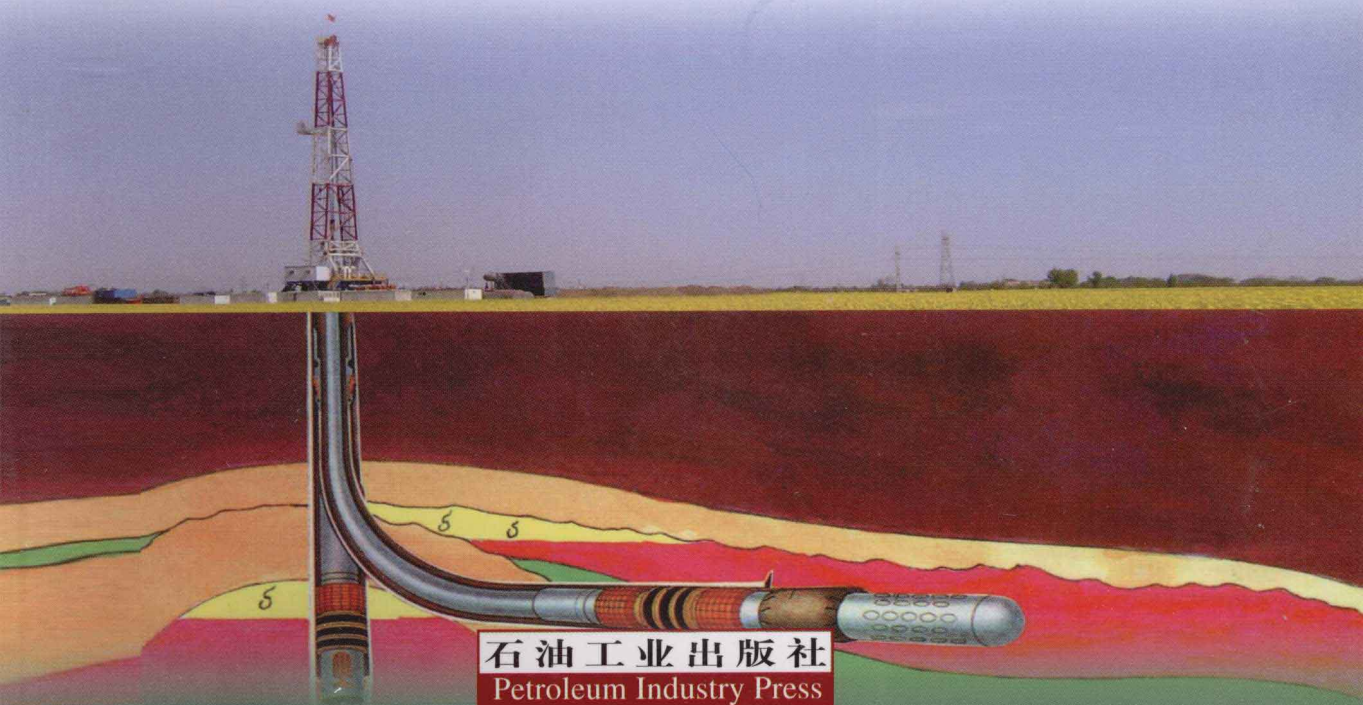


高等学校教材

石油钻采管柱力学

刘巨保 岳欠杯 等编著



石油工业出版社
Petroleum Industry Press

内 容 提 要

本书是作者对从事石油钻采管柱力学分析及应用的相关工作的系统总结,同时也对国内外钻采管柱力学分析的常用方法进行了论述。全书共分六章,内容包括石油钻采管柱力学概述、钻柱力学分析的解析法及其应用、钻柱力学分析的有限单元法、套管与套管串力学分析及应用、抽油杆柱力学分析及应用、钻采杆管柱连接螺纹力学分析及应用。

本书可作为石油院校有关专业本科生和研究生的教材,也可供有关教师和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

石油钻采管柱力学/刘巨保,岳欠杯等编著.

北京:石油工业出版社,2011.8

ISBN 978 - 7 - 5021 - 8660 - 9

I. 石…

II. ①刘…②岳…

III. 油气钻井 - 井下管柱 - 动力学 - 高等学校 - 教材

IV. TE931

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 180641 号

出版发行:石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址:www.petropub.com.cn

编辑部:(010)64251362 发行部:(010)64523620

经 销:全国新华书店

印 刷:石油工业出版社印刷厂

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

787 × 1092 毫米 开本:1/16 印张:18

字数:455 千字

定价:32.00 元

(如出现印装质量问题,我社发行部负责调换)

版权所有,翻印必究

前 言

石油钻采管柱力学是石油行业特有结构(超细长梁)的力学分析问题,也是油气井工程和力学的交叉科学。本书针对石油工程科学和技术发展的需要,对石油钻采力学问题进行了比较系统的研究。

本书针对钻采管柱这类细长杆柱结构和不同工作状态,系统论述了各种分析方法和应用,特别是融入了最新的力学分析理论(如间隙元理论等)和现代钻采技术与装备的说明(如大位移水平井等)。全书共六章。第一章简要介绍了石油钻采管柱力学的工程背景和研究意义、研究对象和内容、研究方法和工程应用;第二章介绍了钻柱力学分析的解析方法及其应用;第三章介绍了利用有限元方法对钻柱进行静力学分析、振动分析以及瞬态动力学分析;第四章对套管及套管串进行力学分析;第五章介绍了抽油杆柱力学分析与设计、扶正器安放位置计算与杆管防偏磨技术以及抽油工况诊断与工艺参数优化;第六章介绍了连接螺纹力学分析。

本书编著者先后承担完成了国家“八五”重大科技攻关项目“水平井配套技术”、“九五”重大科技攻关项目“侧钻水平井配套技术”和国家自然科学基金项目(10672037)“旋转钻柱与钻井液耦合动力学分析方法研究”,并已发表多篇学术论文。编著者特别在解决钻采管柱这类细长杆管柱多向接触非线性问题中提出了“间隙元”理论,完成了各类杆管柱的静力学、瞬态动力学、振动模态分析,并在水平井、深井、小井眼井等特殊工艺井中的钻柱、套管串、抽油杆柱中得到应用,取得了丰硕的研究成果。编著者将这方面研究成果总结成自编教材,为现场技术人员、研究生、本科生开设了《石油钻采管柱力学》课程,取得了良好效果,从而形成了本书的主要章节。本书第一章、第五章、第六章第一节至第三节由刘巨保教授完成,第二章第一节至第七节由李治森老师完成,第二章第八节及第三章第一节由岳欠杯老师完成,第三章第二节至第三章第四节由罗敏教授完成,第四章由张强博士完成,第六章第四节由丁宇奇老师完成。

在国内科研和人才培养中,经常涉及钻采管柱力学分析方面的知识,每年都有大量论文发表,但有关这方面系统论述的书籍不多。因此,本书可作为石油院校及工科院校有关专业本科生和研究生的教材,也可供相关专业教师和工程技术人员参考。

由于编者水平有限,书中难免有疏漏或不当之处,敬请读者批评指正。

编著者

2011年4月于东北石油大学

目 录

第一章 石油钻采管柱力学概述	(1)
第一节 钻采管柱力学的工程背景和研究意义	(1)
第二节 钻采管柱力学的研究对象和研究内容	(15)
第三节 钻采管柱力学的研究方法和工程应用	(17)
参考文献	(17)
第二章 钻柱力学分析的解析法及其应用	(18)
第一节 钻柱工作与受力状态描述	(18)
第二节 钻柱力学研究及其应用现状	(21)
第三节 钻柱浮力计算及其应用	(33)
第四节 钻柱弯曲变形及临界状态分析	(36)
第五节 钻柱弯曲与变形分析的能量法	(40)
第六节 纵横弯曲梁理论在钻具受力变形分析中的应用	(45)
第七节 钻柱振动理论及应用	(56)
第八节 钻柱摩阻力计算及应用	(68)
参考文献	(73)
第三章 钻柱力学分析的有限单元法	(78)
第一节 钻柱非线性静力学分析的有限单元法	(78)
第二节 钻柱振动模态分析的有限单元法与疲劳强度	(115)
第三节 钻柱非线性瞬态动力学分析的有限单元法	(132)
第四节 管道内旋转细长梁的固液耦合动力学分析	(148)
参考文献	(153)
第四章 套管与套管柱力学分析及应用	(156)
第一节 套管的功能和类型概述	(156)
第二节 套管的拉伸变形分析	(157)
第三节 套管的弯曲变形分析	(159)
第四节 斜井与水平井套管扶正器计算的三弯矩方程	(168)
第五节 套管柱受力变形分析与居中度预测	(174)
第六节 水平井筛管外挤压应力计算与强度评价	(180)
第七节 水力割缝套管应力计算与强度评价	(184)

第八节 压裂管柱受力分析与应用	(188)
参考文献	(190)
第五章 抽油杆柱力学分析及应用	(192)
第一节 往复泵抽油杆柱载荷计算与设计方法	(192)
第二节 往复泵抽油杆柱动力学分析及应用	(197)
第三节 螺杆泵抽油杆柱载荷计算与强度校核	(210)
第四节 螺杆泵抽油杆柱动力学有限元分析	(220)
第五节 钢丝绳柔性抽油杆柱瞬态动力学分析	(230)
第六节 抽油杆、油管、套管柱双层接触分析	(237)
参考文献	(243)
第六章 钻采杆管柱连接螺纹力学分析及其应用	(244)
第一节 钻采杆管柱连接螺纹及应用情况	(244)
第二节 抽油杆连接直螺纹力学分析与强度计算	(246)
第三节 锥螺纹力学分析与抗扭抽油杆设计计算	(262)
第四节 钻具连接螺纹有限元分析及其应用	(274)
参考文献	(278)

第一章 石油钻采管柱力学概述

第一节 钻采管柱力学的工程背景和研究意义

一、油气井与井眼轨道

1. 井眼轨道的基本要素

油气井是以勘探开发石油和天然气为目的,在地层中钻出的具有一定深度的圆柱形孔眼。

假设井眼轨道是一条空间曲线,则可以用空间直角坐标系来描述。选取笛卡儿坐标系 $ONED$ 。原点 O 选在井口处; N 轴指向正北,单位矢量为 i ; E 轴指向正东,单位矢量为 j ; D 轴垂直向下,单位矢量为 k (图 1-1)。描述井眼轨道的参数主要有下述几种:

(1) 井眼轴线:井眼中心线。

(2) 井眼轨道:井眼轴线所在空间的形状。

(3) 井深(D_m):自井口至井内某测点间的井眼轴线的实际长度。

(4) 井斜角(α_i):井眼轴线上某一点的切线(钻进方向)与该点铅垂线之间的夹角。

(5) 方位角(φ):从正北方向线顺时针转至井眼轴线上某一点的切线(钻进方向)在水平面上的投影线的夹角。

(6) 垂深(D):井眼轴线上某测点至井口的垂直距离。

(7) 北坐标(N):从井口至井眼轴线上某一点在北坐标轴上的投影的距离。

(8) 东坐标(E):从井口至井眼轴线上某一点在东坐标轴上的投影的距离。

(9) 井眼曲率(R_h):单位长度井段井眼轴线的切线所转过的角度。

(10) 井眼挠率(R_n):单位长度井段井眼轴线的副法线所转过的角度。

2. 井身剖面

井身在垂直平面内的投影为井身剖面,如图 1-2 所示。

(1) 直井段:设计井斜角为零度的井段。

(2) 造斜点(D_{kop}):开始定向造斜的位置称为造斜点,通常以该点的井深来表示。

(3) 造斜率(R_b):造斜工具的造斜能力,即该造斜工具所钻出的井段的井眼曲率。

(4) 造(增)斜段:井斜角随井深增加的井段。

(5) 稳斜段:井斜角保持不变的井段。

(6) 降斜段:井斜角随着井深的增加而减小的井段。

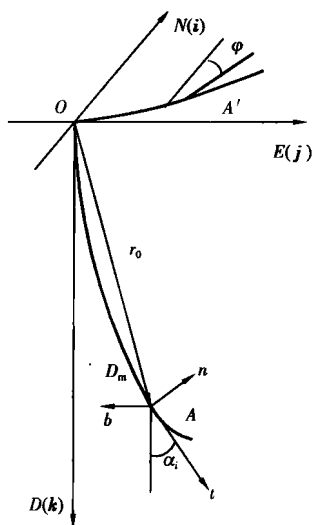


图 1-1 井眼轨道的基本要素

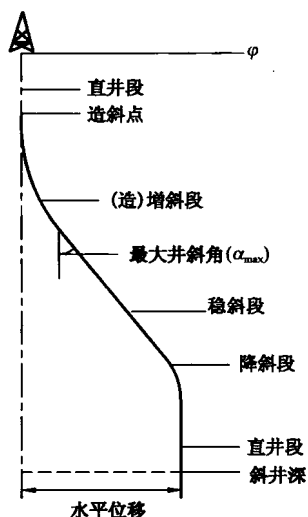


图 1-2 基本井身剖面

3. 井眼轨道参数间的数学关系

1) 基本参数

实际钻井在钻进一定的井段后,要进行测斜,被测的点叫测点,每个测点的基本参数有 3 项:井斜角、方位角和井深,这 3 项称为井身基本参数,也叫井身三要素,依据井身三要素可确定出其他参数,因此将它们称为基本参数。

2) 坐标参数

坐标参数用于描述井眼轨道空间位置,主要有垂深(D)、北坐标(N)、东坐标(E)。

3) 挠曲参数

挠曲参数用于描述井眼轨道弯曲和扭转程度,主要有井眼曲率(R_h)和井眼挠率(R_n)。

4) 坐标参数与基本参数之间的关系

坐标参数与基本参数之间的关系可以用下式表示:

$$\begin{cases} N(l) = \int_0^l \sin \alpha_i \cos \varphi dl \\ E(l) = \int_0^l \sin \alpha_i \sin \varphi dl \\ D(l) = \int_0^l \cos \alpha_i dl \end{cases} \quad (1-1)$$

式中 l ——井深, m;

α_i ——井斜角, ($^\circ$);

φ ——方位角, ($^\circ$)。

5) 挠曲参数与基本参数之间的关系

若将井眼轨道用矢量表示,有:

$$\mathbf{r}_0 = N\mathbf{i} + E\mathbf{j} + D\mathbf{k} \quad (1-2)$$

则伏雷内公式为:

$$\begin{cases} \mathbf{t} = \frac{d\mathbf{r}_0}{dl} \\ \frac{d\mathbf{t}}{dl} = \kappa_b \mathbf{n} \\ \frac{d\mathbf{n}}{dl} = \kappa_b \mathbf{t} - \kappa_n \mathbf{b} \\ \frac{d\mathbf{b}}{dl} = -\kappa_n \mathbf{n} \end{cases} \quad (1-3)$$

其中

$$\begin{cases} \kappa_b^2 = \frac{d^2 r_0}{dl^2} \cdot \frac{d^2 r_0}{dl^2} \\ \kappa_n = \frac{\left(\frac{dr_0}{dl}, \frac{d^2 r_0}{dl^2}, \frac{d^3 r_0}{dl^3} \right)}{\kappa_b^2} \end{cases} \quad (1-4)$$

式中 t, n, b ——分别为切线、主法线和副法线方向的单位向量;

κ_b, κ_n ——分别为 r_0 点的曲率和挠率, $(^\circ)/m$ 。

二、油气田开发与井型

油气井可按钻井的目的分为探井和开发井。探井是在油气田范围内,为确定油气藏是否存在,圈定油气藏边界,并对油气藏进行工业评价,取得油气开发所需要的地质资料而钻的探井。各勘探阶段所钻的探井又可分为预探井、初探井、详探井等。开发井是指为开发油气田所钻的各种采油、采气井和注水、注气井,或在已开发油气田内,为保持一定产量并研究开发过程中地下情况变化的所钻调整井、补充井、扩边井、检查资料井等。

油气井可按完钻后的井深分为浅井、中深井、深井和超深井,超深井一般指井深大于 6000m 的井,深井一般指深度为 4500 ~ 6000m 的井,中深井一般指深度为 2000 ~ 4500m 的井,浅井一般指深度小于 2000m 的井。

按井眼轴线形状可分为直井和斜井,直井是设计井眼轴线为铅垂线,实钻井眼轴线大体沿铅垂方向,其井斜角、井底水平位移和全角变化率均在限定范围内的井。斜井是沿着预先设计的井眼轨道,按既定的方向偏离井口垂线一定距离而钻达目标的井。它还可分为普通定向井、大斜度井、水平井、分支井、斜直井等,井型剖面见图 1-3。

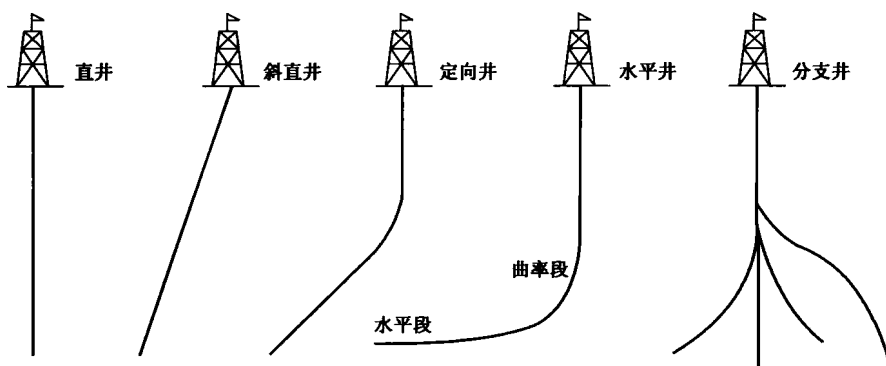


图 1-3 各种井型剖面结构示意图

1. 直井、斜直井

直井的井眼轨道是一条铅垂线,它是最早的井型。这种井型结构简单,只需钻柱旋转钻井即可钻出井眼,目前各油田仍在广泛使用。深井钻井技术较复杂,是“八五”中国石油天然气总公司科技攻关项目。井眼直径较小的直井称为“小井眼直井”,通常是指全井 90% 的井径都小于 177.8mm 或井径小于 152.4mm 的井,小井眼井钻井周期短、开发油气田成本低,是老油田提高产量的主要途径之一,也是“九五”中国石油天然气总公司科技攻关项目。当井眼轨道为一条斜直线时,这种井型被称作“斜直井”,斜直井需用地面可倾斜的专用钻机来钻进。

2. 定向井、丛式井、侧钻井

定向井的井眼轨道为一条任意曲率的空间曲线,一般由直井段、曲率段、稳斜段组成,它是国外在 20 世纪 60 年代至 70 年代开发研究的井型,也是“七五”国家重大科技攻关项目。这种井型的最大特点是井口和地下目的点有一段水平距离,在定向时需井下专用工具、并采用滑移钻井方式。定向井已在沼泽、低洼、沙漠、海洋等油气田广泛使用,例如可用于地面有障碍物或环境保护的地区,如图 1-4 所示。

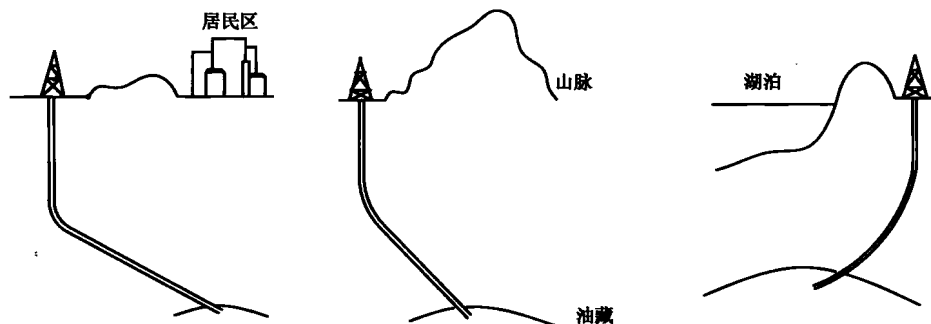


图 1-4 由于地面情况的限制而钻的定向井实例

含油构造有时与盐丘构造共生,部分盐丘可能直接覆盖在油藏上面,定向井可绕开地下障碍层进行开发,如图 1-5(a) 所示;也可用于障碍物或落鱼卡在井底时,绕过落物侧钻,如图 1-5(b) 所示;另外,它也可以在同一井场向地下不同深度和不同方向目的层钻井,形成井组或井群,即丛式井,如图 1-5(c) 所示。丛式井能够降低开发成本,有利于集中管理和环境保护。

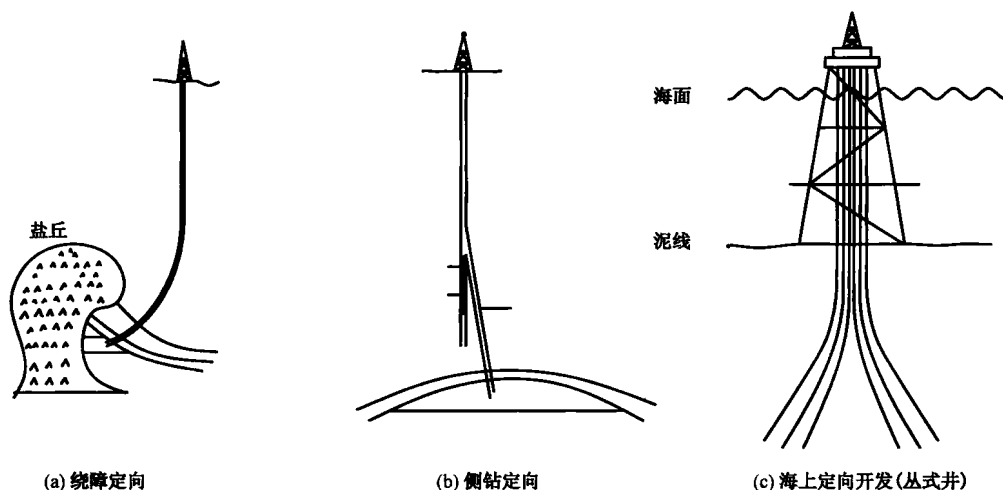


图 1-5 定向井井型

侧钻是指离开原来所钻井眼,从侧面重新开眼钻进。在石油钻探开发中,由于直井井身质量不符合标准、井下有难以处理的复杂情况、定向井井眼轨迹不能达到设计中靶要求、水平井为了提高油层的中靶率需要打导眼等情况需要定向侧钻;还有完钻后电测找不到油层、老井产油量低、井眼污染及套管损坏等情况需要对某些已钻井眼进行定向侧钻。定向侧钻主要有两种情况:一种是裸眼定向侧钻;另一种是套管内定向侧钻,包括套管开窗侧钻和锻铣套管侧钻。

(1)裸眼侧钻:在已钻的井眼内,在预定的井深采用定向工艺另钻新井眼的工艺过程。

(2)套管开窗侧钻:在套管上开窗钻新井眼的工艺过程。

(3)锻铣套管侧钻:用磨铣工具磨掉一段套管,使井眼在360°方向上裸露,便于井下动力钻具在任何方向侧钻的工具。锻铣套管侧钻与裸眼定向侧钻基本相同。

套管开窗侧钻已获得广泛应用,该技术是石油勘探、开发过程中提高探井成功率和油气采收率、提高产能的重要手段,是一项投资少、见效快的增油上产工艺技术,不仅可缩短钻井周期,而且可以节约钻井成本。套管开窗侧钻能使死井复活、老井更新,调整和完善原有的井网结构;套管开窗侧钻能强化采油、延长油藏开采年限、提高最终原油采收率;套管开窗侧钻可以充分利用老井场和地面设施,节约建设投资,保护环境;套管开窗侧钻过程中,可以获得新的地质资料,为重新认识油层提供依据。

3. 水平井、阶梯水平井、大位移井

水平井是利用特殊的井底动力钻具与随钻测量仪器,钻成井斜角大于86°并保持这一角度钻进一定长度井段的定向钻井技术。在油气田开发中,水平井可以增加目的层长度,增大泄油面积,数倍地提高油气产量。水平井钻井技术包括随钻测量技术、井眼轨迹控制技术、井壁稳定技术、钻井完井液技术等,根据井眼曲率半径可划分为长半径(300~900m)水平井、中半径(90~300m)水平井、短半径(6~12m)水平井和径向(<2m)水平井,从垂直井段转变为水平井段的曲率半径越小,施工难度越大。短半径水平井目前应用较广,其基本特点是曲率半径小、曲线段短,因此短半径水平井具有下述主要优点:

- (1)井身剖面简单,不需要稳斜段;
- (2)垂深误差小,易于实现中小目标,易于侧钻;
- (3)造斜点低,可避开事故段;
- (4)可在较小的范围内最大限度地穿过油层,且不受地表环境影响;
- (5)抽油泵可设置在造斜点以上的直井段内进行开采。

由于短半径水平井具有上述优点,因此它的应用领域十分广阔,可应用于薄油层、小区块、死油区、气(水)锥、低压油藏等复杂类型油气藏,增加油气产量;也可应用于目的层上方地层较复杂易出事故的区域,降低钻井成本。

阶梯水平井是指在一个井眼中连续完成具有一定高度差的两个或者多个水平井段,形成具有两个或多个台阶的井眼轨迹,用一个井眼开采或者勘探两个或多个层叠状油藏、断块油藏的水平井井型。利用阶梯水平井连续在两个或两个以上油层中水平延伸一定长度,节约了重复钻井的投资,显著增加了单井产量,大幅度地提高勘探开发的综合经济效益,可取得最佳的开发效果,已成为油气田开发的重要手段之一。

一口成功的阶梯式水平井,能实现取代两口或多口水平井的开发目的,既节约投资,又能获得好的效益。常用于阶梯式水平井开发的区块具有以下特点:层叠式或不整合薄油藏;断块油藏;上部油层断失或尖灭,存在下部可供开采的油藏。

阶梯水平井是在定向井、水平井技术基础上发展的一种新型水平井,由于阶梯水平井在水平井段内要进行若干个阶梯段,穿越不同层段油气藏,这就使水平段井眼轨道曲率变化大,给水平段钻井完井作业带来一系列困难,从而形成了如下关键技术:

- (1)钻柱摩阻力分析评价;
- (2)钻柱强度计算与校核;
- (3)旋转钻井时转盘极限转速计算;

- (4) 阶梯段升降极限与轨道设计;
- (5) 套管串通过能力分析评价;
- (6) 阶梯水平段钻井液流变特性研究与携沙能力分析;
- (7) 阶梯水平段钻井工艺、完井工艺的配套技术。

对大位移井的定义目前有两种:一种是指测深大于或等于垂深 2 倍的定向井或水平井,当大于 3 倍时,则称为特大位移井,这是在第 14 届世界石油大会上提出的;另一种是指水平位移大于或等于垂深 2 倍的定向井或水平井,这种方法在垂直剖面图上看起来比较直观。大位移井是国外 20 世纪 80 年代开发研究的,也是“八五”国家重大科技攻关项目。这种井型难度较大,尤其是随着水平位移延长,钻柱摩阻力和扭矩增大,使井下卡钻事故的风险性增加。

大位移井有以下优势:

- (1) 用大位移井开发海上油气田,可大量节省费用;
- (2) 靠近海岸的近海油田,可钻大位移井进行勘探开发;
- (3) 利用大位移井开发断块油藏,可以实现单井穿越多个地质目标,减少钻井数量,节约成本;
- (4) 不同类型油气田钻大位移井可提高经济效益;
- (5) 使用大位移井可以代替复杂的海底井口开发油田,既可节省海底设备又可节省大量投资;
- (6) 利用大位移井可以在环保要求高的地区钻井,以满足环保要求。

大位移井的关键技术有扭矩摩阻计算、钻柱设计、井壁稳定、井眼净化、钻井液选择固控、套管作业、定向钻井优化与测量、钻柱振动与钻机设备控制等。由于大位移井是一项高新技术,同时由于大位移井在国外的成功应用以及取得巨大的经济效益,促进了国内对大位移井技术的研究与应用,目前该井型在各油田已普遍使用。

4. 多分支井

多分支井,就是从一个主井筒中侧钻出两个或两个以上的分支井筒的井,一般将井下两个井眼钻在同一层的叫多底井,相应地将两个井眼钻在两个不同油层上的井叫分支井,通常把这两种类型的油井统称为多分支井。

多分支井有多种类型,如图 1-6 所示。多分支井的主要目的是强化采油,提高钻井效率,提高采收率,调整油田的平面和纵向开采层位,便于油藏的管理。从世界范围来看,多分支井一般用于低渗透非均质地层、小厚度的产层、油藏面积小或分隔性油层、开发裂缝性油藏、高粘度油藏和水淹层油藏等。如果对油层认识充分,多分支井就可以从一个主井筒中开采多个油块,这比钻多口直井要经济。

多分支井的应用是非常广泛的,因此世界各国在各种不同的油藏条件下完成了大量的多分支井,取得了明显的经济效益。综合分析,多分支井有以下一些优点:

- (1) 具有接触更大油藏面积的能力,因此能由单一井眼控制更大的采油面积;
- (2) 具有一个以上水平段采油能力或有效开发多层油藏的能力;
- (3) 可以防止锥进效应;
- (4) 使用较少的直井开发不规则形状油田,占地面积较小;
- (5) 降低开采成本;
- (6) 可通过多个分支井长度的总和达到指定的水平段长度;
- (7) 可减少井下或地面设备的投资或日常管理费用;

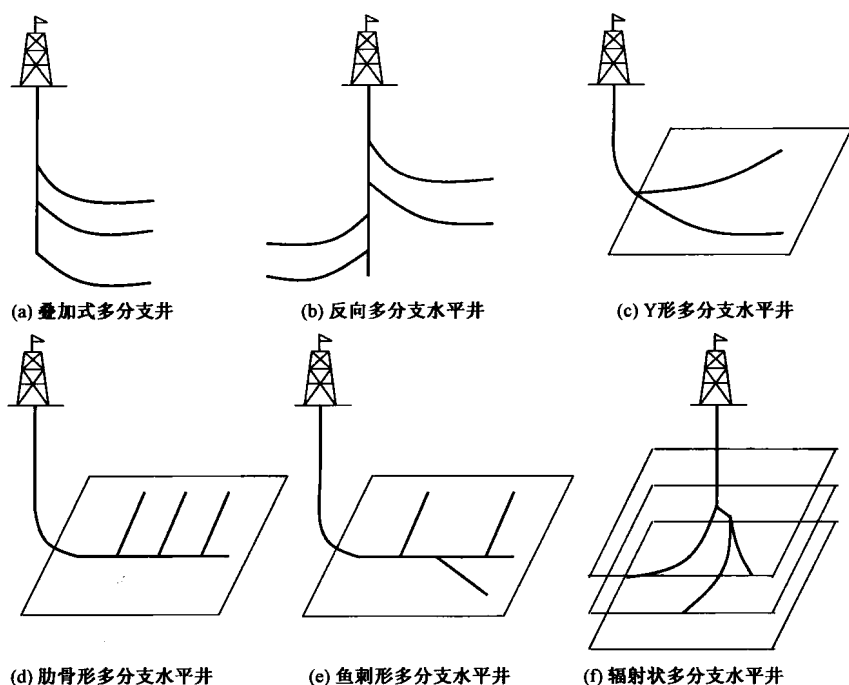


图 1-6 多分支井的几种典型形式

(8)减少地面油池的数量,因而可以减少对环境的污染;

(9)具有多方向找到油藏边界极限的能力;

(10)直井的油藏动用程度不超过 50%,而分支水平井可达 60% ~ 80%。

近年来,多分支井技术已逐步被认为是提高油气储层动用程度、开采低产难采储量、改善低效油田开发效果、提高采收率、降低建井成本的有效手段之一,但对钻井过程中的井眼轨迹控制、摩阻扭矩控制、钻柱振动控制也提出了更高的要求,因此多分支井钻井技术目前已成为钻井技术领域的重大研究课题。无论国内外各大公司或企业都相继投入了大量人力、物力开展了卓有成效的工作,并已成为国外主要石油公司的标志性技术。开展多分支井技术研究对提高油田开采的整体技术水平和创造直接经济效益都是十分重要的。

从以上油气井型的发展可以看到,井眼轨道已由一条简单的铅垂线转变成一条任意曲率的空间螺旋线,最后又变成树状型的多条螺旋线组合;同时,井眼直径由大变小,井深由浅变深,这就使得井眼轨道、井身结构变得相当复杂,而石油钻采管柱又是地面设备与井下的唯一连接体,具有传输介质和传递动力功能,其工作状态直接关系到钻井和采油作业的效率和安全。

三、井眼轨道的空间描述与计算

1. 三次样条函数拟合井斜角和方位角

井眼轨迹是钻头在钻压和扭矩作用下,连续不断破碎岩石形成的,在钻井过程中下部钻柱发生弯曲变形要受到井壁的限制。根据样条的定义,钻柱本身类似一根弹性样条,由于下部钻柱组合的扶正特性,定向井井眼轨迹应当是一条连续变化的“光滑”曲线,因此井斜角和方位角的变化也是连续的,即不会在通常的测距范围内出现“拐点”,如果不是这样,则无法钻井。因为井斜和方位的突然变化,势必形成严重的“狗腿”,造成卡钻或井下事故。所以在工程上

一般用三次样条函数来模拟井眼轨迹,尤其是定向井井眼轨迹。

1) 井眼三次样条插值

设已知井在某井段 $[a, b]$ 上,给定一组有序的测点:

井深: $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_N = b$

对应的两组函数值为:

井斜角: $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_N$;

方位角: $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_N$ 。

在此,分别将井斜角和方位角看成是随井深变化的函数(无表达式的离散函数)。根据三次样条函数的定义,可以构造三次井眼样条函数 $S(x)$ 和 $Q(x)$,使其满足:

(1)在区间 $[a, b]$ 的每个子区间 $[x_{K-1}, x_K]$ 上, ($K=1, 2, \cdots, N$), $S(x)$ 和 $Q(x)$ 是一个三次多项式。

(2) $S(x_K) = \alpha_K$ ($K=0, 1, 2, \cdots, N$); $Q(x_K) = \beta_K$ ($K=0, 1, 2, \cdots, N$)。

(3)在 $[a, b]$ 上, $S(x)$ 和 $Q(x)$ 具有连续的二阶导数。则称 $S(x)$ 和 $Q(x)$ 为 $[a, b]$ 上,分别插值于井斜角 α 和方位角 β 的三次井斜样条函数和三次方位样条函数,统称为三次井眼样条函数。

2) $S(x)$ 和 $Q(x)$ 的计算公式

根据三次样条函数的性质,推导出三次井斜样条函数和三次方位样条函数的表达式如下:

$$S(x) = \frac{M_{K-1}(x_K - x)^3}{6L_K} + \frac{M_K(x - x_{K-1})^3}{6L_K} + \left(\frac{\alpha_K}{L_K} - \frac{M_K L_K}{6}\right)(x - x_{K-1}) + \left(\frac{\alpha_{K-1}}{L_K} - \frac{M_{K-1} \cdot L_K}{6}\right)(x_K - x) \quad (1-5)$$

$$Q(x) = \frac{m_{K-1}(x_K - x)^3}{6L_K} + \frac{m_K(x - x_{K-1})^3}{6L_K} + \left(\frac{\beta_K}{L_K} - \frac{m_K L_K}{6}\right)(x - x_{K-1}) + \left(\frac{\beta_{K-1}}{L_K} - \frac{m_{K-1} \cdot L_K}{6}\right)(x_K - x) \quad (1-6)$$

式中 $K=1, 2, 3, \cdots, N-1$;

L_K ——两测点间的距离, $L_K = x_K - x_{K-1}$, m;

x_K, x_{K-1} ——相邻两个测点的井深, m;

x ——插值点处的井深, m;

N ——测点个数;

α_K, α_{K-1} ——相邻两个测点的井斜角, ($^\circ$);

β_K, β_{K-1} ——相邻两个测点的方位角, ($^\circ$)。

还需要指出的是式(1-5)和式(1-6)中 $M_K = S''(x_K)$, $M_{K-1} = S''(x_{K-1})$, $m_K = Q''(x_K)$, $m_{K-1} = Q''(x_{K-1})$ 。

为了确定 $S(x)$ 和 $Q(x)$,必须求出 M_K, m_K ($K=0, 1, 2, \cdots, N$), 经过推导,可以得到确定 M_K, m_K 的线性方程组如下:

$$\begin{cases} 2M_0 + \lambda_0 M_1 = D_0 \\ \mu_1 M_0 + 2M_1 + \lambda_1 M_2 = D_1 \\ \vdots \\ \mu_{N-1} \cdot M_{N-2} + 2M_{N-1} + \lambda_{N-1} M_N = D_{N-1} \\ \mu_N \cdot M_{N-1} + 2M_N = D_N \end{cases} \quad (1-7)$$

以及

$$\begin{cases} 2m_0 + \lambda_0 m_1 = d_0 \\ \mu_1 m_0 + 2m_1 + \lambda_1 m_2 = d_1 \\ \vdots \\ \mu_{N-1} \cdot m_{N-2} + 2m_{N-1} + \lambda_{N-1} m_N = d_{N-1} \\ \mu_N \cdot m_{N-1} + 2m_N = d_N \end{cases} \quad (1-8)$$

式(1-7)和式(1-8)可以写成如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_0 & & & \\ \mu_1 & 2 & \lambda_1 & & \\ & \mu_2 & 2 & \lambda_2 & \\ & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & \mu_{N-1} & 2 & \lambda_{N-1} \\ & & & \mu_N & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{N-1} \\ M_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_0 \\ D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_{N-1} \\ D_N \end{Bmatrix} \quad (1-9)$$

以及

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_0 & & & \\ \mu_1 & 2 & \lambda_1 & & \\ & \mu_2 & 2 & \lambda_2 & \\ & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & \mu_{N-1} & 2 & \lambda_{N-1} \\ & & & \mu_N & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m_0 \\ m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{N-1} \\ m_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{N-1} \\ d_N \end{Bmatrix} \quad (1-10)$$

式(1-9)和式(1-10)中:

$$D_0 = \frac{6}{L_1} \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_0}{L_1} - \alpha'_0 \right)$$

$$D_N = \frac{6}{L_N} \left(\alpha'_N - \frac{\alpha_N - \alpha_{N-1}}{L_N} \right)$$

$$\begin{aligned}
d_0 &= \frac{6}{L_1} \left(\frac{\beta_1 - \beta_0}{L_1} - \phi'_0 \right) \\
d_N &= \frac{6}{L_N} \left(\beta'_N - \frac{\beta_N - \beta_{N-1}}{L_N} \right) \\
\lambda_0 &= 1, \mu_N = 0 \\
D_K &= 6 \left(\frac{\frac{\alpha_{K+1} - \alpha_K}{L_{K+1}} - \frac{\alpha_K - \alpha_{K-1}}{L_K}}{L_K + L_{K+1}} \right) \\
d_K &= 6 \left(\frac{\frac{\beta_{K+1} - \beta_K}{L_{K+1}} - \frac{\beta_K - \beta_{K-1}}{L_K}}{L_K + L_{K+1}} \right) \\
(K &= 1, 2, \dots, N-1) \\
\lambda_K &= \frac{L_{K+1}}{L_K + L_{K+1}}, \mu_K = 1 - \lambda_K
\end{aligned}$$

$\alpha'_0, \alpha'_N, \beta'_0, \beta'_N$ 由边界条件确定,常用的边界条件如下:

(1) 给定端点的一阶导数为已知时,有:

$$\begin{aligned}
\alpha'_0 &= S'(a), \alpha'_N = S'(b) \\
\beta'_0 &= Q'(a), \beta'_N = Q'(b)
\end{aligned}$$

当两端为固定约束时,有:

$$\alpha'_0 = \alpha'_N = 0, \beta'_0 = \beta'_N = 0$$

(2) 给定端点的二阶导数为已知时,有

$$\begin{aligned}
M_0 &= S''(a), M_N = S''(b) \\
m_0 &= Q''(a), m_N = Q''(b)
\end{aligned}$$

当两端自由时,有

$$M_0 = M_N = 0, m_0 = m_N = 0$$

式(1-9)和式(1-10)是三对角方程组,解三对角方程组用“追赶法”很方便,求出 $M_0, M_1, \dots, M_N$ 和 $m_0, m_1, \dots, m_N$ 之后,分别代入式(1-5)和式(1-6),就可求出 $[a, b]$ 井段上任意井深处的井斜角和方位角,从而确定井眼轨迹上任一点的空间位置。

2. 井眼轨迹任一点空间位置计算

井眼轨道的测量数据是按井眼在一定深度的井斜和方位的形式给出的,为了计算井眼测点相对与地面井位的实际位置,必须对这些资料进行分析。为达到目的,应计算相邻测点间的轴距增量 ΔV (垂向)、 ΔE (东向)和 ΔN (北向)。当已知上测点的坐标后,可用加法求出下测点的坐标。

每个测点的井斜和方位确定了两个和井眼轨迹相切的矢量,井斜矢量位于铅垂平面内,而方位矢量位于水平面内。仅有的可被利用的另一资料是两点间的井深长度(测深之差)。所

以需要把上、下测点间的井身曲线假设为某些理想的轨迹。现已采用过各种不同的数学模型,而每一种数学模型皆可导出若干个数学方程。所假设的井眼轨迹可简化成为一条连接两测点的直线或者某种由两端点所确定的曲线。

下面阐述计算井眼轨迹上任一点位置三种比较通用的方法。

1) 曲率半径法

该方法假定井眼轨迹在铅垂平面和水平面上的投影不是一条直线而是一条圆弧,在每一测点处,该圆弧与井斜角和方位角均相切(图 1-7)。所以在铅垂平面内,井深轴线可被描述成一条绕铅垂圆柱面的圆弧。

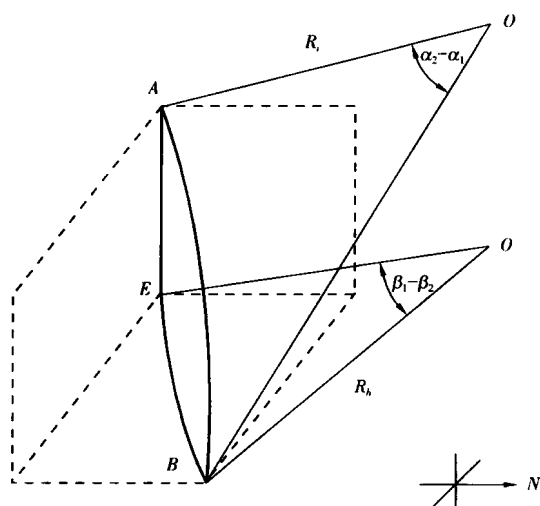


图 1-7 曲率半径法

(1) 在铅垂平面上:

$$\angle AOB = \alpha_2 - \alpha_1 \quad (1-11)$$

式中 α_1, α_2 ——分别为上、下测点的井斜角, ($^\circ$)。

故
$$\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{360} = \frac{L}{2\pi R_v}$$

铅垂面内的圆弧半径 R_v 可由下式求出:

$$R_v = \frac{L}{\alpha_2 - \alpha_1} \left(\frac{180}{\pi} \right) \quad (1-12)$$

式中 L ——两测点之间的段长,其数值等于测深之差,m;

R_v ——铅垂面内的圆弧半径,m。

铅垂增量为 $\Delta H, \Delta H = R_v \sin \alpha_2 - R_v \sin \alpha_1 = R_v (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1)$ 。代换 R_v , 则有:

$$\Delta V = \frac{L}{\alpha_2 - \alpha_1} \left(\frac{180}{\pi} \right) (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \quad (1-13)$$

式中 ΔV ——铅垂增量,m。

水平增量(ΔH)可由下式求出:

$$\Delta H = R_v (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (1-14)$$

(2) 在水平面上:

$$\angle EOB = \beta_2 - \beta_1 \quad (1-15)$$

式中 β_1, β_2 ——分别为上、下测点的方位角, ($^\circ$)。

故有：

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{360} = \frac{\Delta H}{2 \pi R_h}$$

水平面内的圆弧半径 R_h 为：

$$R_h = \frac{\Delta H}{\beta_2 - \beta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right) \quad (1-16)$$

式中 R_h ——水平面内的圆弧半径, m。

$$\Delta N = R_h \sin \beta_2 - R_h \sin \beta_1 = R_h (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

代换 R_h , 则有：

$$\Delta N = \frac{\Delta H}{\beta_2 - \beta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right) (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \quad (1-17)$$

式中 ΔN ——水平面内的北向增量, m。

代换 ΔH , 则有：

$$\Delta N = \frac{R_v (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)}{\beta_2 - \beta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right) (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \quad (1-18)$$

代换 R_v , 则有：

$$\Delta N = \frac{L}{\alpha_2 - \alpha_1} \left(\frac{180}{\pi} \right)^2 \frac{(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)}{\beta_2 - \beta_1} \quad (1-19)$$

同理可求出 ΔE 为

$$\Delta E = \frac{L}{\alpha_2 - \alpha_1} \left(\frac{180}{\pi} \right)^2 \frac{(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)}{\beta_2 - \beta_1} \quad (1-20)$$

式中 ΔE ——水平面内的东向增量, m。

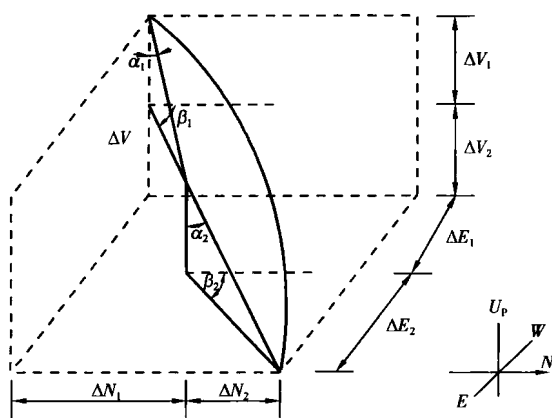


图 1-8 平衡正切法

在井身轨迹接近圆弧的井段(例如造斜过程),该方法能够出计算比较合理的结果,但是,它假定半径是固定不变的,这在较长的井段是不真实的,由于该方法对于直井段会出现分母为 0 的情况,所以在计算上的问题。

2) 平衡正切法

该方法假设实际的井身轨迹可近似看作由两段等长的线段组成。上边的线段由 α_1 和 β_1 确定,而下边的线段由 α_2 和 β_2 所确定,每段线段的长等于 $L/2$ 。由图 1-8 可知：

$$\Delta V = \frac{1}{2} L \cos \alpha_1 + \frac{1}{2} L \cos \alpha_2 = \frac{1}{2} L (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) \quad (1-21)$$