( 1 ) |
| 二、代数式     | ( 3 ) |
| 三、代数式的值   | ( 5 ) |
| 习题 1—1    | ( 6 ) |

### 第二节 正整数指数幂

|             |        |
|-------------|--------|
| 一、正整数指数幂的概念 | ( 8 )  |
| 二、幂的运算规则    | ( 9 )  |
| 习题 1—2      | ( 12 ) |

### 第三节 整式及其运算

|          |        |
|----------|--------|
| 一、整式     | ( 14 ) |
| 习题 1—3   | ( 15 ) |
| 二、整式的加减法 | ( 16 ) |
| 习题 1—4   | ( 17 ) |
| 习题 1—5   | ( 20 ) |
| 习题 1—6   | ( 21 ) |
| 三、整式的乘法  | ( 21 ) |
| 习题 1—7   | ( 24 ) |
| 习题 1—8   | ( 28 ) |

### 第四节 因式分解

|          |        |
|----------|--------|
| 一、提取公因式法 | ( 29 ) |
|----------|--------|

|                           |        |
|---------------------------|--------|
| 习题 1—9 .....              | ( 31 ) |
| 习题 1—10 .....             | ( 32 ) |
| 二、利用乘法公式 .....            | ( 33 ) |
| 习题 1—11 .....             | ( 35 ) |
| 三、叉乘法 .....               | ( 36 ) |
| 习题 1—12 .....             | ( 38 ) |
| 第五节 分式及其运算 .....          |        |
| ( 1 ) 一、分式的概念及其基本性质 ..... | ( 39 ) |
| ( 2 ) 二、分式的乘除法 .....      | ( 41 ) |
| ( 3 ) 三、分式的加减法 .....      | ( 43 ) |
| ( 4 ) 习题 1—13 .....       | ( 46 ) |
| 第六节 根式 .....              |        |
| ( 5 ) 一、平方根及平方根式的概念 ..... | ( 48 ) |
| ( 6 ) 二、勾股定理 .....        | ( 49 ) |
| ( 7 ) 三、平方根式的性质 .....     | ( 49 ) |
| 四、平方根式的运算 .....           | ( 53 ) |
| ( 11 ) 五、 $n$ 次方根 .....   | ( 57 ) |
| ( 12 ) 习题 1—14 .....      | ( 57 ) |
| 第七节 比及比例 .....            |        |
| ( 13 ) 一、比 .....          | ( 60 ) |
| ( 14 ) 二、比例 .....         | ( 61 ) |
| ( 15 ) 三、比例的应用 .....      | ( 63 ) |
| ( 16 ) 习题 1—15 .....      | ( 64 ) |
| ( 17 ) 习题 1—16 .....      | ( 68 ) |
| ( 18 ) 习题 1—17 .....      | ( 72 ) |
| 小结 .....                  | ( 74 ) |
| ( 19 ) 复习题 .....          | ( 78 ) |

## 第二章 代数方程、一元一次不等式

### 第一节 代数方程的有关概念及等式变形

|             |      |
|-------------|------|
| 一、代数方程的有关概念 | (84) |
| 二、等式变形      | (86) |
| 习题 2-1      | (88) |

### 第二节 一元一次方程及一元二次方程

|              |       |
|--------------|-------|
| 一、一元一次方程     | (89)  |
| 二、一元一次方程应用举例 | (90)  |
| 习题 2-2       | (93)  |
| 三、一元二次方程     | (95)  |
| 四、一元二次方程应用举例 | (106) |
| 习题 2-3       | (11)  |

### 第三节 方程组

|                |       |
|----------------|-------|
| 一、二元一次方程组的有关概念 | (115) |
| 二、二元一次方程组的解法   | (117) |
| 三、二元一次方程组的应用   | (122) |
| 四、三元一次方程组      | (125) |
| 习题 2-4         | (128) |

### 第四节 一元一次不等式

|             |       |
|-------------|-------|
| 一、不等式概念     | (131) |
| 二、不等式的性质    | (132) |
| 三、一元一次不等式解法 | (135) |
| 习题 2-5      | (137) |
| 四、含有绝对值的不等式 | (138) |
| 习题 2-6      | (142) |
| 小结          | (142) |
| 复习题         | (147) |

### 第三章 指数和对数

#### 第一节 指数概念的扩充

|             |       |
|-------------|-------|
| 一、正整数指数     | (150) |
| 二、零指数与负整数指数 | (150) |
| 习题 3—1      | (155) |
| 三、分数指数      | (157) |
| 习题 3—2      | (161) |
| 四、无理数指数     | (163) |

#### 第二节 对数

|               |       |
|---------------|-------|
| 一、对数的概念       | (164) |
| 二、对数的性质及其运算规则 | (167) |
| 习题 3—3        | (170) |

#### 第三节 常用对数

|              |       |
|--------------|-------|
| 一、对数的首数和尾数   | (174) |
| 二、常用对数表      | (177) |
| 三、反对数表       | (181) |
| 习题 3—4       | (183) |
| 四、利用常用对数进行计算 | (184) |
| 习题 3—5       | (187) |

#### 第四节 对数的换底公式

|           |       |
|-----------|-------|
| 一、换底公式    | (189) |
| 二、自然对数    | (191) |
| 三、对数的应用举例 | (192) |
| 习题 3—6    | (193) |
| 小结        | (195) |
| 复习题       | (198) |

### 第四章 三角形

## 第一节 角和直线

|         |       |
|---------|-------|
| 一、线段和直线 | (202) |
| 二、角     | (203) |
| 三、角的度量  | (204) |
| 四、垂线    | (207) |
| 五、平行线   | (209) |
| 习题 4—1  | (211) |

## 第二节 三角形

|               |       |
|---------------|-------|
| 一、三角形分类       | (211) |
| 二、三角形的三内角之和   | (212) |
| 三、全等三角形及其判定法则 | (213) |

## 第三节 直角三角形和等腰三角形

|              |       |
|--------------|-------|
| 一、直角三角形      | (217) |
| 二、等腰三角形      | (220) |
| 三、两种特殊的直角三角形 | (223) |
| 习题 4—2       | (225) |

## 第四节 平行四边形

|              |       |
|--------------|-------|
| 一、平行四边形的性质   | (229) |
| 二、平行四边形的判定法则 | (231) |
| 习题 4—3       | (231) |

## 第五节 相似三角形

|                |       |
|----------------|-------|
| 一、相似形和相似多边形的性质 | (232) |
| 二、相似三角形的判定及其应用 | (234) |
| 习题 4—4         | (238) |
| 小结             | (240) |
| 复习题            | (242) |

# 第五章 圆

## 第一节 圆内的弦和角

|       |           |       |
|-------|-----------|-------|
| (509) | 一、弧及弦     | (245) |
| (503) | 二、找圆心     | (247) |
| (504) | 三、圆心角及圆周角 | (248) |
| (505) | 习题 5—1    | (253) |

## 第二节 圆与直线相切 圆与圆相切

|       |          |       |
|-------|----------|-------|
| (515) | 一、圆与直线相切 | (255) |
|       | 二、两圆的公切线 | (257) |
| (511) | 三、圆与圆相切  | (257) |
| (512) | 习题 5—2   | (260) |

## 第三节 弧度制

|       |           |       |
|-------|-----------|-------|
|       | 一、圆周长和圆弧长 | (262) |
| (518) | 二、弧度制     | (264) |
| (522) | 习题 5—3    | (265) |
| (523) | 小结        | (266) |
| (525) | 复习题       | (268) |

### 附表 I

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| (529) | 附表 II | (271) |
|-------|-------|-------|

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| (531) |  | (272) |
|-------|--|-------|

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| (532) |  | (273) |
|-------|--|-------|

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| (533) |  | (274) |
|-------|--|-------|

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| (534) |  | (275) |
|-------|--|-------|

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| (535) |  | (276) |
|-------|--|-------|

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| (536) |  | (277) |
|-------|--|-------|

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| (537) |  | (278) |
|-------|--|-------|

|       |  |       |
|-------|--|-------|
| (538) |  | (279) |
|-------|--|-------|

# 第一章 代数式及其运算

## 第一节 代数式

在算术里，我们主要研究正数的性质及其运算。但是，只有算术知识，我们要去解决生产斗争和科学实验中所遇到的大量问题，是远远不够的。随着生产发展的需要，一方面，人们对于数的认识要加以扩充，从正数扩充到负数，从有理数扩充到无理数，完成了实数体系（注）；另一方面，在数的运算方面我们也作相应的扩充。正如列宁所指出：“……一切科学的（正确的、郑重的、非瞎说的）抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”

### 一、用字母代替数字

1. 为了能够表达数字运算的基本规律，就需要利用字母代替数字。例如，我们要表示“两个数相加，交换加数的位置，它们的和不变”这个运算规律，就可以用字母  $a$  表示一个加数，用字母  $b$  表示另一个加数，写成  $a + b = b + a$ 。当  $a$ 、 $b$  等于具体数字时，例如：

当  $a = 2$ ， $b = 3$  时，就有  $2 + 3 = 3 + 2$ ；

（注）整数与分数统称有理数。有理数除去整数外，可以化为有限小数（如  $\frac{1}{4} = 0.25$ ）或循环小数（如  $\frac{1}{3} = 0.3$ ）。而不循环的无限小数称为无理数（如  $\sqrt{2} = 1.414\cdots$  是不循环的无限小数，所以  $\sqrt{2}$  是无理数）。有理数和无理数合称实数。

当  $a = 5$ ,  $b = 7$  时, 就有  $5 + 7 = 7 + 5$ , 等等。

劳动人民经过长期的生产实践和科学实验, 总结出数字运算的基本规律与用字母代替数字后的这些运算规律, 现列成对照表如下:

| 名 称                  | 数 字 的 运 算 规 律                                                                                                    | 字 母 的 运 算 规 律                                                    |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 交 换 律                | $2 + 3 = 3 + 2$<br>$2 \times 3 = 3 \times 2$                                                                     | $a + b = b + a$<br>$ab = ba$                                     |
| 结 合 律                | $2 + 3 + 4 = (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$<br>$2 \times 3 \times 4 = (2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$ | $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$<br>$abc = (ab)c = a(bc)$ |
| 乘法对加法的分配律<br>(简称分配律) | $2 \times (4 + 3) = 2 \times 4 + 2 \times 3$                                                                     | $a(b + c) = ab + ac$                                             |

这些运算的基本规律, 今后在代数运算中经常要用到。

2. 此外, 在研究某些实际问题时, 所遇到的数量之间的关系, 如果利用字母代替数字, 就可以得出反映事物共性的一般规律, 从而得到计算公式。例如, 我们知道:

矩形面积 = 长  $\times$  宽

如果我们用字母  $a$  表示矩形的长,  $b$  表示矩形的宽,  $s$  表示矩形的面积(图 1—1), 则计算矩形面积的一般规律就可以用下面的公式来表示:

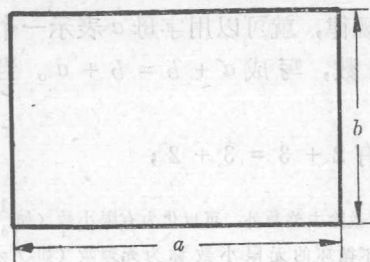


图 1—1

$$S = a \times b$$

上式中, 乘号“ $\times$ ”可用“ $\cdot$ ”表示, 有时甚至可把“ $\cdot$ ”也省略不写, 这样, 上式可写成:

$$S = a \cdot b, \text{ 或 } S = ab$$

但要特别注意, 当数与数相乘时, 中间的乘号不能省略。

根据这个公式就可以计算：

当矩形的长 = 13 厘米，宽 = 10 厘米时，

就有矩形面积 =  $13 \times 10 = 130$  (平方厘米)；

当长 = 3 厘米，宽 = 2 厘米时，

矩形面积 =  $3 \times 2 = 6$  (平方厘米)，等等。

再举一个例子，如果三角形三边的长分别为  $a, b, c$  厘米，那末，三角形 (如图 1—2) 的周长  $p$  的计算公式就是：

$$p = a + b + c \text{ (厘米)}$$

综上所述，用字母代替数字，列出式子，就能简明地表达出某些问题的一般规律。

简单地说，所谓代数，就是用字母代替数字，并且相应地用字母的运算代替数字的运算。本书的前三章是属于代数方面的内容。

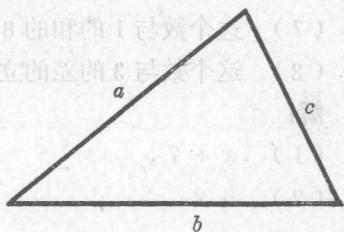


图 1—2

## 二、代 数 式

在上面列举的例子中所出现的式子，如： $ab$ ， $a + b + c$  等，都是用运算符号联结起来的式子，还可以举出一些式子，

例如： $2x^2 + \frac{1}{5}x - 4$ ， $\frac{2a-3}{b^2+1}$ ， $\frac{x+y+z}{2}$ ，等等，这种用

运算符号把字母、数字联结起来的式子称为代数式。单独一个字母或一个数也可以称为代数式，不过，这是特殊情形而已。

下面举两个例子，分别说明把数学语言“翻译”成代数式，以及把代数式“翻译”成数学语言。我们学习代数，就要逐步培养这方面的能力。

〔例1〕 设字母  $x$  表示一个数，试用代数式表示：

(1) 这个数与 7 的和，

(2) 这个数的 5 倍，

(3) 25 被这个数除，

(4) 这个数被 25 除，

(5) 这个数的一半，

(6) 这个数的平方的  $\frac{1}{4}$ ，

(7) 这个数与 1 的积的 8 倍，

(8) 这个数与 3 的差的立方。

解：

(1)  $x + 7$ ，

(2)  $5x$ ，

(3)  $25 \div x$  (或  $\frac{25}{x}$ )，

(4)  $x \div 25$  (或  $\frac{x}{25}$ )，

(5)  $\frac{x}{2}$  (或  $\frac{1}{2}x$ )，

(6)  $\frac{1}{4}x^2$ ，

(7)  $8(x + 1)$ ，

(8)  $(x - 3)^3$ 。

〔例2〕 用语言叙述下列各代数式：

(1)  $x + y$ ，

(2)  $x - y + z$ ，

(3)  $(a + b)^2$ ，

(4)  $\frac{1}{x}$ ,

(5)  $\frac{a+b}{2}$ 。

解:

(1) 两数  $x$  与  $y$  的和,

(2) 两数  $x$  与  $y$  的差与第三个数  $z$  的和,

(3) 两数  $a$  与  $b$  的和平方的平方,

(4) 数  $x$  的倒数,

(5) 两数  $a$  与  $b$  的算术平均值(即两数的和的一半)。

### 三、代数式的值

上面已经讲过, 计算矩形面积的公式为:

$$S = a b$$

如果一个矩形的长为 25cm, 宽为 16cm, 要计算它的面积, 只要把公式右端的代数式中的  $a$  与  $b$  分别以 25 与 16 代入, 经计算后即得矩形的面积:

$$s = 25 \times 16 = 400 \text{ (cm}^2\text{)}$$

一般地说, 在代数式中, 将字母所代表的具体数值代进去, 计算的结果, 叫做这个代数式的值。

〔例 1〕 当  $x$  取下列数值时, 求代数式

$$2x^2 - 3x + 2 \text{ 的值:}$$

(1)  $x = 4$ , (2)  $x = -7$ 。

解:

(1) 以 4 代替代数式中的  $x$ , 得代数式的值为:

$$2 \times 4^2 - 3 \times 4 + 2 = 22$$

(2) 当  $x = -7$  时, 可得代数式的值为:

$$2 \times (-7)^2 - 3 \times (-7) + 2 = 121$$

〔例 2〕 已知 T 字形钢材的横截面 (图 1—3) 的尺寸如图所示, 写出计算该钢材的截面积的公式; 并求出当  $a = 25\text{cm}$ ,  $b = 30\text{cm}$ ,  $d = 5\text{cm}$  时, 钢材的截面积。

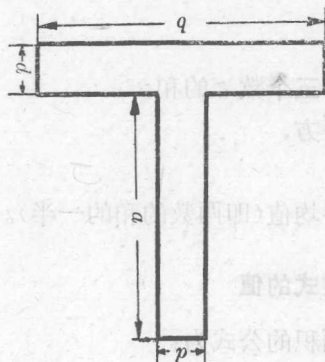


图 1—3

解:

该钢材的横截面可看成由两个矩形组成的, 故截面积  $S$  的计算公式可表示为:

$$S = ad + bd$$

$$\text{或 } S = (a + b)d$$

当  $a = 25\text{cm}$ ,  $b = 30\text{cm}$ ,

$d = 5\text{cm}$  时,

截面积为:

$$S = 55 \times 5 = 275 (\text{cm}^2)$$

## 习 题 1—1

1. 用代数式表示:

(1) 两数  $a$  与  $b$  的和的 3 倍,

(2) 数  $x$  的  $a$  倍,

(3) 两数  $x$  与  $y$  的和与差的积,

(4) 两数  $a$  与  $b$  的和平方的 3 倍,

(5) 两数  $a$  与  $b$  的立方差,

(6) 两数  $a$  与  $b$  的差的立方,

(7) 两数  $a$  与  $b$  的平方差的一半,

(8) 两数  $a$  与  $b$  的平方和的倒数,

(9) 两数  $a$  与  $b$  的和平方的倒数,

(10) 两数  $a$  与  $b$  的差的倒数的平方。

2. 当  $x = 0$  时, 及  $x = -2$  时, 分别求出下列各代数式的值:

(1)  $3x(x^3 - 2x^2 + 4x - 8)$ ,

(2)  $x^5 - 7x^2 - 2x + 1$ 。

3. 当  $y = \frac{1}{4}$  时, 求  $10y - [3y + (7y - 10) + 8]$  的值。

4. 当  $a = 5\frac{1}{2}$ ,  $b = 1$  时,

求  $2a - (3b - 2a) + (4b - 3a)$  的值。

5. 当  $x = 10$  时, 求下列各代数式的值:

(1)  $4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ ,

(2)  $2x^4 - x^2 - 5$ 。

6. 当  $a = 3$ ,  $b = -1$  时, 求下列各式的值:

(1)  $a^2 + b^2$ , (2)  $(a + b)^2$ ,

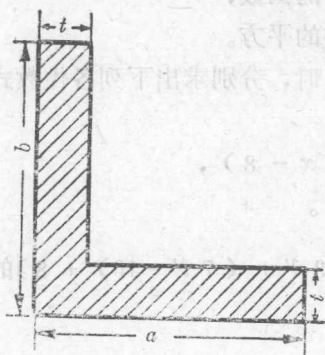
(3)  $a^2 - b^2$ , (4)  $(a - b)^2$ ,

(5)  $a^3 + b^3$ , (6)  $(a + b)^3$ ,

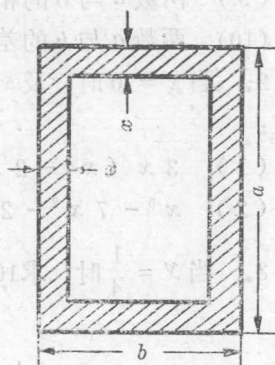
(7)  $a^3 - b^3$ , (8)  $(a - b)^3$ 。

7. 三角铁的横截面如图所示, 试表示出它的截面积的计算公式; 当  $a = 25\text{cm}$ ,  $t = 5\text{cm}$  时, 这块三角铁的截面积是多少?

8. 矩形钢管的横截面如图所示, 试表示出该钢管截面积的计算公式; 当  $a = 40\text{cm}$ ,  $b = 30\text{cm}$ ,  $x = 5\text{cm}$  时, 该钢管的截面积是多少?



(第7题)



(第8题)

## 第二节 正整数指数幂

### 一、正整数指数幂的概念

在生产实践中，常遇到相同数的连乘，即乘方运算。如边长为 3cm 的正方形的面积等于  $3 \times 3 (\text{cm}^2)$ ，边长为 5cm 的立方体的体积等于  $5 \times 5 \times 5 (\text{cm}^3)$ 。我们把  $3 \times 3$  记作  $3^2$ ；把  $5 \times 5 \times 5$  记作  $5^3$ 。一般地， $a \cdot a$  可记作  $a^2$ ； $a \cdot a \cdot a$  可记作  $a^3$ 。

对任何正整数  $n$ ， $n$  个  $a$  的连乘可记作  $a^n$ ，即

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个 } a}$$

其中  $a$  称为底， $n$  称为指数， $a^n$  称为  $a$  的  $n$  次幂，或  $a$  的  $n$  次方，简称幂。 $n = 2$  时可称平方， $n = 3$  时可称立方。