高等数学
习题课指导书

GAODENG SHUXUE
XITIKE ZHIDAOSHU

（第三版）

唐钰其　林　琼　编著

重庆大学出版社

高等数学习题课指导书

（第三版）

唐钰其　林　琼　编著

重庆大学出版社

内容简介

本书安排 20 次(40 学时)习题课．每次课均包含目的要求、内容提要、复习与提问、自我检测、例题分析、课内外练习题六部分．书末附有答案．每次课自成一个单元，课与课之间又互相联系，融成一体．全书给出了 400 多道自我检测题，分析了 300 多道典型例题，所选例题既具广泛性又有典型性，解题方法力求灵活多样，侧重思路分析，极富启发性．

本书对从事高等数学教学的老师，以及高等院校、电大、职大学生以及准备报考研究生的人员和广大自学青年都具有一定的参考价值和指导作用．

高等数学习题课指导书

(第三版)

唐钰其　林　琼　编著

责任编辑　刘茂林

*

重庆大学出版社出版发行

新　华　书　店　经　销

重庆建筑大学印刷厂印刷

*

开本:850×1168　1/32　印张:12.125　字数:326 千

1998年6月第3版　1998年6月第4次印刷

印数:24001—30000

ISBN 7-5624-0045-8/O·14　定价:15.00元

第一版前言

高等数学习题课,目的在于培养学生的解题能力,是提高教学质量的一个至关重要的教学环节.编者在20多年的教学过程中,深感需要一本上好高等数学习题课的指导书,作为教师掌握该课深广度的大体依据和选取内容的借鉴.为此,编者在同行们的鼓励下,根据长期积累的资料,特别是近几年教学改革中正反两方面的经验编写成本书.望本书能对高等数学教师在实施习题课教学时,有一定的参考价值;同时,能给各类学校学生在学习高等数学时,提供一定的指导;还能为准备报考研究生的广大考生在复习高等数学过程中提供一定的帮助.

本书根据高等数学通行的教学大纲要求,编写了28次(56学时)习题课的教学内容.每次课按照理论课与习题课结合、讲与练结合、课堂练习与课外练习结合的原则,编有:目的要求,复习与提问,例题分析,课堂练习,课外作业等五部分.本书的"复习与提问"提出了学生在学习过程中容易产生的疑难问题和模糊概念."例题分析"列举了约350道典型例题.这些例题的选择,既有广泛性,便于在教学中选择,又具有典型性,便于举一反三.既注意理论性习题,又注意选择与实际结合的习题,以利于提高解决实际问题的能力.在例题安排上,既注意由浅入深,循序渐进,又有意识地让部分典型例题在前后课次中多次出现,反复与学生见面,起到不断巩固,逐步深化的作用.在例题分析中,着重分析题意,指出解题思路和解题步骤,具有一定的启发性;大部分例题还作了多种解法,体现了解题的灵活性."课堂练习"与"课外作业"部分,选取了约1000道习题,并且都附有提示与答案.课堂练习题的选取,主要着眼于培养学生基本的解题技能,和当堂检验学生的接受程度.课外作业题的选取,主要着眼于培养学生综合运用所学知

识，独立解题的能力．

本书在编写过程中，得到我院各级领导的支持，同时，得到了重庆大学赵中时副教授、重庆建筑工程学院柯红路副教授、重庆交通学院谢和熙副教授以及我院江兆嘉副教授的鼓励与帮助，特别是得到国家教委工科院校高等数学课程指导委员会委员、重庆大学应用数学系谢树艺教授的热情支持，并在百忙中对全书进行了审阅，提出了中肯的意见．在此，一并致以深切的谢意．

由于编者水平有限，难免有疏漏错误之处，恳请专家、同行和广大读者批评指正．

唐钰其

于中国人民解放军后勤工程学院

1988.5

第二版修订说明

《高等数学习题课指导书》自1988年5月出版发行以来，深受广大读者欢迎．如重庆市各工科院校不仅学生竞相争购，教师亦人手一册．青年教师们反映：这是一本难得的教学参考书．虽然该书早已脱销，但至今仍不断收到读者邮购书信．

为了满足广大读者的需要，现根据新近由国家教委批准印发的“高等工业学校高等数学课程教学基本要求”对本书作了全面修改．修改后的指导书，有以下特点：一是在课程总学时减少的情况下，习题课的次数由28次减为20次，以适应教学要求．二是每次习题课均包含目的要求、内容提要、复习与提问、例题分析、课内外练习等五个环节的内容，构成一个独立单元，便于教利于学．三是既注重基本概念的理解，又侧重解题能力的培养．与修改前相比，增加了内容提要，充实了复习与提问的内容，删去了一些不适合本课程教学要求的繁难例题，增加了近几年来广大师生认为有利于开拓思路、培养能力的典型题．四是在解题方法上，力求灵活多样，富有启发性．解题步骤力求简洁明了，指出关键，不作繁琐推导．五是每次习题课分析例题的数量由10道左右，增加到15道以上．全书共分析了300多道典型例题，类型比较齐全，便于教师灵活施教，利于学生全面掌握．六是除已作分析的例题以外，还汇集了200道课内外练习题，书末附有答案．

参加本书修改的有：重庆建筑工程学院柯红路副教授、重庆交通学院谢和熙副教授．在修改过程中，得到了广大读者的关心与支持，特别是全国工科数学课程指导委员会委员、成都科技大学王明慈教授、重庆大学赵中时教授对本书的修改提出了宝贵的意见．我院数学教研室领导及同志们对本书的修改工作给予了热情的支持．在本书再版之际一并致以深切的谢意．

由于作者水平与经验有限，疏漏之处在所难免，恳请专家、同行及广大读者批评指正．

唐钰其

于中国人民解放军后勤工程学院

1992.5

第三版修订说明

《高等数学习题课指导书》自 1992 年 5 月修订本出版发行以来，再次受到广大读者的欢迎．特别是本科学生在学习高等数学课程时，深感该书是一本难得的教学参考书，并在使用过程中对该书提出了不少中肯的意见和希望．编者本着对读者负责及尊重的良好愿望及结合对高等数学改革的要求与进程，对本书又作了较大的修改与增补．具体内容有：从加强对基本概念的理解出发，增加了有利于对基本概念、基本理论及基本运算的理解与掌握的自我检测题．题型属判断题及选择题两类，题量约有 400 多道，并在书后附有答案．同时进一步删去了例题分析中运算较为繁琐的一些所谓复杂题，保留的例题仍体现了例题选择的广泛性、典型性及理论与实践相结合的特点．并在原例题分析中增补了几十道具有一定难度，有利于读者提高综合分析能力及运算技能的例题．同时删去了不太适合在目前高等数学教学中过分注重运算技巧的一些一题多解的形式，而在一题多解中保留一种或两种最具代表性或典型性的解法．

再次修订后的指导书，仍保留 20 次习题课框架，每次习题课由原来五个环节增补为六个环节．即由目的要求、内容提要、复习与提问、自我检测、例题分析及课内外练习组成．在对本书再次修改过程中，数学教研室林琼副教授担任了从全面策划到具体修改的繁重任务．

最后，编者再次感谢广大读者对本书的厚爱．同时由衷地恳请专家、同行及读者对本书的不妥、疏漏之处批评指正．

唐钰其　林琼

于中国人民解放军后勤工程学院

1998.1

目 录

第 1 次 函数的概念及性质…………………………………… 1
第 2 次 极限的概念及求极限 ……………………………… 11
第 3 次 函数的连续性与间断点 …………………………… 26
第 4 次 导数的概念及求导法，微分及其应用……………… 37
第 5 次 中值定理与罗必达法则 …………………………… 55
第 6 次 导数的应用 ………………………………………… 71
第 7 次 不定积分的概念及其计算 ………………………… 90
第 8 次 定积分的概念及其计算、广义积分………………… 99
第 9 次 定积分的应用……………………………………… 120
第 10 次 向量的概念及代数运算 ………………………… 139
第 11 次 空间解析几何 …………………………………… 153
第 12 次 多元函数微分学 ………………………………… 174
第 13 次 二重、三重积分的概念及计算…………………… 197
第 14 次 两类曲线积分的概念及计算 …………………… 223
第 15 次 两类曲面积分的概念及计算 …………………… 243
第 16 次 常数项级数及其审敛法，广义积分的审敛法 ……………………………………………… 263
第 17 次 求幂级数的收敛域及和函数 …………………… 284
第 18 次 函数展为泰勒级数或富里叶级数 ……………… 303
第 19 次 一阶微分方程及可降阶的高阶微分方程 ……… 321
第 20 次 高阶线性齐次及非齐次微分方程 ……………… 348
附录 1 自我检测题参考答案 ……………………………… 369
附录 2 课内外练习题参考答案 …………………………… 370

第 1 次　函数的概念及性质

一、目 的 要 求

1. 理解函数的概念.

2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性;了解反函数和复合函数的概念.

3. 熟悉基本初等函数的性质及其图形.

二、内 容 提 要

1. 函数　设 x 和 y 是两个变量,D 是一个给定的数集. 如果对于每一个数 $x\in D$,变量 y 按照一定的法则总有确定的数值和它对应,则称 y 是 x 的函数,记作 $y=f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的定义域,x 叫做自变量,y 叫做因变量.

定义域与对应法则是确定函数的两要素.

2. 反函数　设函数 $y=f(x)$,若把 y 看作自变量,x 看作因变量,则由 $y=f(x)$ 所确定的函数 $x=\varphi(y)$(或 $x=f^{-1}(y)$)叫做函数 $f(x)$ 的反函数. 习惯上,反函数 $x=\varphi(y)$ 常用 $y=\varphi(x)$ 表示. 相对于反函数 $x=\varphi(y)$ 来说,$y=f(x)$ 称为直接函数.

反函数 $y=\varphi(x)$ 与直接函数 $y=f(x)$ 的图形对称于直线 $y=x$.

3. 复合函数　设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$,而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$. 如果当 x 在定义域内变化时,由 $u=\varphi(x)$ 所确定的值 u 的全部或部分在 $f(u)$ 的定义域内,那么称 y 是 x 的复合函数,记作 $y=f[\varphi(x)]$. 而 u 称为中间变量.

4. 初等函数　由常数和基本初等函数经过有限次四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可用一个解析式子表示的函数,称为初等函数.

三、复习与提问

1. 定义域　由于函数的表达形式不同，确定其定义域一般有两种类型：函数式给出的定义域；实际问题所确定的定义域．当确定用函数式 $y=f(x)$给定的初等函数的定义域时，应非常熟悉基本初等函数的定义域．若所给的函数表达式是由几个函数通过四则运算组成的，求定义域时，可先分别求出参加运算的各个函数的定义域，然后取它们的公共部分．若所给的函数是一个复合函数时，$f[\varphi(x)]$的定义域应是 x 的这样一个集合 D：$\forall\ x\in D$，不仅使 $u=\varphi(x)$有意义，而且由它决定的 u 应使 $f(u)$有定义．

2. 叙述奇、偶函数、周期函数、有界函数、单调函数的定义，并指出它们各自图形的特点．

3. 是否每一个函数都存在反函数？并举例予以说明．

四、自 我 检 测

1. 函数 $f(x)=\sqrt{(3-x)/(x+2)}$的定义域是：
(a)$[-2,3]$；(b)$(-2,+\infty)$；(c)$(-\infty,-2)$；(d)$(-2,3]$.

2. 设 $f(x)=\arccos(\lg x)$，则 $f(1/10)$是：
(a)0；(b)-1；(c)π；(d)$\pi/2$；

3. 函数 $f(x)=(1-x)/(1+x)\quad(x\neq-1)$的反函数是：
(a)$(1+x)/(1-x)$；　(b)$(x+1)/(x-1)$；
(c)$(1-x)/(1+x)$；　(d)$(x-1)/(x+1)$.

4. 下列四个函数中为有界函数的是：
(a)$x\cdot\sin x$；(b)$x\cdot\sin(1/x)$；(c)$\sin x/x$；(d)$\sin(2x)$.

5. 在下列四对函数中，相同的是：
(a)$f(x)=|x+1|,g(x)=|x|+1$；
(b)$f(x)=2\lg(1-x),g(x)=\lg(1-x)^2$；
(c)$f(x)=[|1-x|+x],g(x)=\begin{cases}1 & x<1\\ 2x-1 & x\geqslant 1\end{cases}$；
(d)$f(x)=x-2,g(x)=\dfrac{x^2-4}{x+2}$.

6. 下列四个函数中为偶函数的是：

$(a)f(x)=x^3+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$；$(b)f(x)=\ln\sqrt{x+(1+x)^2}$；

$(c)f(x)=x^2+|\sin x|$；$(d)f(x)=\frac{[x(e-1)]^x}{(e+1)^x}$.

7. 下列四个函数中为周期函数的是：

$(a)y=x\cdot\sin x$；$(b)y=\sin x\cdot\cos x$；

$(c)y=x\cdot\cos x$；$(d)y=\sin\frac{1}{x}$.

五、例 题 分 析

例 1 设 $f(x)$ 的定义域 $(0,1)$，试求下列函数的定义域：

(1)$f(\ln x)$；(2)$f(x+a)+f(x-a)\quad(a>0)$

解 (1)令 $u=\ln x$，则 $f(\ln x)=f(u)$，其定义域是 $0<u<1$，即 $0<\ln x<1$，故 $1<x<e$，所以 $f(\ln x)$ 的定义域是 $(1,e)$.

(2) 求 $f(x+a)+f(x-a)$ 的定义域，即需求解同时满足下列不等式组的解

$$\begin{cases}0<x+a<1,\\0<x-a<1.\end{cases}$$

解得

$$\begin{cases}-a<x<1-a,\\a<x<1+a.\end{cases}$$

因为 $a>0$，所以 x 取值范围是 $a<x<1-a$.

下面讨论 a 的允许值：

当 $a<1-a$ 时，即 $a<\frac{1}{2}$，函数 $f(x+a)+f(x-a)$ 的定义域为 $(a,1-a)$；

当 $a\geqslant\frac{1}{2}$ 时，不等式 $a<x<1-a$ 不成立，函数 $f(x+a)+f(x-a)$ 的定义域为空集.

例 2 已知 $f(x)=e^{x^2}$，$f[\varphi(x)]=1-x$，且 $\varphi(x)\geqslant0$. 求 $\varphi(x)$，并写出它的定义域.

解 $f[\varphi(x)]=\mathrm{e}^{\varphi^2(x)}=1-x, \varphi^2(x)=\ln(1-x)$
因 $\varphi(x)\geqslant 0$,故 $\varphi(x)=\sqrt{\ln(1-x)}$.
要使 $\ln(1-x)\geqslant 0$,必须 $1-x\geqslant 1$,即 $x\leqslant 0$
所以 $\varphi(x)=\sqrt{\ln(1-x)}$的定义域为$(-\infty,0]$.

例 3 设函数

$$f(x)=\begin{cases}1, 当 |x|\leqslant 1,\\ 0, 当 |x|>1,\end{cases}\quad g(x)=\begin{cases}2-x^2, 当 |x|\leqslant 1,\\ 2\quad\ \ , 当 |x|>1.\end{cases}$$

求 $f[g(x)]$及 $g[f(x)]$.

解 (1)求 $f[g(x)]$. 当 $|x|<1$ 时,$f[g(x)]=f(2-x^2)=0$;
当 $|x|>1$ 时,$f[g(x)]=0$;当 $|x|=1$ 时,$f[g(\pm 1)]=1$. 所以

$$f[g(x)]=\begin{cases}0, 当\ |x|\neq 1,\\ 1, 当\ |x|=1.\end{cases}$$

(2)求 $g[f(x)]$ 当 $|x|>1$ 时,$g[f(x)]=2$; $|x|\leqslant 1$ 时,$g[f(x)]=1$.
所以

$$g[f(x)]=\begin{cases}1, 当\ |x|\leqslant 1,\\ 2, 当\ |x|>1.\end{cases}$$

例 4 设 $f\left(\sin\frac{x}{2}\right)=\cos x+1$,求 $f(x)$,$f\left(\cos\frac{x}{2}\right)$.

解(解法 1) 令 $u=\sin\frac{x}{2}, x=2\arcsin u$,
得

$$\begin{aligned}f(u)&=\cos(2\arcsin u)+1\\&=\cos^2(\arcsin u)-\sin^2(\arcsin u)+1\\&=2[1-\sin^2(\arcsin u)]=2(1-u^2)\end{aligned}$$

于是

$$f(x)=2(1-x^2)$$

$$f\left(\cos\frac{x}{2}\right)=2\left(1-\cos^2\frac{x}{2}\right)=2\sin^2\frac{x}{2}.$$

(解法 2) 由于 $f\left(\sin\frac{x}{2}\right)=\cos x+1=2\cos^2\frac{x}{2}$

$$=2\left(1-\sin^2\frac{x}{2}\right)$$

令 $u=\sin\frac{x}{2}$,得

$$f(u)=2(1-u^2)$$

于是
$$f(x)=2(1-x^2)$$

$$f\left(\cos\frac{x}{2}\right)=2\left(1-\cos^2\frac{x}{2}\right)=2\sin^2\frac{x}{2}.$$

例 5 设 $f_n(x)=f\{f[\cdots f(x)]\}$,若 $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$,求 $f_n(x)$.

解 $f_1(x)=f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$,

$$f_2(x)=f[f(x)]=\frac{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{\sqrt{1+\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2}}=\frac{x}{\sqrt{1+2x^2}}.$$

应用数学归纳法,假设 $n=k$ 时,$f_k(x)=\frac{x}{\sqrt{1+kx^2}}$,则当 $n=k+1$ 时,

$$f_{k+1}(x)=f[f_k(x)]=\frac{\frac{x}{\sqrt{1+kx^2}}}{\sqrt{1+\left(\frac{x}{\sqrt{1+kx^2}}\right)^2}}$$

$$=\frac{x}{\sqrt{1+(k+1)x^2}}.$$

所以
$$f_n(x)=\frac{x}{\sqrt{1+nx^2}}.$$

例 6 求函数

$$y=\begin{cases}x^2-1, & \text{当 } 0\leqslant x\leqslant 1,\\ x^2, & \text{当 } -1\leqslant x<0\end{cases}$$

的反函数.

解 函数 y 是分段表达的,因此它的反函数也应分段考虑,在每段上求出相应的反函数及其定义区域.

所给函数第一段是 $y=x^2-1(0\leqslant x\leqslant 1)$，其反函数为 $x=\sqrt{1+y}(-1\leqslant y\leqslant 0)$；第二段是 $y=x^2(-1\leqslant x<0)$，其反函数为 $x=-\sqrt{y}(0<y\leqslant 1)$.

合并上述结果，得所求反函数为

$$x=\begin{cases}\sqrt{1+y}, 当 -1\leqslant y\leqslant 0,\\ -\sqrt{y}, 当 0<y\leqslant 1.\end{cases}$$

或把这反函数改写为

$$y=\begin{cases}\sqrt{1+x}, 当 -1\leqslant x\leqslant 0,\\ -\sqrt{x}, 当 0<x\leqslant 1.\end{cases}$$

例 7　$f(x)=\sin x^2$ 是否为周期函数？

解　判断一个函数 $y=f(x)$ 是否为周期函数，应按周期函数的定义来讨论．若 T 为 $f(x)$ 的周期，则对任何 x（定义域内的）都应有 $f(x)=f(x+T)$，

即
$$f(x)-f(x+T)=0.$$

在上式中，将 T 当作未知量求解，若解出的 T 依赖于自变量 x 或为零，则 $f(x)$ 不是周期函数；若可求出不依赖于 x 的非零常数（一般地都不唯一），其中最小的正数解就是所求的周期．

（解法 1）　$f(x+T)-f(x)=\sin(x+T)^2-\sin x^2$

$$=2\cos\frac{1}{2}[(x+T)^2+x^2]\cdot\sin\frac{1}{2}[(2xT+T^2)]$$

若 T 为周期，则应有

$$\cos\frac{1}{2}(2x^2+2xT+T^2)=0 \tag{1}$$

$$\sin\frac{1}{2}(2xT+T^2)=0 \tag{2}$$

显然，满足上述(1)或(2)的非零常数 T 是不存在的．所以 $f(x)=\sin x^2$ 不是周期函数．

（解法 2）　假定 T 为 $f(x)=\sin x^2$ 的周期，则对任何 x 都有 $\sin(x+T)^2=\sin x^2$.

令 $x=0$，则有 $\sin T^2=0$，得 $T=\sqrt{n\pi}(n\in N)$；

令 $x=\sqrt{2}T$，则有 $\sin[(\sqrt{2}+1)^2 n\pi]=0$，得 $(\sqrt{2}+1)^2 n\pi=k\pi(k\in N)$，$(\sqrt{2}+1)^2=\frac{k}{n}$. 因 $\frac{k}{n}\in Q$，而 $(\sqrt{2}+1)^2\in\overline{Q}$，推得矛盾. 所以 $f(x)=\sin x^2$ 不是周期函数.

（解法 3） 由于周期函数的零值点呈周期性分布，因此可以观察函数的零值点的分布状况来判断该函数是否是周期函数.

$f(x)=\sin x^2$ 在 $x\geqslant 0$ 处的零值点为 $x_n=\sqrt{n\pi}(n=0,1,2,\cdots)$，则

$$x_{n+1}-x_n=\sqrt{(n+1)\pi}-\sqrt{n\pi}$$

$$=\frac{(\sqrt{(n+1)\pi}-\sqrt{n\pi})(\sqrt{(n+1)\pi}+\sqrt{n\pi})}{\sqrt{(n+1)\pi}+\sqrt{n\pi}}$$

$$=\frac{\pi}{\sqrt{(n+1)\pi}+\sqrt{n\pi}}$$

显然，两个相邻间的零值点随着 n 的增大而减小，故零值点不呈周期分布. 所以，$f(x)=\sin x^2$ 不是周期函数.

例 8 长为 L 半径为 R 的直圆柱形油桶横卧在地上(图 1-1)，求桶中存油量 Q 与油深 h 间的函数关系.

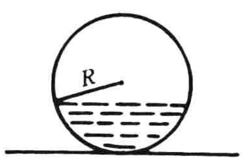

图 1-1

解 这实质是求弓形面积 A 与弦高 h 间的函数关系.

设 α 为以弧度为单位的圆心角，则由几何学知：当 $0\leqslant h\leqslant R$ 时，

$$A=R^2\cdot\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{2}C\sqrt{R^2-\left(\frac{C}{2}\right)^2}\text{（其中 }C\text{ 为弓形弦长）}$$

则 $\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{R-h}{R}$，即 $\frac{\alpha}{2}=\arccos\frac{R-h}{R}$.

又 $$\frac{C}{2}=\sqrt{R^2-(R-h)^2}=\sqrt{2Rh-h^2}$$

所以 $$A=R^2\cdot\arccos\frac{R-h}{R}-(R-h)\sqrt{2Rh-h^2}$$

所以，当 $0\leqslant h\leqslant R$ 时，$Q(L)=L\cdot A$

即 $Q(L)=LR^2\arccos\dfrac{R-h}{R}-L(R-h)\sqrt{2Rh-h^2}$;

当 $R<h\leqslant 2R$ 时，$Q(L)=\pi LR^2-LR^2\arccos\dfrac{h-R}{R}+L(h-R)\sqrt{2Rh-h^2}$.

例 9　当 $x\neq 0$ 时，$f(x)$满足

$$af(x)+bf(\frac{1}{x})=2x+\frac{3}{x} \tag{1}$$

$$且\ f(0)=0,|a|\neq|b|$$

证明 $f(x)$为奇函数.

证明　我们的目的是证明 $f(-x)=-f(x)$. 为此首先找出函数 $f(x)$的表达式，在(1)式中令 $x=\dfrac{1}{t}$，然后再将 t 改为 x，得到

$$af(\frac{1}{x})+bf(x)=\frac{2}{x}+3x \tag{2}$$

方程组(1)、(2)是关于 $f(x)$与 $f(\dfrac{1}{x})$的二元一次方程组

(1)$\times a-$(2)$\times b$ 得到

$$(a^2-b^2)f(x)=(2a-3b)x+(3a-2b)\frac{1}{x}$$

$$f(x)=\frac{1}{a^2-b^2}[(2a-3b)x+(3a-2b)\frac{1}{x}]$$

因为 $a^2-b^2\neq 0$，且 $2a-3b$，$3a-2b$ 不同时为零，又 $f(0)=0$

故　$f(-x)=-\dfrac{1}{a^2-b^2}[(2a-3b)x+(3a-2b)\dfrac{1}{x}]=-f(x)$

即　$f(x)$为奇函数.

例 10　若 $f(x)$为定义在$(-\infty,+\infty)$上的偶函数，且图形关于直线 $x=2$ 对称. 试证明 $f(x)$为周期函数，并求出周期 T.

证明　要证 $f(x)$为周期函数，只需证明 $f(x)$满足关系式 $f(x+T)=f(x)$即可.

由题可知：$f(x)$为偶函数，即

$$f(-x)=f(x) \tag{1}$$

图形关于直线 $x=2$ 对称，即