

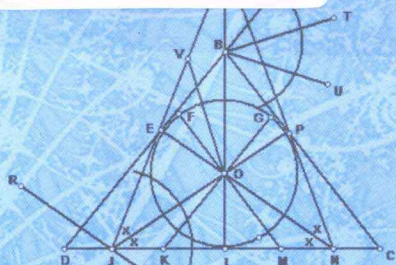
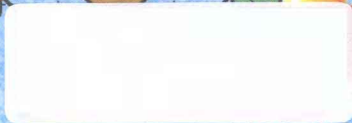
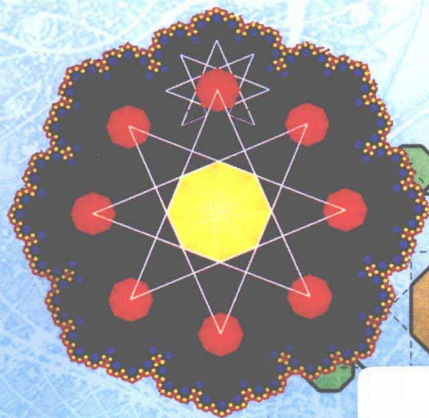


上海科普图书创作出版专项资助

汪晓勤 / 著

数学文化透视

- ◎ 一个五彩缤纷的数学世界
- ◎ 一份不同寻常的情感体验
- ◎ 一次穿越时空的心灵之约
- ◎ 一座数学人文的美丽桥梁

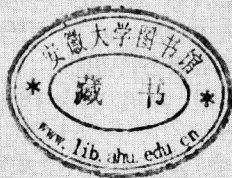


上海科学技术出版社

数学文化透视

汪晓勤 著

SHUXUE WENHUA TOUSHI



上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学文化透视/汪晓勤著. —上海:上海科学技术出版社, 2013.1

ISBN 978-7-5478-1506-9

I. ①数… II. ①汪… III. ①数学—文化—普及读物
IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第245934号

上海世纪出版股份有限公司 出版、发行
上海科学技术出版社

(上海钦州南路71号 邮政编码 200235)

新华书店上海发行所经销

苏州望电印刷有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 18

字数:266千字

2013年1月第1版 2013年1月第1次印刷

ISBN 978-7-5478-1506-9/O·14

定价:48.00元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,
请向工厂联系调换

序一 | Preface

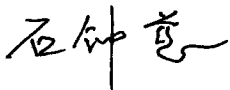
数学文化,主要讲述数学的历史、思想、方法、精神,以及数学与人类其他知识领域之间的关联,如数学与自然、数学与生活、数学与科技、数学与历史、数学与文艺、数学与建筑、数学与游戏,等等。近年来,数学文化以其独特的教育价值日益受到我国数学界的重视:高校以及部分中学“数学文化”课程的设置,“数学文化”刊物的出版,全国性学术会议的增多,可见数学文化已经融入数学教学的领域。

本书作者为华东师范大学汪晓勤教授,他博学多才,长期担任“数学文化”选修课的教学工作。2008年,华东师大在国内率先将“数学文化”课程纳入文科生“通识限选课程模块”之中。展现在读者面前的这本书正是他多年来潜心学习和思考的结果。本书力图通过数学文化的宣扬来改变大中学生乃至公众的数学观,激发他们的数学兴趣,提高他们的数学素养和数学鉴赏力,让他们感受数学文化的魅力。

与国内已有同类书籍不同,本书力求通俗、趣味、广博,寻求数学与文化之间的平衡点。其基本特点是:

- 通俗:让没有学过微积分的学生看得懂书中的数学内容并领略微积分的神奇价值。
- 趣味:尽量选择能引起学生兴趣的材料。
- 广博:通过数学与自然、数学与人文、数学与建筑、数学与文学艺术等具体的专题来呈现数学与其他知识领域之间的关联,显示出数学的魅力和价值。

相信本书的出版对于数学文化的传播、高校数学文化课程的建设,以及数学文化与数学教育关系的研究都将起到积极的作用,特此为序。

中国科学院计算数学研究所,中科院院士 

2012年11月21日 北京

序二 | Preface

月前游学沪上，在华东师大闵行校区的漂亮校园里见到多年未面的汪晓勤博士，他早已是这所名校的数学教授和数学教育学科的带头人了。言谈中晓勤提到，在多年讲授相关课程的基础上，最近完成了一部有关数学文化的书稿，问我能否为它写点什么。晓勤曾于上世纪90年代末在中科院自然科学史研究所攻博，他在数学史这一行当中的“辈分”却不容小看——原杭州大学著名数学史家沈康身先生是他的硕士指导教授，而沈先生向来以治学严谨和课徒严厉闻名。我了解晓勤的学术功底和为人做事的认真，最近几年不断在学术刊物上读到他的精彩文字，尤其是涉及晚清以来渐为国人知晓的那些中外数学人物，如伟烈亚力、罗密士、德摩根、艾约瑟、毕欧、华里司、华蘅芳、李善兰等，还有许多隐身其后的有趣故事，那些恰好也是我所关注的题材。有了这两层意思在里面，作序的事情就应承下来了。

及至读到晓勤发来的PDF文档，我才意识到这不仅仅是个朋友间的信任与情分问题。花了一整个周末的时间将文稿通读一遍，内心竟浮现出一种被抛出兔子洞后的爱丽丝一般的感觉：里面的世界太奇妙了，而在那些光怪陆离的角色和故事背后，隐隐然地透出逻辑和秩序。

讲到数学文化，就不能不提及美国数学史家莫里斯·克莱因的《西方文化中的数学》，这是一部堪称经典的学术著作，不但受到包括中国在内的世界读者的欢迎，在国际学术界（科学史、文化史、艺术史）也享有一定的声誉。另一种带有文化韵味的数学读物就是种种以“趣味”为招牌的作品，此中的翘楚当首推马丁·加德纳的数学小品，他在《科学美国人》上开设的“数学游戏”专栏在

长达24年的时间里风靡欧美；在中国，谈祥柏老先生的文章和书籍也有很大的影响。

读者们手头的这本书，就是介于克莱因与加德纳之间的作品。

首先，晓勤充分照顾到学术性的标准，不但对重要的引文和必要的参考文献注明了出处，还在每章之末提供若干可供读者思考和练习的“问题研究”，以名人嘉言为章首题献的做法则与克莱因一脉相承。尽管出版社方面坚持普及性第一的要求，作者那根深蒂固的学院做派在书中还是随时表现出来，如对一些著名问题的历史陈述（“约瑟夫问题”、斐波那契数列、黄金分割法等），对一些“非著名”数学家事迹的发掘（华里司、罗比逊、普雷费尔等），对中外重要文献的引征（当页脚注和书末参考文献），对重要原文的说明或翻译（塔塔格里亚的三次方程求根诗，以及题为“数学与诗”那一节中众多由作者亲自翻译的诗歌等），就都是突出的例子。

其次，该书的趣味性也是无容置疑的，尤其是那些精美的插图，包括照片、卡通、书影、图案、美术作品等，配合文字发挥了很好的渲染效果，而晓勤对集邮的爱好在这方面更起到了锦上添花的作用。他所使用的邮票，多与书中的人物或数学内容相关，有些罕见的邮品在令人惊叹之余，不禁让人想到科学文明是全人类共同财产这一隽永的话题。举例来说，通过阅读书稿，我才知道非洲小国多哥竟然发行过以我国元代算书《四元玉鉴》为主题的邮票，上面还用中文注明“零与负数的观念”和“算筹十进位法”；太平洋上的岛国密克罗尼西亚也曾以刘徽“割圆术”为题发行邮票，其上的英文写着“公元三世纪对 π 值的计算”和“刘徽的《九章算术》（应为《九章算术·注》），公元264年（应为“263年”）”；几内亚比绍则有利玛窦与徐光启的邮票。至于书中引用的世界各国发行的其他涉及数学题材的邮品，诸如展现对称概念的蝶翅、兽角、昆虫、禽鸟、雪花、晶体等，对毕达哥拉斯定理的表现、叶瓣契合斐波那契数的花卉、有关黄金分割的建筑、莫比乌斯带的种种造型等，真是琳琅满目、异彩纷呈。

我最看重的还是这部书稿的思想文化内涵，其中充满了能够“唤起心智，澄净智慧”和“涤尽我们有生以来的蒙昧与无知”（普利克鲁斯语）的东西。法国昆虫学家法布尔与数学的遭遇就是一个生动的例子：他阴错阳差地成了别人的

数学辅导员,不得已偷出老师的参考书来恶补,神不知鬼不觉地对数学有了领悟,后来还在蜘蛛网的形状中发现了神奇的数字 e (自然对数的底)。艺术与数学的关系,特别是文艺复兴盛期兴起的透视法为西方绘画艺术带来的革命性转变,早已是一个脍炙人口的议题,这里不妨一笔带过。值得注意的是,书中有一节专门介绍政治人物与数学的关系,出场的角色有林肯、杰弗逊、加菲尔德、拿破仑、戴高乐等;拿破仑三角形和洛林十字架这两个数学问题更是令人印象深刻。还有一章(第六章)则专门介绍文学家与数学的缘分,涉及的人物有斯威夫特、狄更斯、卡莱尔、柯南·道尔、司汤达、雨果、爱伦·坡、托尔斯泰、陀思妥耶夫斯基、扎米亚金、金庸等;两栖人物道奇森(即刘易斯·卡罗尔)的爱丽丝系列和阿波特的《平面国传奇》,其中蕴涵的丰富数学思想都得到了很好的解读。另有一章(第七章)专门讲述数学“民科”即被晓勤称为“五好牌”(指“好奇”、“好胜”、“好高”、“好名”、“好奖”者)们的悲喜剧,读来忍俊不禁,不过千百年来发生的故事时时还在我们身边重现。

这就是摆在你眼前的《数学文化透视》,尝试着从头读起吧。相信你一定能从中获益,无论自己过去对数学的看法如何——是爱,是畏,还是恨。

中国科学院自然科学史研究所 刘钝

2012年11月12日于北京中关村梦隐书房

前言 | Foreword

在一百多年前的一部英国小说《马库斯·奥德尼的道德》中，我们看到曾在中学教过数学的主人公马库斯·奥德尼这样评价数学：

“我年轻时曾在学校里混饭吃，教孩子一门最无用、最灾难性的、最禁锢心灵的学科，教师们无情地、愚蠢地损坏了无数同类的头脑，损毁了无数同类的生命——初等数学。上帝的地球上没有任何人有任何理由去熟悉二项式定理和三角形的求解，除非他是职业科学家……回想起那些为了面包而滥用智力去浪费天真无邪的孩子们的宝贵时光的日子，我感到羞愧和堕落，他们本可以学习如此多美丽而有意义的事，而不是这门完全无用的、不近人情的学科。他们说，它训练头脑——它教会孩子思考。其实不然。事实上，它是一门枯燥乏味的学科，易于用做学校课程。其神圣不可侵犯性为教育家们省却了巨大的麻烦，它的主要用处便是让没有头脑的年轻人大学毕业后不诚实地混饭吃。他们把这门学科教给其他人，而其他人又把它教给下一代。”¹

奥德尼最终以“伯父全家在地中海遇难”为由，向“又矮又胖、丑得像欧几里得《几何原本》中的图形一样”的校长递交了辞呈。《几何原本》中的图形怎么啦？

一名数学教师尚且如此看待数学，更何况一般公众呢？英国学者赫佩尔（G. Heppel）曾在宣读于1893年改进几何教学协会会议的一篇论文中，引用下面的诗句来说明人们对枯燥乏味的数学课本的嘲讽²：

如果又一场洪水爆发，
请飞到这里来避一下，

1 Locke W J. *Morals of Marcus Ordeyne*. New York: Grosset & Dunlap publishers, 1906. 244-245.

2 Heppel G. The use of history in teaching mathematics. *Nature*, 1893, 48: 16-18.

即使整个世界被淹没，

这本书依然会干巴巴。

《圣经》中所讲的那场洪水，能够淹没整个世界，却未能浸湿我们的数学书，这是对数学多么辛辣的讽刺！斗转星移，沧海桑田，世界已不是百年前的世界，数学也不是百年前的数学，但世人对数学的印象却似乎并未改善。

今天，对于不少学生来说，苦游题海、备战高考的岁月并未给他们带来多少快乐的数学学习体验。一位文科生撰写打油诗一首，表达对数学的厌恶和恐惧：

凌晨三点起，星月来伴我。

问我为何愁，双眉深深锁。

术语乱如麻，公式爪哇国。

失足落陷阱，错题一大箩。

头昏又脑胀，心惊胆且破。

数学不爱我，无情相折磨。

另一位文科生如是写道——

面对一大堆数学符号，犹如面对奇形怪状的石头。相对无言，惟有汗千行。从此，数学一病不起，在我的世界中永远如同患了痼疾一般，无药可治得让我深恶痛绝，想得最多的就是赶紧逃离与它有关的世界……数学，想说爱你不容易。

在他眼里，数学就像一堆奇形怪状的石头，丑陋、生硬、冰冷、毫无生机。不只是他，谁又会喜欢这样的数学呢？

笔者曾经对选修《数学文化透视》（公共选修课）和《数学文化》（文科通识限选课）的部分学生做过一项调查，目的是了解他们对数学的看法。调查表明，相当一部分文科生和绝大多数艺术类学生看待数学的消极程度并不亚于马库斯·奥德尼。从调查结果来看，学生的数学观有以下特征。

除却考试无所用

所有学生心目中的数学都深深刻上了考试的烙印。许多学生心目中的数学不过是一门用于考试的学科而已。一位来自工商管理系、中学时代十分喜欢数学的同学这样写道：“我心目中的数学只是一个神奇的谜，在它面前，我一直都是一只井底之蛙，因为我看到的仅仅是数学试卷上老师批的分数，一些让我欢喜让我忧的数字。”另一位来自经济系、中学时代数学成绩很不错的同学如是

说：“我对数学的认识全部来自课堂，它给我带来最大的效用就是能应付考试。没有了考试，我不知道它还能不能吸引我。”

一名英语系学生认为，“以前在小学中学，不论是老师还是学生，都把数学当作一种算的学科，十分强调解题和运算，搞题海战术，至于数学到底学来干嘛，很多人都不清楚。因为老师上课不讲，只讲题目；学生也不去深究，只当它是个跳板，一块敲门砖，只要学好了，就能够跳进重点小学、中学，就能够敲开名牌大学的大门。在这样的教学模式下，数学被肢解了，被功利化了，数学的精神和思想被忽略或是扭曲了。这是数学的悲哀！”

被动学习成负担

不少学生的学习是被动的。一位来自英语系的学生这样写道：“对于数学，我只有死做题目的份：高中实在出于无奈，要不是老师的‘严刑逼迫’，我才不会去做那高强度的‘一课一练’。”一位来自中文系的学生多少带点偏激地写道：“初涉数学时，我不过如靖节先生所言般因役于口腹、从于人事而不得已为之。从小学到高中，在我看来，数学不过是升级、升学的一项负担、一条枷锁……过去中小学的数学教育只是让数学如童养媳般跟随他人左右，若非有父母之命在身，肯定会被一脚蹬掉！”

数学之美何处

部分学生感受不到数学美。一位来自政治学与行政学系的学生写道：“有人说，数学蕴含着浓郁的诗意，然而这并不是任何人都能体会到的。面对一个公式或一个理论，训练有素的数学家和物理学家常常发出‘美丽’的感叹，而对于不谙此道的普通人来说，却不过是一组无意义的符号。我深深感到自己永远也无法达到那个境界了。”一名来自英语系的学生如是说：“从初中开始，就经常听数学老师说‘数学是很美的’。可说实话，我从来没有体会到数学究竟有多美。我对数学的印象也就是数字+符号+定理、公式+草稿纸+埋头苦算。有时还真对陈景润能否沉浸于旁人看来枯燥乏味的演算中产生疑惑，数学真有那么大魅力？……我从来未曾因看到某一定理、某一公式的美丽而欣喜，实在是没有人给我打开过那扇通往数学之美的大门。”

回首难拾自信心

一些学生虽如愿以偿跨进大学门槛，可是对于数学的自信心早已荡然无存。一名来自英语系的女生这样描述自己学习数学的经历：

“小时候，我心中的数学是彩色的，由各色各样的模型和图片组成，可以触

摸。它藏在我的玩具中,我的连环画册里,我的衣服上……后来我上学了,小学初中时,数学对我来说是红色的。自从被灌了许多定理公式之后,它又换了一幅面目出现在我的生活中,在课本、练习和试卷上。我不得不放弃儿时的诸多关于数学的遐想,转而以毕恭毕敬的姿态迎接它。然而我的心灵从此却受到了压抑,数学的形象被一个个红色的叉叉给扭曲了。每个等号后面仿佛是无底的深渊,问号在威逼利诱我跳下去,而我却总是躲在悬崖边战战兢兢,冒汗发抖,仿佛眼前已浮现出红灯的幻影。这一片红色怎能叫我不紧张呢?高中时,数学对我来说是黑色的。高中的数学老师光溜溜的脑袋里蕴藏着哲学的智慧。他在对数学归纳法概括的那句‘有限的生命可以做无限的事’使我更加确定了数学天生的哲学气质,如同适合穿黑色晚礼服的人的庄重。然而我有限的智慧阻止了我进入那片深邃而神圣的宇宙。我身困填鸭式的题海中,并且丧失了辨别方向和游泳到岸边的能力。高考试卷上虚妄的分数对我只是一种嘲弄。其实我根本不懂数学,不懂数学的思维方式,那对我而言永远是可望而不可即的黑色,即使我身陷其中,也是浑然无知的。”

毋庸讳言,在数学文化课上,我们不得不面对许多厌恶数学、害怕数学、持有消极数学观的文科生。因此,我们为“数学文化”课程设定了五个目标。

改变一种印象

美国数学家和数学史家M·克莱因(M. Kline, 1908—1992)早在1986年就批评过数学教学:“各级各类小学、中学、大学都把数学作为一门孤立的学科来讲授,而很少将其与现实世界联系起来。”¹事实上,学生对数学的刻板印象多半源于我们的数学教学。

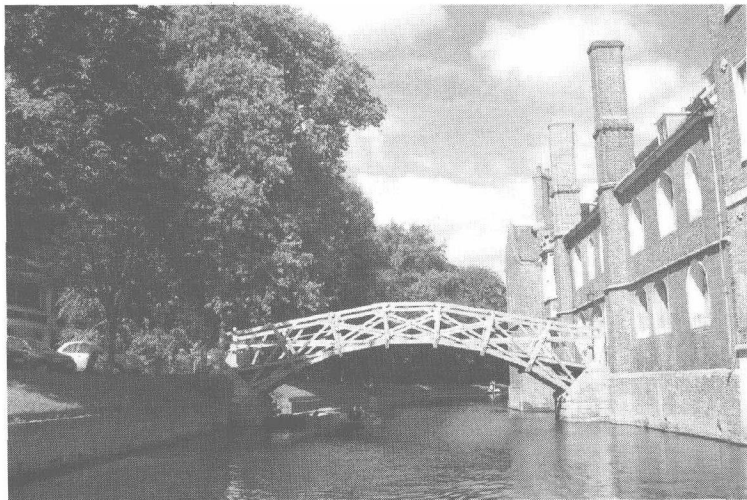
在第1讲,我们将通过自然界中的对称现象与斐波纳契数列现象、蜂房问题等来说明数学在自然界中的普遍存在性;在第2讲,我们将通过一些典型数学定理的起源与应用,说明数学与人类文明的密切关系;在第3讲,我们从欧拉公式出发,介绍其中三个常数 π 、 e 和 i 的历史以及它们在不同知识领域的应用。

我们希望通过这些中小学课堂鲜有涉及的内容的讲解,消除学生心目中对数学的消极印象。

1 Pace E. Obituary: Professor Morris Kline. The New York Times, June 10, 1992. <http://www.marco-learning-systems.com/pages/kline/obituary.html>.

架设一座桥梁

比利时-美国著名科学史家萨顿(G. Sarton, 1884—1956)曾指出:“在旧人文主义者和科学家之间只有一座桥梁,那就是科学史,建造这座桥梁是我们这个时代的主要文化需要。”¹类似地,我们也可以说,在数学和人文、艺术之间也只有一座桥梁,那就是数学文化,建造这座桥梁是当今大学生文化素质教育的需要。



剑桥大学的“数学桥”

中学的数学教育往往筛去了“文化”,只留下“技术”;数学与人类其他知识领域之间的关系更是无人问津。美国学者毕德维尔(J. Bidwell)打了这样的比喻:“在课堂里,我们常常这样看待数学,好像我们是在一个孤岛上学习似的。我们每天一次去岛上学习数学,埋头钻进一个纯粹的、洁净的、逻辑上可靠的、只有清晰线条而没有肮脏角落的书房。学生们觉得数学是封闭的、呆板的、冰冷无情的、一切都已发现好了的。”²

本课程的目标之二是在数学与人文、艺术领域之间架起一座桥梁。在第4讲,我们从规则的几何图形、比例、对称性、二次曲面等方面来揭示数学与建筑之间的关系。在第5讲,我们将介绍文艺复兴时期西方的透视画以及荷兰艺术

1 萨顿. 科学史与新人文主义. 陈恒六,等,译. 上海:上海交通大学出版社,2007. 51.

2 Bidwell J K. Humanize your classroom with the history of mathematics. *Mathematics Teacher*, 1993, 86 (6): 461-464.

家艾舍尔(M. C. Escher, 1898—1972)的作品;第6讲,从文学作品中的数学主题、文学中的数学方法、文学家与数学、数学家与文学等方面讲述数学和文学之间的密切关系。

提高一点素养

某报实习记者在题为《我证明了费马大定理,谁来证明我》的报道中,用下面的文字来引入主人公方友法“解决”费马大定理的故事:

17世纪中期的一天,法国著名数学家费马由于失恋想自杀,时间定于晚上零点。离自杀还有几小时,他随手拿起了一本前人的数学专著,翻到“将一个高于2次的幂分为两个同次的幂,这是不可能的”的结论时,觉得并不正确,他想把自己的思维记录下来,但偏偏身边没有纸,只能写在书的空白处,而书的空白处又写不下,于是他只好不无遗憾地写道:关于此,我确信已发现美妙的证法,可惜这里空白的地方太小,写不下。

写下这些后,费马发现原定的自杀时间已过,他就不再自杀。但事后,他自己也想不起那美妙的证法了……

从事律师职业、兼任图卢兹议会议员的费马(P. de Fermat, 1601—1665)酷爱数学,仕途顺利,何曾想过轻生?“将一个高于2次的幂分为两个同次的幂,这是不可能的”这个命题正是费马大定理,是费马读了丢番图(Diophantus)《算术》之后提出的,丢番图何曾提过?难道费马觉得“费马大定理”不正确?可见,尽管整篇报道讲费马大定理,但作者根本不知道费马大定理为何物。这位实习记者也许是中文系毕业的,也许是新闻系毕业的,他的数学和数学史知识严重匮乏,使得长篇报道成为一则笑话。

本课程的第三个目标是提高文科生的数学文化素养。第7讲为这一目标服务,讲述古往今来那些试图解决古希腊三大难题的“五好牌”们的悲剧性故事。

增添一分趣味

马克·吐温(Mark Twain, 1835—1910)说过:“工作是一个人被迫去做的事情,而玩耍则不是他非做不可的事情。”¹为什么趣味数学伴随着数学的发生古已有之?原因很简单:喜欢游戏是人类的天性,游戏是无需被迫去做的。换言之,人类对于游戏有着自然的兴趣。德国教育家第斯多惠(F. A. W. Diesterweg,

1 If he had been a great and wise philosopher, like the writer of this book, he would now have comprehended that Work consists of whatever a body is obliged to do, and that Play consists of whatever a body is not obliged to do. In: Twain M. *The Adventures of Tom Sawyer*, New York: Harper and Brothers, 1903. 34.

1790—1866)曾经指出:“兴趣会促进一个人的较大的爱好,惟有有教养的人才能领会兴趣,兴趣按其本身来说能促进培养。教师要有熟练的技巧来活跃课堂教学,引起学生的浓厚学习兴趣,因为兴趣会使学生自然而然对真善美产生乐趣,并会使学生心甘情愿追求真善美。”¹

增加数学的趣味性,让学生对数学产生兴趣,是本课程的第四个目标。第8讲介绍历史上一些典型的趣味数学问题。摆渡问题家喻户晓、妇孺皆知;数字棋作为“哲学家的游戏”,曾长盛不衰数百年;约瑟夫问题源自生死攸关的战争故事;三罐分酒问题让一个孩子初尝成功体验,深深爱上数学;十五子戏广为流传,成了人类痛苦的渊藪;梵天塔问题带着古老神话的神秘,依然是我们今天数学教学的素材;蜘蛛与苍蝇问题挑战我们的直觉;关系问题训练我们的逻辑思维能力;几何谬论则激发我们的好奇,引发我们的探究。

趣味数学问题将让我们感受到数学的无穷魅力。

传递一缕书香

历史上,无数先哲为我们留下了宝贵的精神财富。本课程的第五个目标便是向学生传递数学背后的人文精神。在第9讲,我们将穿越时空,奔赴与数学先哲的心灵之约,聆听他们平凡而又不凡的故事。

追求真理、放弃财产的阿那克萨哥拉,在铁窗下依然做着数学研究;家境贫寒、身为书童的拉繆斯挑灯夜读、自强不息、九年磨砺,终获硕士学位;挑战世俗、筚路蓝缕的索菲·热尔曼在墨水结冰的冬夜依然勤学不怠;少年失学、三载学徒的华里司不向命运低头,焚膏继晷,终成大学教授;初识西学、茫然不解的华蘅芳潜心学习,最终领悟微积分的奥妙;出生文科、害怕数学的法布尔知难而进,在壁炉的火光下度过一个又一个钻研数学的不眠之夜……先哲们的勤奋和执着,他们对真理和美的不懈追求,他们对权威的怀疑和挑战,无不是数学精神的一部分。

M·克莱因曾指出,历史上数学家所遇到的困难,正是今日课堂上学生所遇到的学习障碍,²英国数学史家福弗尔(J. Fauvel, 1947—2001)曾总结数学教学中运用数学史的理由,其中有“使学生感到数学不那么可怕”、“使

1 第斯多惠. 德国教师培养指南. 袁一安,译. 北京:人民教育出版社,2001.

2 Kline M. A proposal for the high school mathematics curriculum, *Mathematics Teacher*, 1966, 59 (4): 322-330; Kline M, Logic versus pedagogy. *American Mathematical Monthly*, 1970, 77 (3): 264-282; D. Albers J, Alexanderson G L. (eds.), *Mathematical People: Profiles and Interview*, Boston: Birkhäuser, 1985. 171.

学生获得心理安慰”以及“改变学生的数学观”¹。美国学者琼斯(P. S. Jones, 1912—2002)认为,数学史的用途之一是向学生揭示概念的困难与阻碍进步的错误²。在本讲最后,我们将通过数学史上的若干谬误,揭示数学活动的庐山真面目,告诉学生,数学不过是人类的一种文化活动,数学学习和数学研究都会遭遇困难、挫折、失误和失败。

现在,且让我们走进精彩纷呈的数学文化世界。

1 Fauvel J. Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 1991, 11(2): 3-6.

2 ANON. The dangerous hole of zero. *HPM Newsletter*, 2001 (46): 2-3.

目录 | Contents

前言

第 1 讲 自然之秘	1
1.1 对称之魅	1
1.2 生命之线	8
1.3 蜜蜂之智	12
1.4 斐氏之灵	16

第 2 讲 文明足迹	25
2.1 百牛之祭	25
2.2 隔岸量河	36
2.3 海岛奇迹	40
2.4 天外来客	42
2.5 牛刀小试	47
2.6 财富理论	54

第 3 讲 东晴西雨	58
3.1 千古绝技	59
3.2 泥版一角	69
3.3 精彩纷呈	73
3.4 世界纪录	77
3.5 小趣闲觅	81
3.6 并非玩笑	85
3.7 连续复利	85
3.8 真伪之辨	87
3.9 孰与争锋	89
3.10 艰难之旅	92
3.11 荒岛寻宝	94

第 4 讲 赏心悦目	97
4.1 几何之美	97
4.2 比例之谐	103
4.3 重逢对称	110
4.4 二次曲面	112
4.5 数学之魅	116