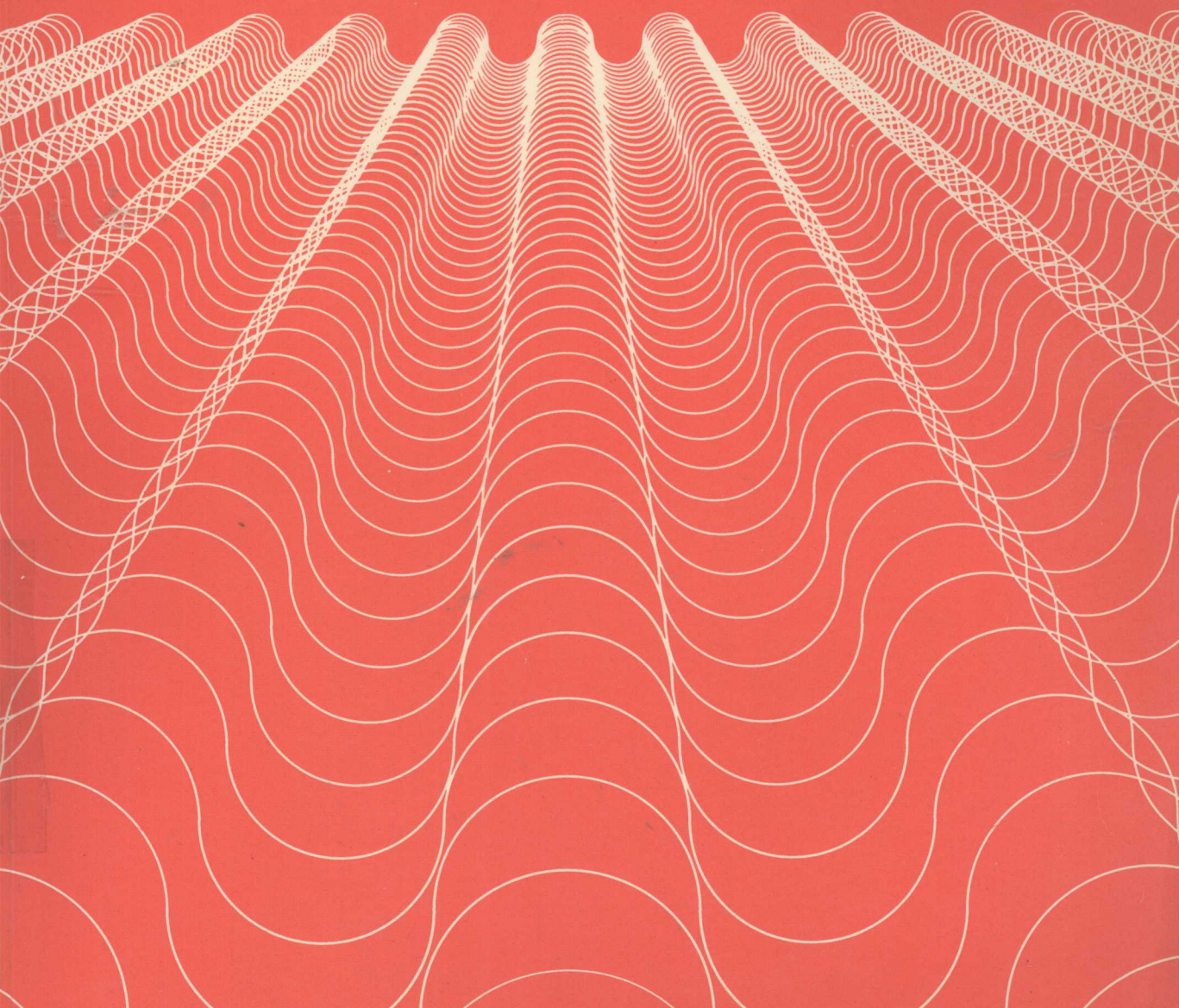


文達

中學數學

1

徐明科
黃鳴嬋
蔡培文



文達

中學數學

1

徐明科
黃鳴嬋
蔡培文

泛太平洋出版集團 附屬機構



文達出版(香港)有限公司
MANHATTAN PRESS (H.K.) LTD.

鳴 謝

本出版社謹向提供插圖與其他資料的團體致謝。

九龍汽車(一九三三)有限公司(第220頁之圖5：九龍巴士公司路線圖一部份)

至於查究無由的版權持有人，一旦有機會也必致以謝意。

MANHATTAN PRESS (H.K.) LTD

文達出版(香港)有限公司

香港新界葵涌華星街華達工業大廈
B座6樓1至6室

©文達出版(香港)有限公司 1988

本書版權由文達出版(香港)有限公司所有。
本書任何部份未經許可不能以影印、錄音或
其它任何方式翻印或翻譯。

第一版 一九八八年
重 印 一九八九年
重 印 一九九〇年

前 言

本書遵照香港課程發展委員會所頒佈的最新的數學科課程綱要編寫。

在數學教學中，重要的是要使學生概念清楚，運算熟練，應用靈活。這也是本書編者所追求的目標。

在引進新的概念時，本書通常都先從實例出發，直觀而清晰地描述所要討論的課題，在學生有了充分認識之後，再自然地引入概念、定理等，以收水到渠成之效。

爲提高學生的運算能力，本教材精心挑選和組織了內容豐富多采的例題、堂上練習和習題。內涵豐富的例題從各個角度向學生示範數學公式和技巧的使用方法，較難的題目或學生容易出錯的地方，都有分析和提示；堂上練習使學生主動積極地鞏固當堂所學的知識，大量的家課練習的編排則由易到難，由淺入深地循序漸進，還有某些挑戰性的題目，這樣可以滿足不同程度的學生的需要。

爲了提高學生的學習興趣和解決問題的實際能力，本書尤其注重介紹了數學在香港這一高度發達的城市中的種種應用。在課文和教師手冊中，也適當地介紹了一些數學史上的材料和歷史上一些富有啓發性的猜想，以拓廣學生的思路。

作爲教材，本書注意到各級學生的心理特徵，行文舉例，深入淺出，語言流暢明白，並附有不少美觀的插圖和富有幽默感的漫畫，圖文並茂，生動活潑。每章結尾都有內容摘要和複習題，在各冊銜接的地方，也安排適當的複習內容，以承前啓後，溫故知新。每冊書末，都附有各章練習題的答案。

希望本教材的出版能給教師、學生和家長提供一本便於教，便於學和便於輔導的好書。

蘇一方先生自始至終協助本書的編寫，並提出了許多寶貴的意見，作者在此深深致謝。

編 者

一九八七年五月

目 錄

1 數和數制

1

- 1.1 計數和記數法 1
- 1.2 二進制數 9
- 1.3 二進制數轉換成十進制數 11
- 1.4 十進制數轉換成二進制數 13
- 1.5 二進制數的加法 15
- 1.6 二進制數的減法 17
- 1.7 二進制數與電子計算機 18
- 1.8 算術四則 19
- 1.9 質數和質因數 23
- 1.10 最大公因數和最小公倍數 26
- 1.11 分數 28
- 1.12 四則混合運算 33
- 本章摘要 36
- 複習題 1 36

2 公式，開句和簡易方程

38

- 2.1 用文字代表數字 38
- 2.2 公式和代入法 40
- 2.3 開句 45
- 2.4 簡易一元一次方程 47
- 2.5 列出方程解應用題 52
- 本章摘要 56
- 複習題 2 57

3 幾何的基本概念

59

- 3.1 幾何的基本圖形 59
- 3.2 綫段和射綫 64
- 3.3 角及其表示法 68
- 3.4 角的量度、量角器和它的用法 71
- 3.5 角的分類 77
- 3.6 三角形 81

3.7	三角形的內角和	85
3.8	全等三角形	88
3.9	相似三角形	100
	本章摘要	108
	複習題 3	108

4 百分數

112

4.1	百分數的意義	112
4.2	小數，分數和百分數	115
4.3	母數，子數和百分率的關係	119
4.4	折扣	123
4.5	利潤和虧損	126
4.6	單利息	130
	本章摘要	134
	複習題 4	135

5 簡易的面積和體積

137

5.1	面積的比較和測量，單位面積	137
5.2	正方形和長方形的面積公式，單位面積的換算	142
5.3	三角形的面積公式	146
5.4	平行四邊形和梯形的面積公式	151
5.5	簡易多邊形的面積	156
5.6	單位體積，長方體的體積	161
5.7	均勻橫截面的立體的體積	166
5.8	尤拉公式	173
	本章摘要	174
	複習題 5	175

6 量度和近似

179

6.1	量度和近似	179
6.2	選擇適當的量度單位	182
6.3	四捨五入	186
	本章摘要	189
	複習題 6	189

7 負數和數綫的延伸

192

- 7.1 引言 192
- 7.2 負數的實際應用 192
- 7.3 數綫和數序的概念 196
- 7.4 整數的加減法 198
- 7.5 整數加減法中括號的運用 204
- 7.6 整數的乘法 207
- 7.7 整數的除法 211
- 本章摘要** 213
- 複習題 7** 214

8 坐標系簡介

217

- 8.1 序偶和它的應用 217
- 8.2 直角坐標系 222
- 8.3 極坐標系 230
- 8.4 距離和面積的計算 234
- 本章摘要** 240
- 複習題 8** 241

9 代數式

243

- 9.1 代數式的意義 243
- 9.2 代數式的值 247
- 9.3 二元一次方程及其圖像 251
- 本章摘要** 257
- 複習題 9** 257

10 基本作圖

259

- 10.1 作一角等於已知角 259
- 10.2 平分已知角 261
- 10.3 特別角 90° , 60° , 45° 和 30° 的尺規作圖 264
- 10.4 綫段的平分 270
- 本章摘要** 276
- 複習題10** 278

11 角和平行綫

279

- 11.1 鄰角、補角和對頂角 279
- 11.2 平行綫 284
- 11.3 同位角、內錯角及同側內角 286
- 11.4 三角板和它的用法 290
- 11.5 平行綫的性質 296
- 本章摘要 302
- 複習題11 302

12 統計數據及其表示

307

- 12.1 什麼是統計學 307
- 12.2 數據的收集 311
- 12.3 榜樣圖(象形圖) 318
- 12.4 條形圖 322
- 12.5 圓形圖 327
- 12.6 折綫圖 330
- 12.7 組織圖 333
- 本章摘要 339
- 複習題12 340

13 代數式之運算

343

- 13.1 正數數冪的意義和運算 343
- 13.2 代數式的項、係數和常數項 350
- 13.3 同類項和不同類項 353
- 13.4 單項式和多項式的加減法 354
- 13.5 單項式及多項式的乘法 360
- 13.6 單項式及多項式的除法 364
- 13.7 一元一次方程式(續) 367
- 13.8 一元一次方程的應用題(續) 369
- 本章摘要 372
- 複習題13 373

答案

375

索引

391

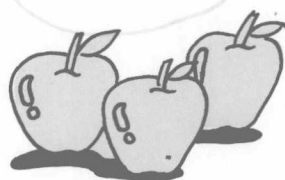
1

數和數制

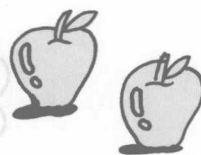
1.1

計數和記數法

通過生活經驗的長期積累，原始人逐漸產生了數量上“多”與“少”，“相等”與“不等”的概念。例如，左圖中的野菓比右圖中的野菓能使他們吃得更飽些，因此，左圖中的野菓“多”些，而右圖中的“少”些。



“多”些的野菓



“少”些的野菓

圖 1

圖 2

當兩個部落打仗時，左、右兩隊戰士，剛好可以一個對一個，因而是“相等”的



圖 2 人數“相等”的戰士

爲了準確地計算他們所捕獲的獵物的總數量，有些部落每打到一隻野獸就在石上刻下一道痕跡，有些部落就在繩上打一個結，這就是最原始的記數法。《周易·系辭》中有這樣的記載：“上古結繩而治，後世聖人易之以書契”。結繩和刻石都無法表示較大的數，於是“易之以書契”，也就是在骨上、竹上或木上刻上各種符號和文字。

爲了計數*就產生了記數法*（命數法*），

用來表示數*的符號就叫做數碼*。

而最先出現的數字，自然就是1, 2, 3, 4, …等整數，因此這些數字就叫自然數*。

不同的民族，使用不同的記數符號來表示同一個數。例如，中國人使用“一”，而阿拉伯人却用“1”來表示下圖中的水果數量。

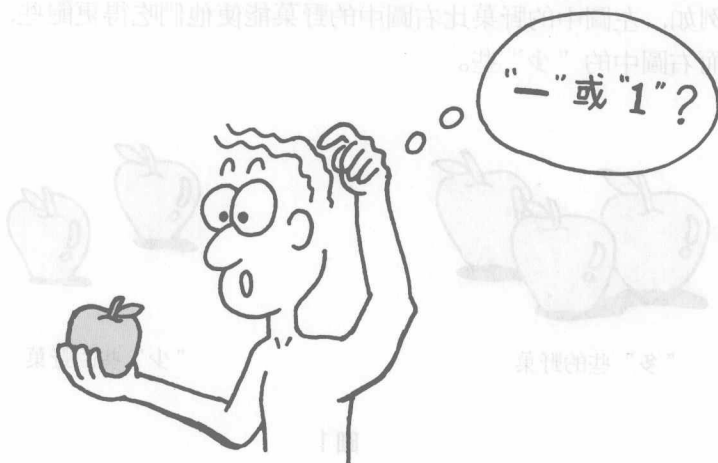


圖3

同一個民族，也可能使用不同的方式表示同一個數，例如，人們有時也把12支鉛筆，叫做一打筆。

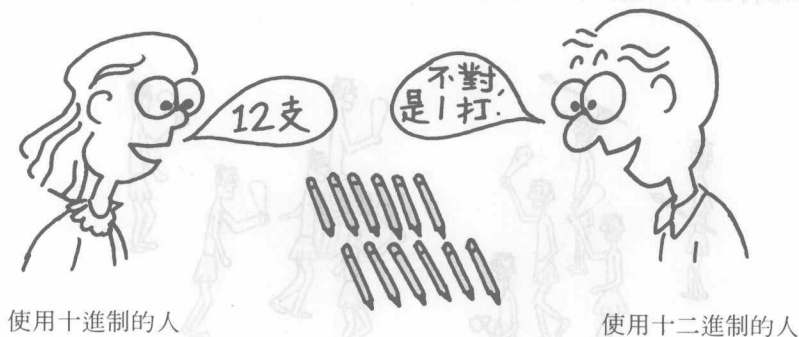


圖4

計數	counting	記數法	命數法, numeration	數	number
數碼	numeral	自然數	natural number		

可見，數碼只是數的表示形式，而不是數的本身。這正如一種動物的名稱，只是這種動物的一個代號而已，而不是這一動物本身。同一種動物，可以有許多不同的名字。

同一個數可以有許多不同的表示法。

下面是幾個不同的古代民族所使用的數碼。

埃及數碼	I	II	III	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	∩
希臘數碼	A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	Θ	■
阿拉伯數碼	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
羅馬數碼	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
巴比倫數碼	∇	∇∇	∇∇∇	∇∇∇	∇∇∇	∇∇∇	∇∇∇	∇∇∇	∇∇∇	∇∇∇
中國數碼	一	二	三	三	三	一	一	一	一	十

A. 印度——阿拉伯數碼

現在國際上通用的數碼是阿拉伯數碼，有時也叫做印度—阿拉伯數碼*。它共有十個數碼，即1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0。

阿拉伯數碼具有兩大優點：

1. 它引進了位值的概念

所謂位值*，指的是一個數碼所表示的數值的大小，與它所在的位置有關。

例如， $62 = 6 \times 10 + 2 \times 1$

$26 = 2 \times 10 + 6 \times 1$

62 中的 6，因為在十位上，因此表示的是 6 個 10。

26 中的 6，因為在個位上，因此表示的是 6 個 1。

同理 62 中的 2 表示 2×1 ，而 26 中的 2 表示 2×10 。

阿拉伯數字是十進制的，即“逢十進一”。在這種數制下，各位的位值如下所示：

位	十萬	萬	千	百	十	個
位值	100 000	10 000	1 000	100	10	1

2. 它引進了數碼 0

“0”是人類的卓越發明。“0”既表示“一無所有”，同時也有“填空”的作用，即用零去佔領某些數位，就可以幫助確定其他數碼所在的位置，進而確定其位值。

例如 208 中，由於有了“0”佔領了右起第二位，我們才能確定 2 佔領的是第三位。因此

$$208 = 2 \times 100 + 0 \times 10 + 8 \times 1$$

$$\text{或 } 208 = 2 \times 100 + 8 \times 1$$

上式等號右方的式子，稱為 208 以 10 為基底的展開式*。

又如把“0”加在 28 的右方，等於把各個數碼往左移了一位，即其位值分別擴大了 10 倍，變成了 280。28 與 280 的展開式分別是

$$28 = 2 \times 10 + 8 \times 1$$

$$280 = 2 \times 100 + 8 \times 10$$

堂上練習

1. 將下列各數寫成以 10 為基底的形式：

(a) 85

(b) 908

(c) 8 002

(d) 13 368

2. 在數字 61 和 16 中，數碼 6 所代表的數值是否相同？

3. 寫出下列各式所代表的數字：

(a) $3 \times 10 + 5 \times 1$

(b) $3 \times 100 + 6 \times 10 + 8 \times 1$

(c) $8 \times 1\,000 + 7 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$

(d) $8 \times 1\,000 + 6 \times 10$

(e) $1 \times 1\,000$

(f) $5 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$

(g) $5 \times 1\,000 + 8 \times 1$

(h) $4 \times 100\,000 + 3 \times 1\,000 + 5 \times 1$

4. 下列各式是不是以 10 為基底的展開式？

(a) $5 \times 10 + 8 \times 1$

(b) $35 \times 10 + 2 \times 1$

(c) $3 \times 100 + 32 \times 1$

(d) $3 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1$

B. 中國數碼

古代的中國人是用竹製或骨製的籌來計數的，中國數碼是這種計數法的產物：

橫式 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

縱式 Ⅰ Ⅱ Ⅲ Ⅳ Ⅴ Ⅵ Ⅶ Ⅷ Ⅸ 十

在橫式中凡滿了五個，就用一個直放的竹籌來表示，即“五個成爲一組”的意思。可見中國人早就有了“分組”的概念。中國數碼後來又演化成

Ⅰ Ⅱ Ⅲ Ⅳ Ⅴ Ⅵ Ⅶ Ⅷ Ⅸ 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

在中國數碼中，零開始是用空格來表示，如四 八，表示 408，但到底有幾個空格，有時不易確定，於是用方框表示空格，成爲四□八。最遲在 1180 年，□又成爲了○。注意，○的寫法和阿拉伯數碼 0 不同。中國數碼的零，不僅有“一無所有”及“填空”的意義，而且還引申爲“零頭”解，“零星”，“零碎”都含有這個意思。

中國人很早就有了位值的概念，他們使用個，十，百，千，萬等文字來決定數碼的位值。例如

	Ⅱ Ⅰ Ⅲ	Ⅳ Ⅴ Ⅵ □	Ⅳ 〇 Ⅰ Ⅸ
	百	千	千
表示	268	4 570	4 069

由於中國數字本身具有了阿拉伯數字的兩大優點，因此雖然阿拉伯數字早在 13, 14 世紀就已傳入中國，却在 20 世紀初才被採用。

堂上練習

用阿拉伯數字表示下列各數：(1 ~ 8)

1. 七〇九

3. 十八萬

5. 一萬三千

7. 八千

2. 一千三百八十五

4. 一千萬零八十

6. 一百

8. 四八〇〇

把下列阿拉伯數字寫成中國數字：(9 ~ 16)

9. 123

11. 3 000

13. 1 095

15. 9 908

10. 1 568

12. 1 986

14. 999

16. 4 008

C. 羅馬數碼

十三世紀以前，歐洲各國盛行羅馬數碼。羅馬數碼用七個符號：

I V X L C D M

分別代表數

1 5 10 50 100 500 1 000

將這些符號按下面的規則組合起來，就能表示任何整數。

(1) 用“重複書寫幾次”的方法，表示某一符號代表的數字出現幾次，但同一符號重複的次數不得超過三次。如：

II	III	XX	XXX	CC	CCC
2	3	20	30	200	300

(2) 若在一個數碼的右方附加一個較小的數碼, 就表示兩數之和。如

VI	VII	VIII	XI	XII	DCL	MMDCCC
6	7	8	11	12	650	2 800

(3) 若在一個數碼的左方附着一個較小的數碼, 就表示大數減去小數的差。如:

IV	IX	XL	XC	CD	CM
4	9	40	90	400	900

但只有這六個數可用這種方法表示。

羅馬記數法, 即使不太大的數字寫起來也很長, 更不用說用以計算了。因此到了 16 世紀, 歐洲人就改用阿拉伯數字了。

堂上練習

1. 羅馬數碼有沒有零號和位值概念?
2. 羅馬人是這樣做加法的: 先把兩個加數放在一起然後再合併。例如求 7 加 8, 先把 VII 和 VIII 寫成下式

VII
VIII

然後把 2 個 V 合併成 X, 5 個 1 合併成 V, 得到 XV。請用這種方法求 33 加 43。

3. 羅馬人是這樣做乘法的: 先把被乘數重複書寫相應次數, 然後再合併。例如, 求 25×4 , 先把 25 寫 4 次

XXV
XXV
XXV
XXV

然後把 4 個 V 合併成 2 個 X, 再把 10 個 X 合併成 1 個 C, 得到 C。請用這種方法求 35×4 。如果求 35×8 呢?

通過上面的練習, 你知道羅馬數字為什麼會那麼快地被阿拉伯數字所取代嗎?

練習 1.1

寫出下列各數中數碼 8 所代表的數值： (1 - 10)

1. 8
2. 85
3. 486
4. 638
5. 6 843
6. 8 569
7. 25 168
8. 83 673
9. 800 000
10. 18 356 000

把下列各數字寫成展開式： (11 - 20)

11. 5
12. 54
13. 648
14. 8 706
15. 9 880
16. 1 988
17. 9 999
18. 2 000
19. 4 920 000
20. 0

把下列各式寫成最簡形式： (21 - 30)

21. $2 \times 100 + 3 \times 10 + 6 \times 1$
22. $3 \times 100 + 8 \times 1$
23. $1 \times 1\,000 + 9 \times 100 + 8 \times 10 + 8 \times 1$
24. $2 \times 1\,000\,000 + 4 \times 1\,000 + 2 \times 10$
25. $3 \times 1\,000\,000 + 8 \times 100\,000 + 3 \times 10\,000 + 8 \times 100$
26. $3 \times 1\,000 + 2 \times 100 + 1 \times 10 + 9 \times 1$
27. $5 \times 10\,000 + 2 \times 100$
28. $6 \times 100\,000 + 8 \times 10$
29. $3 \times 1\,000\,000 + 4 \times 100\,000 + 2 \times 100 + 5 \times 1$
30. $3 \times 1\,000\,000 + 2 \times 10$
31. 用“是”或“否”填充：

	是十進制	引進了零	有位值概念
阿拉伯數碼			
中國數碼			
羅馬數碼			