



产业经济研究学术文库——产业金融系列

Pricing and Risk Measuring of Financial Multi-asset
Based on the Copula Theory

多金融资产的定价与风险测度 ——基于Copula理论的研究

战雪丽 著



中国财富出版社
CHINA FORTUNE PRESS

013028714

F830.9
568

产业经济研究学术文库——产业金融系列

多金融资产的定价与风险测度

——基于 Copula 理论的研究

Pricing and Risk Measuring of Financial
Multi - asset Based on the Copula Theory

战雪丽 著



北航

C1637871

中国财富出版社

F830.9
568

117880010

图书在版编目 (CIP) 数据

多金融资产的定价与风险测度：基于 Copula 理论的研究 / 战雪丽著. —北京：中国财富出版社，2013. 1
(产业经济研究学术文库·产业金融系列)
ISBN 978 - 7 - 5047 - 4505 - 7

I. ①多… II. ①战… III. ①金融风险—研究 IV. ①F830. 9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 026245 号

策划编辑 王宏琴
责任编辑 张 茜

责任印制 方朋远
责任校对 梁 凡

出版发行 中国财富出版社 (原中国物资出版社)
社 址 北京市丰台区南四环西路 188 号 5 区 20 楼 邮政编码 100070
电 话 010 - 52227568 (发行部) 010 - 52227588 转 307 (总编室)
010 - 68589540 (读者服务部) 010 - 52227588 转 305 (质检部)
网 址 <http://www.clph.cn>
经 销 新华书店
印 刷 北京京都六环印刷厂
书 号 ISBN 978 - 7 - 5047 - 4505 - 7/F · 1911
开 本 710mm × 1000mm 1/16 版 次 2013 年 1 月第 1 版
印 张 9.25 印 次 2013 年 1 月第 1 次印刷
字 数 181 千字 定 价 28.00 元

版权所有·侵权必究·印装差错·负责调换

总 序

2008年4月,北京物资学院产业经济学科获批北京市重点建设学科,标志着我校的学科建设工作迈上了一个新的平台。随着高等教育的不断发展,高校之间的竞争日趋激烈,这种竞争已经集中体现在学科的竞争上,学科建设的水平基本上代表了一个学校的整体水平和科研实力。与此同时,在当前日益强调高校办学特色的大环境下,学科建设其实也是最能体现特色并承载特色的一个载体。

北京物资学院早在20世纪80年代起就开始了对外流通问题的深入系统研究,是最早开始对外流通(物流)问题进行系统研究的院校之一。在长期的研究中不仅取得了较丰富的科研成果,也在服务首都经济方面得到了社会的肯定,在流通领域的研究中形成了一定的优势,凝练了学科特色,形成了反映学科融合和发展的研究方向,即流通经济(产业)研究。立足流通领域已成为我校办学特色,也成为我校产业经济重点建设学科的研究定位和特色所在。而经济学专业获批国家级(第三批)和北京市特色专业建设点(2008年),经济学教学团队获批北京市优秀教学团队(2009年),流通经济研究所重组恢复(2009年),现代流通发展与创新研究市级科技创新平台获批建设(2010年),更形成了对学科建设的有力支撑。相信通过5年的建设,我校产业经济学科的研究优势会更加强化,特色更加突出,并且将会在原有研究的基础上得以传承和延续。

我们认为,我校的产业经济学学科建设应该把握好历史传承与创新超越、学科体系与研究重点、共性与个性的统一。学科建设中必须注意把握以下几点:一是方向要明确,内容要前沿,注意理论与实践相结合,不能脱离发展的主流;二是重点要突出,形成特色,要制定长期目标和近期目标,要有自己的特色,善于在实践中寻找到学科建设的突破口,学科才能有生命力;三是要有一支稳定的学术队伍和中坚的学术骨干,要树立责任感、使命感;四是要有经费的保障,能支撑重大项目的预研和高水平科研成果的形成。因此,在产业经济学的学科研究和建设中,既要实现国际惯例和中国国情的有机结合,又要遵循产业经济学研究的一般规范,还要在既已形成的研究格局和研究定式中找到有别于他人的研究空间,这使得我们的学科建设任务异常艰巨和繁重。

搭建学科研究的平台，开展高水平的科学研究，取得标志性的科研成果，是学科建设的重要任务。为了实现学科专业建设的目标，我们致力于构建开放性的学科研究平台，集聚一批有志于流通经济研究的学术带头人和优秀骨干人才，把握学科方向，学习和借鉴国外先进的研究方法和理论，追踪学术研究的前沿，全方位开展流通经济理论、流通产业、流通现代化的深入系统研究，提升学术地位，提高学术研究的权威性和前瞻性，推动我国流通经济理论研究的发展。

由产业经济学北京市重点建设学科、经济学国家级特色专业建设点、现代流通发展与创新研究科技创新平台、北京市属高等学校人才强教计划资助项目经费资助出版的“北京物资学院学术研究文库”（包括“流通经济研究学术文库”和“产业经济研究学术文库”），正是我们全方位开展学科研究的成果体现。“流通经济研究学术文库”包括流通经济理论研究、中外流通比较研究、流通与消费研究、都市流通业与城市经济研究以及流通经济研究动态等研究系列；“产业经济研究学术文库”包括产业经济理论研究、产业金融研究、产业经济热点问题研究等研究系列。“北京物资学院学术研究文库”的出版旨在以科学的研究方法、前沿的研究视角、开阔的研究视野、开放的研究思路、丰富的研究内容、创新的研究观点诠释学科研究的深刻内涵，追踪学科动态，把握学科前沿，提升我校学科研究的水平，实现学科建设的目标。

期待着我们的学术研究文库成果不断丰富，水平不断提升……

北京物资学院经济学院院长

北京物资学院流通经济研究所所长、北京市教学名师

产业经济学北京市重点建设学科项目负责人、学术负责人

经济学国家级、北京市特色专业建设点项目负责人

现代流通发展与创新研究科技创新平台项目负责人

经济学系列课程北京市优秀教学团队带头人

赵 娟

2011年7月于北京

前 言

Copula 理论的提出为解决多元联合分布的构建以及变量间的非线性相关问题提供了一个灵活实用的统计方法。本书主要探讨了 Copula 理论在金融领域的应用,分析了基于 Copula 理论的多金融资产定价与风险测度的建模方法与应用。本书的主要内容如下:

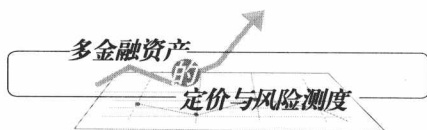
简单介绍 Copula 理论的基本原理与应用方法,国内外学者对 Copula 理论研究的进展情况,本书研究内容的思路、方法与应用方向。总结将 Copula 理论应用于金融领域存在的问题:多应用在金融风险分析领域;大多采用同一种分析方法(Copula - GARCH 方法)对不同金融问题进行分析;较少用 Copula 理论来分析多个标的资产的衍生品定价问题。本书从以下几个角度对 Copula 理论在金融领域的应用进行了系统分析研究。

1. 虽然 Copula - GARCH 模型在分析多元时间序列中具有很多优越性,但是目前 Copula - GARCH 模型只是用于测度多个资产的收益率的相关模式与相依性,对波动之间的关系描述涉及较少。因为 SV 模型亦是金融波动性建模的一种重要方法,而且在刻画变量波动性方面较 GARCH 模型更加细致。基于此,本书应用 Copula 理论,建立 Copula - SV 模型,该模型可以同时描述多个资产的收益率之间的相依关系与波动之间的相关关系。

2. 高频数据的单变量的已实现波动建模理论比较成熟,但是对多变量高频数据波动之间的相依关系的细致刻画以及建模问题,国内外文献探讨较少。本书基于 Copula 理论,用分析高频数据的已实现波动方法,建立 Copula - RV 模型,讨论了多变量高频数据已实现波动的动态相依关系。

3. 对衍生品定价的研究多考虑单个标的资产衍生品的定价问题,对多个标的物衍生品定价模型与求解比较复杂,本书考虑衍生品的多个标的资产相依关系,建立了基于 Copula 理论的多个股票为标的物的期权定价模型,并给出了基于多个资产标的物的期权定价方法。

4. Copula 函数对多个变量的联合分布的构建具有重要作用,但是边缘



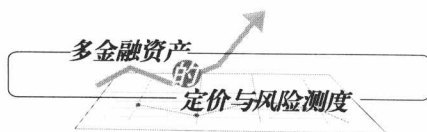
分布也是构建联合分布的重要内容。本书通过仿真试验分析了 Copula 函数可以将变量的边缘分布与相依结构统一在联合分布中研究，解释了联合分布不依赖于其边缘分布的原因，说明了 Copula 函数在构建联合分布时的重要作用。

本书是作者在系统整理博士学位论文基础上完成的，既有对相关基础理论知识/system介绍，也有对中国金融市场的大量实证分析。



目录 Contents

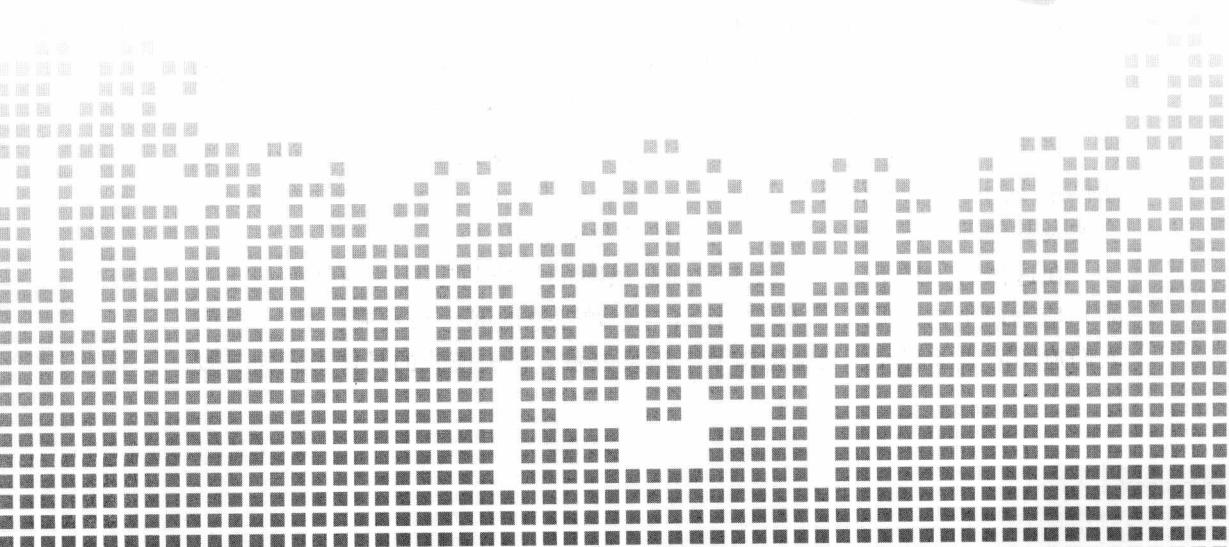
1 导论	1
1.1 研究背景与意义	2
1.2 国内外研究现状	4
1.3 本书研究的理论意义与现实意义	10
1.4 本书的技术路线、结构安排与主要创新	12
2 Copula 理论引入到金融市场分析的理论架构	17
2.1 Copula 理论的优越性	18
2.2 传统多变量金融市场分析的不足	34
2.3 基于 Copula 理论的多金融资产建模	35
2.4 本章小结	37
3 基于 Copula - SV 模型的多金融资产风险测度	39
3.1 金融风险分析	41
3.2 随机波动建模	43
3.3 建立 Copula - SV 模型测度多金融资产风险	44
3.4 股票市场风险测度实证分析	48
3.5 本章小结	61
4 基于 Copula - RV 模型的多金融资产风险测度	63
4.1 已实现波动理论与建模	64
4.2 建立 Copula - RV 模型测度多金融资产风险	68
4.3 实证分析	69
4.4 本章小结	74



5 基于 Copula 理论的金融资产期权定价模型	77
5.1 资产定价基本理论	79
5.2 期权定价理论与模型	80
5.3 建立基于 Copula 理论的多金融资产期权定价模型	84
5.4 本章小结	88
6 边缘分布与 Copula 函数对金融分析差异性比较	91
6.1 多元 Copula 函数的构建	93
6.2 基于 Copula 理论的金融资产定价与风险测度模型的选择	96
6.3 仿真试验分析	99
6.4 本章小结	113
7 总结与展望	115
7.1 研究总结	117
7.2 研究与展望	119
7.3 结束语	120
参考文献	121
附录	134
后记	137

1

导论



金融市场的发展需要金融分析技术的支持,金融分析方法的不断改进又为金融的进一步发展提供了依据。现代金融正以一日千里的速度快速发展,对金融问题的分析需要不断改进的适合实际需要的新的分析方法。

正是基于如上背景,本书研究了统计学中一种新的统计分析方法——Copula 函数,分析了 Copula 理论的主要特点、建模思想和解决问题的方法,并将 Copula 理论引入到金融时间序列建模中,来分析金融市场的相关结构问题,讨论了 Copula 理论在资产定价和风险测度方面的具体应用。

本章从总体上介绍了本书选题的经济与金融背景以及方法论背景,阐述了 Copula 理论在国内外金融领域应用的现状以及进展情况,指出了目前仍存在的问题,并给出本书选题的理论意义与实际意义。最后,介绍了本书研究的结构安排与主要的创新工作。

1.1 研究背景与意义

1.1.1 金融市场的相关性增强、关系更复杂

当今时代,是经济、金融发展一体化的时代。经济和金融是一个相互依存、相互影响的复杂系统,任何方面的发展变化,都会对整个系统产生整体性的影响。分析系统元素之间的相关结构以及相关模式,对理解以及掌握经济、金融发展规律,并进行正确决策具有重要意义。

自 20 世纪 70 年代以来,布雷顿森林体系的崩溃导致国际货币体系的瓦解,以及 20 世纪 70 年代末美联储利率体制的调整,即以货币总量管理代替利率管理的目标,造成了世界经济环境的剧烈动荡,个人、企业以及金融机构投资的风险也空前加大。此后,全球范围内一些大的金融危机就层出不穷:1982 年爆发了拉美国家债务危机、1994 年年底发生了墨西哥金融危机、1997 年 7 月发生了东南亚金融危机、1999 年 1 月和 2002 年 7 月分别由巴西和乌拉圭金融动荡引起的拉美金融危机等,这些金融危机无不伴随着汇率动荡、货币贬值、股市暴跌、公司破产、银行倒闭等现象。这些无不说明,金融体系之间存在着紧密且复杂的相互关系,其中任何一个环节发生危机,都会波及其他环节甚至整个金融、经济体系乃至全球。

在这样的背景下,一方面各种规避风险的措施与工具(如金融衍生产品)应运而生,这促进了新兴的经济与金融理论的诞生与发展;另一方面,人们迫切需要了解经济及金融体系中相关关系、相关模式的具体形式及其规律性。

1.1.2 金融计量学的发展

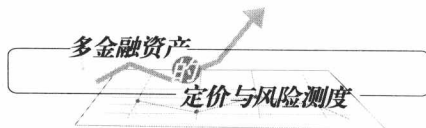
现代经济计量学的产生有着深刻的社会经济背景。多年来,为揭示经济及金融体系以及元素之间关系的本质,国际学术界对经济及金融系统的运行规律进行了不懈的探索。然而,传统的经济计量学由于其本身的缺陷,不可能为这一问题提供有力的分析工具,此时,现代经济计量学应运而生。现代经济计量学方法论的发展,为分析金融市场的很多问题,如投资组合、资产定价、风险管理以及衍生产品的构建提供了坚实的方法论基础。

金融计量学是专门针对金融领域进行分析问题而发展起来的现代经济计量学的一个分支科学,是对金融数据进行统计分析的科学。随着大量高质量的金融数据的获得和计算机等信息技术的发展,越来越复杂的经济计量技术被应用到金融研究领域,使金融计量学成为经济计量学研究最为活跃的一个分支。另外,金融计量学的发展深深地影响着现代金融和投资管理的日常实践,这种紧密的关系又反过来深刻地促进了金融计量的新发展。在过去十几年里,经济学和金融学的显著发展之一就是金融计量学的产生和快速发展。

金融时间序列分析的理论与方法已经成为金融市场分析研究的重要组成部分,金融时间序列分析方法是金融定量分析的主流方法之一,现代计量经济和金融市场的许多研究成果都是建立在金融时间序列分析的基础之上^[1]。金融时间序列分析区别于其他时间序列分析的一个主要特点就是,金融理论及其经验的时间序列都包含不确定因素。因此,统计理论和方法在金融时间序列分析中起着重要作用。

同时,随着计算工具和计算方法的发展,极大地降低了数据记录和存储的成本,使得对大规模数据库的分析成为可能。所以,许多科学领域的数据都开始以越来越精细的时间刻度来收集,这也使得对更高频率的金融数据进行研究成为可能^[2]。

应当看到,金融波动模型、金融高频数据建模理论的提出和不断的完善发展,为我们研究日益复杂的金融问题提供了坚实的基础^[3]。随着金融全球化、金融创新步伐的加快,金融市场之间的联系也日益紧密,金融市场间的相关性分析、投资组合分析以及波动溢出、资产定价等许多金融问题都需要运用多变量金融模型来解决,但由于参数估计等问题的限制,现有的多元GARCH和多元SV模型在实际应用上还存在一定的局限性。由于现在高频数据可以很方便地得到,对高频数据的研究也发展出很多不断改进的方法,但多个金融高频数据的分析仍存在一定的不足,因此一些新的理论或技术被引入到多变量金融模型的研究中。



1.1.3 Copula 理论为多金融资产分析带来了新思路

金融资产定价在金融分析中占有一个非常重要的地位,在实际的金融工程中,往往要应用金融资产定价理论来构建所需的各种金融产品^[4]。金融风险分析是金融的一个重要方面,给金融投资者与决策者提供重要的参考依据,而金融计量学在金融分析中扮演着重要的角色^[5,6]。

金融计量经济学的一个关键问题就是建模、估计和预测条件收益波动与相关性。拥有准确的条件波动、相关性的预测模型对准确衍生品定价、风险管理和资产分配决策非常重要^[7]。对条件波动建模和预测的一个固有的问题是波动的不可观测性,这就意味着建模必须是间接地。通常的潜在波动的参数模型包括 ARCH - GARCH 类、随机波动类以及马尔可夫转换类^[8-12]。在这些模型中,波动通常来自每日平方收益,它是日条件波动的无偏但有噪声的估计量,然而这些模型的估计一般得不到令人满意的结果,尤其预测是不准确的。而且,标准化的收益一般显示厚尾性,这导致寻找恰当的误差分布来准确描述经验收益分布。进而,波动和相关性的多变量建模十分困难,并且实际模型只对低维情况适用。

Copula 理论是统计学中的一个新兴分析方法,它可以将变量的边缘分布和变量间的相关结构分开来研究,其中变量间的相关结构可以由一个 Copula 函数来描述^[13]。因此结合 Copula 函数和金融时间序列分析模型,可以构建基于 Copula 理论的多变量金融时间序列分析模型^[14,15]。Copula 理论为我们构建一种全新的多变量金融时间序列模型提供了理论依据,而日趋完善的边缘分布模型以及计算机技术的迅猛发展则是多变量金融模型发展的基石。因此,作为金融计量学的一个重要研究方向,多变量金融时间序列的建模存在的问题将会得到解决。Copula 理论的提出及其在金融领域的成功运用为我们构建多变量金融模型提供了一种新思路,进一步为金融领域的实际问题提供了更好的解决方案。

1.2 国内外研究现状

金融市场的发展离不开相关理论的支持和指导,同时金融市场的发展又对金融理论提出了创新要求。随着研究的不断深入,定量化分析成为现代金融理论发展的主要特点和趋势,概率统计、随机分析、非线性系统理论、现代控制理论、市场均衡与非均衡理论、人工智能等学科和理论广泛应用于金融研究之中,使之呈现出科学化、精细化的特征。在近些年的研究中,金融

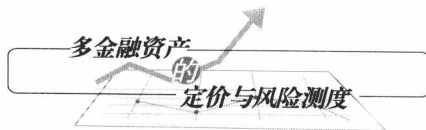
工程学和计量经济学获得了长足发展,特别是时间序列建模理论、模型估计方法及其在金融风险管理中的应用研究取得了长足的进展。Copula 理论在统计学中的优良特性使得其在金融领域的应用得到了十分广泛的关注,该理论拓展了金融模型的应用范围,弥补了原有理论与模型的很多不足之处。

1.2.1 Copula 理论在金融中的应用呈现“丛林”现象

在统计学的发展中,一个很重要的分支就是研究给定变量的边缘分布来构建变量的联合分布,因为描述单个变量的边缘分布的模型已经很多,问题比较容易解决,而对多个变量的联合分布的建模相对困难。在解决这个问题过程中,1959 年,Sklar 提出了可以将一维分布函数和多元分布函数连接起来的函数,并将这个函数称为 Copula 函数^[13]或连接函数^[37]。

Copula 理论由于其自身的许多优点在实际中被广泛应用。首先, Copula 函数直接对变量的边缘分布的累计分布函数作为变量进行分析,不限制边缘分布的选择,因此可运用 Copula 理论构造灵活的多元分布^[16]。其次,运用 Copula 理论建立金融模型时,可将随机变量的边缘分布和它们之间的相关结构分离开来研究,其中可由一个 Copula 函数来描述它们的相关结构,这使建模问题大大简化,同时也有助于我们对很多金融问题的分析和理解^[17]。另外,在通常情况下,对变量作非线性的单调增变换,常用的相关性测度——线性相关系数的值会发生改变,而由 Copula 函数导出的一致性和相关性测度的值则不会改变^[16],因此由 Copula 函数导出的一致性和相关性测度应用范围更广、实用性更强^[18-21]。此外,通过 Copula 函数,可以捕捉到变量间非线性、非对称的相关关系,特别是容易捕捉到分布尾部的相关关系^[22-24]。Copula 理论的这些性质和特点使 Copula 理论得到广泛重视^[25-33]。同时,在实际应用中,由于可以将变量的边缘分布和联合分布分离开来研究,因此增加了我们对实际金融问题分析理解的深入:分析单个变量的边缘分布,了解单个金融市场或单支股票的统计性质以及市场表现;多个变量的联合分布相关结构有助于理解这个金融市场或多支股票直接的相互关系以及整体特征^[34-37],为分析问题和解决问题提供了更为直观的理解方式。

尽管将 Copula 理论引入到金融计量学、金融时间序列分析研究的历史并不长,但是目前的发展状况却着实令人鼓舞。众多研究者对此都表现出了极大的兴趣,分别从不同的角度将 Copula 与金融时间序列分析结合起来进行了探索和研究。自 1959 年 Sklar 提出 Copula 理论,期间经历很长时间的的发展,直至 20 世纪 90 年代后期,随着被 Rockinger M^[38,39]、Embrechts^[40-45]、Genest^[46]、Patton^[47-49] 等人^[50]引入到金融领域, Copula 理论才得到广泛关注和迅速发展。在国内,随着张尧庭 (2002)^[37], 韦艳华、张世英 (2003)^[14,15]、



2004^[51,52]、2005^[53]以及2006^[54]),史道济^[55-60]等,吴振翔^[61-63]对 Copula 理论研究工作地开展, Copula 理论研究深入到不同领域,并得到了广泛的应用。目前国内外对 Copula 理论在金融领域的研究主要包括以下几个方面:

(1) 直接对金融时间序列本身相关结构的研究,将 Copula 引入金融时间序列的相关性分析中^[64-70]。讨论 Copula 理论在金融时间序列中如何应用时,金融时间序列数据之间的相关关系对问题的分析具有重要作用,可以帮助理解数据之间的结构、相互影响作用。因为相关关系不仅是认识数据的基本依据,也是正确使用数据的首要前提。结合数据的统计特征,用 Copula 理论分析数据间的相关性质,避免传统线性相关系数的弊端。

(2) 将 Copula 理论引入到金融时间序列低频数据波动性建模的研究^[71]。在低频时间序列(每日数据)研究领域,由于数据显示出明显的高峰、厚尾甚至偏斜的统计特性,因此 ARCH 类模型和 SV 类模型被广泛地研究。但是,应用该两类模型主要是分析单个变量(金融时间序列)的特性,而多元情况容易出现高维灾难问题,亦即参数随着维数变大成几何数量增加,这给参数估计带来很大不便,现实中估计十分困难。因此,在分析讨论多个金融时间序列的相互关系时,引入了 Copula 理论来刻画变量间灵活多变的相关结构。但是目前研究主要集中在用 ARCH 类模型分析单个金融时间序列的特性,用 Copula 理论来分析多个金融时间序列间的相关结构,而将 Copula 理论用于研究 SV 类多个金融时间序列的建模较少。

(3) 基于金融高频时间序列的波动性相关关系研究^[44]。在低频数据领域,采用自回归条件异方差(ARCH)模型和随机波动(SV)模型对金融波动进行建模和预测已经取得巨大的成功。但是值得指出的是,低频收益的波动不能揭示金融资产价格实时的动态变化特征,而高频数据包含了更加丰富的日内收益波动信息。近年来,采用高频数据对金融市场的波动进行研究已经成为金融定量研究领域的一个热点问题,引入了 Copula 理论来刻画变量间灵活多变的相关结构。但是,目前研究的方法主要集中于将低频数据的建模方法应用于高频数据的相关关系分析,即用 Copula - GARCH 模型分析金融高频数据间的相关结构,用基于 Copula 理论的对高频数据的建模方法探讨很少。

(4) 金融时间序列间相关关系的建模研究^[72-75]。在金融时间序列的分析中,变量间的相关关系的研究占有重要作用,多个变量的相依结构概括了变量间的很多重要性质。针对线性相关系数测度的不足和局限性,提出利用引进 Copula 理论来分析多个变量间的非线性相关关系以及动态相关关系是 Copula 理论应用的另一个重要领域。

(5) 对 Copula 的参数估计问题和模型检验问题的探讨^[76-82]。Copula 函

数是一个具有良好统计性质的多变量连接函数,在金融很多领域具有重要应用。但是,由于在具体问题中应用的具体表达形式不同,存在参数估计方法选择困难,模型的检验亦存在一定的局限性。

1.2.2 相关性、一致性以及相依性的研究

相关性分析是统计学中一个重要的分析方法,亦是多变量金融定量分析中的一个中心问题,资产定价、投资组合、波动的传导和溢出、风险管理等问题都涉及相关性分析。线性相关系数、Granger 因果分析方法是常用的相关性分析方法,但它们都存在一定的局限性,如线性相关系数首先要求变量间的关系是线性的,而且其方差为有限,否则就没有定义,但是金融市场中出现的不少数据往往是厚尾分布,它们的方差有时并不存在,因此不能用线性相关系数来反映相关性;另外线性相关系数无法捕捉变量间非线性的相关关系,只有当联合分布服从椭圆分布如二元正态分布时,联合分布才能由变量间的相关系数和边缘分布唯一确定,而椭圆分布只能反映变量间对称的相关模式,也就是说,线性相关系数和与之对应的椭圆分布只能描述变量间线性的相关程度和对称的相关模式。因此,用线性相关系数来分析存在非线性关系的变量间的相关性时会产生误导。而 Granger 因果关系检验通常只能给出定性的结论,不能给出定量的描述。由此看来,在不能确定线性相关系数能否正确度量相关关系的时候,采用一种更灵活、稳健的非线性相关性分析工具——Copula 理论来分析变量间的相关结构更为可靠。

由 Copula 定理可以得到,对随机变量 $(x_1, \dots, x_n, \dots, x_N)$ 作严格的单调增变换,相应的 Copula 函数不变。因此,由 Copula 函数导出的相关性指标,是严格单调增变换下的相关性,比线性相关的范围要宽。在分析问题中,运用 Copula 函数导出的一致性测度,对分析变量间的相关性具有很多便利性和灵活性。

变量间的相关关系只是其相依性的一个有限描述,只有在多变量正态分布情况下,相关关系才完全刻画了变量间的相依结构。Copula 函数本身包含随机变量间的相依结构,因为通过构造灵活的适合实际需要的 Copula 函数可以直接分析变量间的相依性,为我们理解问题提供了直观简洁的模型表达。

另外,在大多数的应用中,为了便于计算,都事先假设联合分布服从多元正态分布或多元 t -分布,但金融数据往往表现出尖峰、厚尾以及不对称,因此这种假设在很多情况下是不成立的。多元 t -分布要求每个变量的自由度是相同的,但实际上,金融时间序列中随机变量的分布函数具有不同的自由度参数,所以除非它们的自由度非常接近,否则很难用一个现有的分布如多元 t -分布来描述多个金融时间序列的联合分布。然而在许多金融问题如

期权定价、投资组合的 VaR 计算等中,又需要知道联合分布的密度函数,因此人们试图寻找一个能更好描述某些金融现象的实用分布。由于运用 Copula 理论可以构造灵活的多元分布,因此可以说 Copula 理论的提出和应用为弥补传统多元统计假设的不足与缺陷提供了一条有效的途径。

1.2.3 集中于 Copula - GARCH 建模应用研究

分析金融问题往往涉及多个金融市场以及多个金融市场中的元素,它们之间一般存在着错综复杂的相互关系,如何捕捉这种相关关系并进行分析对正确处理问题具有重要作用。对金融时间序列的相关性分析与建模研究一直是金融学中一个长期研究的问题。通常经济计量学中用向量 GARCH 模型、向量 SV 模型分析金融市场间的相关关系,但它在理论上还存在许多有待解决的问题,特别是随着变量的增多,参数估计十分困难,即存在维数灾难;另外极值理论也可以用于相关性分析,但它只集中讨论分布的尾部,因此它们的应用上都存在一定的局限性。此外,以往的研究通常都集中在对相关程度的分析上,而忽略了对金融市场间的相关结构或模式的研究。事实上,具有相同相关程度的两对随机变量,可能会有不同的相关模式,因此,仅用相关程度或相关模式来描述随机变量间的相关关系都是不全面的。

应用 Copula 理论,可以将相关程度和相关模式的研究有机地结合在一起。作为连接随机变量边缘分布的函数, Copula 函数不仅可以反映随机变量间的相关程度,而且可以较好地描述随机变量间的相关模式,因此,可以用不同的 Copula 函数来描述不同的相关模式。Copula 理论很容易推广到条件 Copula 的情形,因此,可与具有条件异方差特性的金融波动模型相结合,构建多变量金融时间序列模型。在国外,已有学者通过结合 Copula 理论和 GARCH 模型的方法来研究多变量金融问题,并取得了很大的进展^[39],但对基于 Copula 理论的多变量金融时间序列模型的研究几乎都是集中于构建 Copula - GARCH 模型,得到的结果也是大同小异,方法没有什么新的突破。考虑到金融时间序列分析的另一个金融波动模型 SV 模型具有良好的性质,因此本书讨论用 Copula 理论结合 SV 模型来分析金融波动之间的相关结构与相关模式,并应用于金融实际。

1.2.4 Copula 理论在金融高频数据分析中的应用

近年来,随着计算工具和计算方法的发展,极大地降低了数据记录和存储的成本,使得对大规模数据库的分析成为可能。所以,许多科学领域的数据都开始以越来越精细的时间刻度来收集,这也使得对更高频率的金融数据进行研究成为可能。在金融市场中,高频率采集的数据可以分为两类:高频