



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION



信息与计算科学丛书 — 52

三维油气资源盆地数值 模拟的理论和实际应用

袁益让 韩玉笈 著



科学出版社

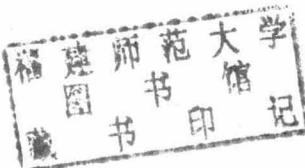


国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

信息与计算科学丛书 52

三维油气资源盆地数值模拟的 理论和实际应用

袁益让 韩玉笈 著



1032544



T 1032544

科学出版社

北京

内 容 简 介

三维盆地发育史数值模拟，就是应用现代计算数学、渗流力学、石油地质和计算机技术，再现盆地发育过程，特别是盆地发育过程中与生成油气有关的地层古温度、地层压力在时空概念下的动态过程，其数学模型为一组非线性对流-扩散偏微分方程组。并以此为基础进一步研究油气生成、运移、聚集及油气分布规律、分布范围，定量地预测一个盆地、一个地区油气蕴藏量及油藏位置。其数学模型为一组多层多相渗流耦合系统。它对于油气资源和油田的勘探和开发有着重要的理论和实用价值。油气资源盆地模拟软件系统由五个模块组成：地史模块，热史模块，生烃史模块，排烃史模块，运移聚集史模块。前四个模块用于资源评估，油气运移聚集史数值模拟模块是盆地模拟最困难、最关键的部分，为确定油藏位置和储量提供重要的依据。

本书可作为信息和计算科学专业、数学和应用数学专业、计算机软件、计算流体力学、石油勘探与开发等专业的本科生参考书，研究生的教材，高等学校、科研单位、生产企业上述相关专业的教师、科研人员和工程师的读物或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

三维油气资源盆地数值模拟的理论和实际应用/袁益让，韩玉笈著。—北京：科学出版社，2013

(信息与计算科学丛书; 52)

ISBN 978-7-03-035847-9

I. ①三… II. ①袁… ②韩… III. ①含油气盆地-油气资源-数值模拟

IV. ①P618.130.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 251071 号

责任编辑：王丽平 唐宝军 / 责任校对：包志虹

责任印制：钱玉芬 / 封面设计：陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013年1月第一版 开本：B5(720×1000)

2013年1月第一次印刷 印张：18 1/2

字数：370 000

定价：79.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

《信息与计算科学丛书》编委会

(按姓氏拼音为序)

主 编：石钟慈

副主编：林 鹏 王兴华 余德浩

编 委：白峰杉 白中治 陈发来 陈志明 陈仲英

程 晋 鄂维南 郭本瑜 何炳生 侯一钊

舒其望 宋永忠 汤 涛 吴 微 徐宗本

许进超 羊丹平 张平文

《信息与计算科学丛书》序

20世纪70年代末，由已故著名数学家冯康先生任主编，科学出版社出版了一套《计算方法丛书》，至今已逾30册。这套丛书以介绍计算数学的前沿方向和科研成果为主旨，学术水平高、社会影响大，对计算数学的发展、学术交流及人才培养起到了重要的作用。

1998年教育部进行学科调整，将计算数学及其应用软件、信息科学、运筹控制等专业合并，定名为“信息与计算科学专业”。为适应新形势下学科发展的需要，科学出版社将《计算方法丛书》更名为《信息与计算科学丛书》，组建了新的编委会，并于2004年9月在北京召开了第一次会议，讨论并确定了丛书的宗旨、定位及方向等问题。

新的《信息与计算科学丛书》的宗旨是面向高等学校信息与计算科学专业的高年级学生、研究生以及从事这一行业的科技工作者，针对当前的学科前沿，介绍国内外优秀的科研成果。强调科学性、系统性及学科交叉性，体现新的研究方向。内容力求深入浅出，简明扼要。

原《计算方法丛书》的编委和编辑人员以及多位数学家曾为丛书的出版做了大量工作，在学术界赢得了很好的声誉，在此表示衷心的感谢。我们诚挚地希望大家一如既往地关心和支持新丛书的出版，以期为信息与计算科学在新世纪的发展起到积极的推动作用。

石钟慈

2005年7月

前　　言

盆地发育史模拟是从石油地质的物理化学机理出发,首先建立地质模型,然后建立数学模型,最后研制成相应的计算机软件,从而在时空概念下由计算机定量地模拟盆地的形成、演化,烃类的生成、运移和聚集的演化过程。所以通常称之为盆地发育史数值模拟,其应用软件产品称为盆地模拟系统,这是当今世界石油地质科学领域内一个新兴的重要领域。

三维盆地发育史数值模拟,就是利用现代计算数学、渗流力学、石油地质和计算机技术,再现盆地发育过程,特别是盆地发育过程中与生成油气有主要关系的地层古温度、地层压力在时空概念下的动态过程,并以此为基础进一步研究油气生成、运移、聚集及油气分布规律、分布范围,定量地预测一个盆地、一个地区油气蕴藏量及油藏位置。这对于油气资源和油田的勘探和开发有着重要的理论和实用价值。

油气资源盆地模拟软件系统由五个模块组成。这五个模块为:①地史模块;②热史模块;③生烃史模块;④排烃史模块;⑤运移聚集史模块。地史模块的功能是重建盆地沉积史和构造史。热史模块的主要功能是重建油气盆地的古热流史和古温度史。生烃史模块的主要功能是重建油气盆地的成熟史和生烃量史。排烃史模块的功能是重建油气盆地的排烃史。油气运移聚集史又称油气二次运移史,该模块是盆地模拟最困难、最关键的部分,为油气资源评估、确定油藏位置和储量提供重要的依据。

本书共分5章,第1章为三维油气资源评估的数值模拟,主要取材于1989~1993年山东大学数学研究所和胜利油田计算中心联合承担的胜利石油管理局攻关课题“三维盆地模拟系统研究”,该系统在三维空间框架下对盆地的地史、热史、生烃和排烃史在国内外首次实现了三维定量化的数值模拟。该软件系统已应用于“八五”期间全国第二轮油气资源评价中的“济阳坳陷及其外围地区的油气资源盆地模拟计算研究”项目中,对济阳坳陷、临清坳陷东部和潍北坳陷进行了整体模拟计算,定量评价的成果已经成为编制胜利油田发展规划和勘探部署的重要依据。它为运移聚集数值模拟的研究奠定了基础,构造了平台。该项技术已走出胜利油田,为全国其他石油勘探地区服务。1996年中国石油天然气总公司勘探科技工程项目“中国东部深层石油地质综合评价及勘探目标选择研究”中,胜利油田的三维盆地模拟软件被选中为渤海湾盆地深层油气资源评价软件。先后评价了辽河油田、冀东油田、大港油田、中原油田和胜利油田所辖的各坳陷的资源量。该项技术1994年获胜利石

油管理局科技进步奖一等奖, 1995 年获山东省科技进步奖一等奖.

第 2 章为单层油资源运移聚集数值模拟, 主要取材于 1993~1997 年山东大学数学研究所和胜利油田计算中心联合承担的中国石油天然气总公司“八五”科技攻关项目和胜利石油管理局重点科技攻关项目“二次运移定量模拟研究”. 经过近五年的攻关, 提出全新的、合理的数学模型, 构造了新的数值模拟方法, 对 M. K. Hubbert, H. Dembicki, L. Calalan 等知名学者所做的二次运移聚集的水动力学实验进行了数值模拟, 其结果完全一致, 在此基础上, 在国内外第一个成功地研制出单层准三维和三维运移聚集数值模拟软件系统, 并已运用到胜利油田东营盆地的实际问题的数值计算, 模拟结果和油田位置等实际情况基本吻合. 成果曾在 1996 年 12 月中国石油天然气总公司和 1997 年 1 月石油大学(北京)的汇报会上, 得到我国著名石油地质学家的高度评价, 有着重要的理论和实用价值. 该项技术 1998 年获胜利石油管理局科技进步奖一等奖.

第 3 章为多层油资源运移聚集数值模拟, 主要取材于 1998~2000 年山东大学数学研究所和胜利油田计算中心联合承担的胜利石油管理局的重点科技攻关课题“多层油资源运移聚集定量数值模拟技术研究”. 开展了多层(带断层、通道)油资源运移聚集定量数值模拟技术研究, 提出了全新的数学模型, 构造了新的数值模拟方法, 成功地在国内外第一个研制成多层油资源运移聚集软件系统, 并将程序并行化, 使软件系统达到一个新的水平和上了一个新的台阶. 并已成功的应用到惠民凹陷、滩海地区、东营凹陷等地区, 得到了很好的模拟结果. 该项技术 2002 年获胜利石油管理局科技进步奖一等奖, 2003 年获山东省科技进步奖三等奖.

第 4 章为大规模并行计算运移聚集数值模拟, 主要取材于 2001~2003 年山东大学数学研究所和胜利油田计算中心联合承担的胜利石油管理局攻关课题“油资源二次运移聚集并行处理区域化精细数值模拟技术研究”. 提出数学模型, 精细并行修正算子分裂迭代格式, 并行计算程序设计, 并行计算信息传递, 交替方向网格剖分方法, 成功实现了数值模拟尺度从千米级降到百米级的高精度数值模拟. 对数值方法进行理论分析, 成功地解决了这一计算石油地质、渗流力学的著名问题. 它对油资源的精细评估、寻找隐蔽性“土豆块”的圈闭、油藏位置的确定、寻找新的油田, 均有重要的理论和实用价值. 2004 年继续合作, 联合承担胜利石油管理局重点科技攻关项目“石油资源运聚通道数值模拟技术研究”, 提出了新的数学模型及数值解法, 实现了断层的时间性、封堵性、垂向运移性的计算机模拟, 实现了断层作为影响石油资源运移聚集的地质因素的计算机处理技术, 使得原有的软件系统达到了一个新的层次, 并把不整合作为断层的特例进行处理, 成功地在并行的情况下实现了断层、不整合的处理功能, 提高了软件系统的处理能力和模拟精度, 对修改后的数学模型进行了严格的理论分析. 该项技术 2005 年获胜利石油管理局科技成果奖.

第 5 章为数值分析基础, 考虑到盆地模拟的数学模型是一组具有活动边界的非线性偏微分方程初边值问题, 它具有非线性、大区域、动边界、超长时间模拟等特点。我们提出并采用现代迎风、特征线、分步数、残量和并行数值计算的方法和技术。并建立严谨的收敛性理论, 使数值模拟计算和工业应用软件建立在坚实的数学、力学基础上。我们先后承担了多项“国家 973 计划”、“国家攀登计划”、“国家自然科学基金(数学、力学)”, 国家教育部博士点基金等有关能源数值模拟的理论和应用课题。曾先后获 1995 年国家光华科技基金奖三等奖, 2003 年教育部提名国家科学技术奖(自然科学)一等奖, 1988 年、1993 年、1997 年三次获国家教委科技进步奖(自然科学)二等奖。并于 1993 年由于培养研究生的突出成果“面向经济建设主战场探索培养高层次数学人才的新途径”获国家级优秀教学成果奖一等奖。

盆地发育史的数值模拟在国内外仅有二十多年的历史, 迁移聚集史的数值模拟是近十多年才发展起来的油气资源评价的国际前沿课题。它是科学地、定量化地认识和研究石油地质过程的重要手段之一, 是进行油气资源评价和勘探的最新技术。

到目前, 法国的 Ungerer、日本的中山一雄及德国的 Welte 等给出了二次运移的二维剖面模型。Ungerer 对英国的北海油田做了二维剖面问题的数值计算工作。国内从事二次运移研究的单位较多, 但仅有北京石油勘探开发研究院完成了二维剖面系统, 并应用于生产实际。

在本课题的研究中, 在数学、渗流力学方面我们始终得到 Jr. J.Douglas、R. E. Ewing、姜礼尚教授、石钟慈院士、符鸿源研究员的指导、帮助和支持! 在计算渗流力学和石油地质方面得到郭尚平院士、汪集旸院士、徐世浙院士、秦同洛教授、胜利油田总地质师潘元林、胜利油田地科院总地质师王捷的指导、帮助和支持! 并一直得到山东大学和胜利石油管理局有关领导的大力支持! 特在此表示深深的谢意!

在本课题长达二十多年的研究过程中, 山东大学先后参加此项研究工作的有我的学生: 王文洽教授、羊丹平、鲁统超、赵卫东、程爱杰、崔明荣、杜宁和李长峰等博士。胜利油田先后参加此项工作的有: 张建世、杨成顺、王志刚、冯国祥、王永福、毛景标、杨秀辉、左东华等高级工程师。

袁益让

2009 年 11 月于山东大学(济南)

韩玉笈

2009 年 11 月于胜利石油管理局(东营)

目 录

《信息与计算科学丛书》序

前言

第 1 章 三维油气资源评估的数值模拟	1
1.1 引言	1
1.2 数学模型	2
1.2.1 超压方程	2
1.2.2 热流方程	5
1.2.3 阿伦尼乌斯方程	5
1.2.4 方程中某些参数的计算公式	7
1.3 数值解法	9
1.3.1 超压方程的计算	10
1.3.2 热流方程的计算	10
1.3.3 数值实例	11
1.3.4 网格自动生成技术	12
1.4 盆地模拟中的参数选取	14
1.4.1 地质参数	14
1.4.2 热学参数	15
1.4.3 有机地球化学参数	16
1.5 软件系统结构及输出成果	16
1.5.1 计算流程图	16
1.5.2 输出成果	21
1.6 在济阳坳陷油气资源评价中的应用	23
1.7 计算机输出图件	27
参考文献	33
第 2 章 单层油资源运移聚集数值模拟	34
2.1 引言	34
2.1.1 国内外概况	34
2.1.2 研究内容	35
2.2 数学模型	36

2.2.1 达西定律	36
2.2.2 连续性方程	36
2.2.3 状态方程	36
2.2.4 流动方程	36
2.2.5 初始条件和边界条件	37
2.3 数值方法和分析	38
2.3.1 准三维问题的数值方法	39
2.3.2 三维问题的修正交替方向隐式迭代格式	40
2.4 运移聚集水动力学实验的数值模拟与分析	42
2.4.1 剖面问题的数值模拟和分析	42
2.4.2 平面问题的数值模拟和分析	49
2.4.3 三维问题的数值模拟和分析	57
2.5 胜利油田东营凹陷准三维问题数值模拟和分析	64
2.5.1 沙三中的数值模拟和分析	65
2.5.2 沙三下的数值模拟和分析	81
2.5.3 沙四上的数值模拟和分析	87
2.6 胜利油田东营凹陷剖面问题的数值模拟和分析	93
2.6.1 模拟结果 1	93
2.6.2 模拟结果 2	98
2.7 胜利油田东营凹陷三维问题的数值模拟和分析	103
2.7.1 沙三中运移聚集三维数值模拟	103
2.7.2 沙四上局部区域运移聚集三维数值模拟	120
2.7.3 沙四上运移聚集整体三维数值模拟	128
2.8 二次运移定量数值模拟系统的模块结构	133
2.8.1 程序总框图	133
2.8.2 模块结构	135
2.8.3 数据文件	138
2.9 东营盆地的实际应用	142
2.9.1 运移聚集区	143
2.9.2 与实际勘探结果对比分析	144
2.9.3 运移聚集量	145
参考文献	147
第 3 章 多层油资源运移聚集数值模拟	149
3.1 引言	149

3.1.1 主要内容	151
3.1.2 研制过程	151
3.2 数学模型	152
3.3 数值模拟方法	153
3.3.1 三维问题的修正算子分裂隐式迭代格式	153
3.3.2 准三维问题的数学模型和算法	154
3.3.3 多层问题(带断层、通道)的计算格式	155
3.3.4 水动力学数值模拟计算	156
3.4 并行计算研究	156
3.5 胜利油田惠民凹陷的数值模拟和分析	158
3.5.1 模型问题	158
3.5.2 实际问题的数值模拟	159
3.5.3 成果图件	159
3.6 胜利油田滩海地区多层油资源数值模拟和分析	162
3.6.1 模拟工区概况	162
3.6.2 模拟计算结果分析	162
3.6.3 断层效应	163
3.6.4 成果图件	164
3.7 胜利油田东营凹陷的并行计算数值模拟和分析	165
3.7.1 工区及模型问题	165
3.7.2 工区及模拟的结果分析	165
3.7.3 断层的效应	166
3.7.4 成果图件	166
3.8 流程模块结构	168
3.8.1 模块结构图	168
3.8.2 数据文件和结构	172
3.9 东营凹陷的实际应用	180
3.9.1 模拟结果和实际勘探状况的对比分析	181
3.9.2 几点值得讨论的问题	182
3.9.3 东营凹陷有利勘探区域	183
3.10 滩海地区的实际应用	185
3.10.1 模拟计算结果分析	186
3.10.2 有利勘探区域预测	188

参考文献	190
第 4 章 大规模并行计算运移聚集数值模拟	193
4.1 引言	193
4.2 数学模型	196
4.3 数值方法	197
4.3.1 三维问题的修正算子分裂隐式迭代格式	197
4.3.2 准三维(单层)问题的数学模型和算法	199
4.3.3 多层问题的计算格式	202
4.4 并行算法和并行程序设计	202
4.4.1 系统的软、硬件环境	203
4.4.2 并行信息传递编程研究	203
4.4.3 并行算法与并行程序设计	205
4.5 并行软件	209
4.5.1 并行方法	209
4.5.2 数据并行	210
4.5.3 流程模块结构	215
4.6 胜利油田滩海地区精细并行数值模拟计算和效果分析	215
4.7 胜利油田阳信洼陷的并行计算数值模拟和分析	222
4.7.1 阳信洼陷基本地质概况	222
4.7.2 油资源运移聚集的基本地质参数	223
4.7.3 油资源运移聚集历史阶段分析	223
4.7.4 模拟结果和实际勘探状况的对比分析	227
4.7.5 综合评价	227
4.8 滩海地区的分析和实际应用	230
4.8.1 参数研究	231
4.8.2 结果分析	233
参考文献	236
第 5 章 数值分析基础	239
5.1 引言	239
5.2 可压缩两相驱动问题的分数步特征差分格式	239
5.2.1 分数步特征差分格式	241
5.2.2 收敛性分析	242
5.2.3 推广和应用	249

5.3 多层渗流方程耦合系统的迎风分数步差分方法	251
5.3.1 二阶迎风分数步差分格式	252
5.3.2 二阶格式的收敛性分析	257
5.3.3 一阶迎风分数步差分格式及其收敛性分析	268
5.3.4 应用	270
5.4 动边值问题的迎风差分方法	271
5.4.1 油水渗流动边值问题的修正迎风差分方法	271
5.4.2 多层渗流方程动边值问题的差分方法	272
参考文献	274
《信息与计算科学丛书》已出版书目	278

第1章 三维油气资源评估的数值模拟

1.1 引言

三维油气资源评估数值模拟是对油气盆地发育地质过程进行定量化研究的最新技术,是当代研究和评价油气盆地资源潜力的先进技术,也是国内外争相攻关的困难课题。它以现代石油地质理论为基础,综合石油地质、地球化学、渗流力学、计算数学、计算机等多学科的先进成果,首先建立地质模型,然后建立数学模型,运用当代计算技术,以计算机为手段,综合应用钻井、地质、物探、地球化学分析等多种信息和资料,通过计算机模拟,在时间和空间概念下定量地再现盆地沉积、构造发育史、温度演化史和有机质成熟演化史,进而对盆地的生烃量、排烃量和远景资源作出定量评价,实现了计算机的绘图自动化,使“可视化”的程度得到了极大提高。

因为盆地的发育、油气的生成是一个超长时间、大面积、厚地层、变动区域、多因素和复杂地质事件影响的过程,要想真实地再现这一过程,是非常困难的。国内外通常采用的是简化了的一维或二维数学模型和计算方法,但是盆地的发育演化毕竟是在三维空间下进行的,要真实再现这一过程,非三维模型不可。三维油气资源评估数值模拟软件系统最先使用三维模型求解超压方程和热流方程,描述质量和能量在三维空间的流动、传递和交换,真正实现了油气盆地的沉积埋藏史、古热流史和古温度史、烃类的成熟度史和生烃量及排烃量史的数值模拟。

问题的数学模型是一组具有活动边界的非线性偏微分方程初边值问题。问题具有非线性、大区域、动边界、超长时间模拟等特点,给构造数值方法和设计计算机软件达到工业化应用带来极大困难。经过联合攻关,在研究国际计算数学新成果的基础上,把求解高维问题最有效的算子分裂法用于解决三维盆地模拟问题,并提出和应用了特征分裂格式。理论分析和实际应用表明,算法绝对稳定,运算速度快,精度高。

软件系统采用了网格自动生成技术。把地层按地质年代分成大层、小层和网格三个层次。每个时间步的模拟区域大小和边界变化后,网格能自动生成,并且随地层变动处理地质参数。克服三维区域的大小和边界随时间变化带来的困难,大大提高了模拟精度。

按网格和地层相结合处理地质参数。盆地在沉积过程中孔隙度逐渐变小,每层厚度逐渐变薄,地层与网格的不匹配给地质参数的处理和使用带来了很大困难,本

系统按网格和地层相结合处理地质参数成功地解决了这一难题,使精度大大提高.

本系统成功地实现了盆地模拟结果的绘图自动化和可视化.并成功地把计算机辅助设计(CAD)技术用于资源评价中,系统采用图形自动输入,人机交互操作分区,可以对图形进行再次加工、编辑,对编辑加工后的图形用C语言进行数据自动采集,实现模拟结果的绘图自动化和可视化,极大地提高了工作效率.

系统各功能模块相对稳定,一个大的盆地模拟工作可以分阶段进行,计算结果在时间、空间概念下自动排序,根据需要可以选择性地输出各种图表,为油气资源评价提供了先进的技术手段.

分裂算法与变动网格相结合的技术.通常情况下,分裂算法是在固定区域和固定网格上进行的.在变动区域和变动网格上用分裂算法以及如何选择算子分裂的顺序,是三维盆地模拟的新问题,本系统巧妙地解决了这一难题.

本系统取得了显著的经济效益.系统投产以来,已成功地用于全国“八五”期间第二次油气资源评价,它综合运用了胜利油田开发以来丰富的勘探开发资料,对胜利油田20个盆地地质发育历史进行了定量化再研究和再认识.经本系统科学评价,给出胜利油田含油气储量80亿吨的结论,比“六五”期间35亿吨的结论更科学、更符合实际情况,为胜利油田制定发展规划和勘探部署,为国家制定能源政策和石油工业发展规划提供了科学依据,作出了积极贡献.

1.2 数学模型

盆地模拟中三个主要的数学模型是超压方程、热流方程和阿伦尼乌斯方程^[1~5].

1.2.1 超压方程

盆地地下孔隙介质是由岩石的骨架和孔隙中的流体组成的.任取一块岩石,其受力状态为:一方面,该岩块要承受作用在它上面的全部重量,即上覆荷重(S);另一方面,孔隙中的流体本身还具有内压(P).作用在岩块上的有效应力(σ)有如下关系式:

$$\sigma = S - P. \quad (1.2.1)$$

若以 V 表示岩块体积, V_s 表示岩石骨架体积, ϕ 表示岩块的孔隙度,则

$$V_s = (1 - \phi)V.$$

这里,提出第一个基本假设,岩石的骨架是不可压缩的.含有孔隙的沉积物的压缩性,体现在因孔隙介质中流体的排出而引起孔隙空间的变小,其骨架体积不随时间(t)而变化

$$\frac{\partial V_s}{\partial t} = 0.$$

把 V_s 的表达式代入上式并整理, 可得到

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{(1 - \phi)}{V} \frac{\partial V}{\partial t}.$$

根据胡克定律, 岩块的相对形变与作用其上的有效应力变化成正比

$$\frac{\Delta V}{V} = -\alpha \Delta \sigma,$$

式中 α 为比例系数.

用对时间的偏导表示:

$$\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial t} = -\alpha \frac{\partial \sigma}{\partial t},$$

于是

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\alpha(1 - \phi) \frac{\partial \sigma}{\partial t}. \quad (1.2.2)$$

式 (1.2.2) 是计算孔隙度变化率的基本公式, 比例系数 α 通常称作岩石的压缩系数. 把式 (1.2.1) 代入式 (1.2.2), 有

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\alpha(1 - \phi) \left(\frac{\partial S}{\partial t} - \frac{\partial P}{\partial t} \right). \quad (1.2.3)$$

式 (1.2.3) 表明, 在沉积盆地沉降过程中, 沉积岩中每个单元体均因其孔隙度的减小而受到压实. 这种压实不仅与岩石本身的压缩系数 α 有关, 而且与其孔隙度 ϕ 有关, 还与岩石所受到的有效应力变化率有关. 沉积速率越大, 上覆荷重的变化率越大, 孔隙度的变化率越大; 但是, 如果岩层的渗透率较低, 流体的排出不甚通畅, 就会使岩块内流体压力增高, 导致流体压力变化率变大, 反而使岩石孔隙度的变化率变小.

提出的第二个基本假设是, 岩块内的流体是可以压缩的. 对于可压缩流体, 胡克定律描述了流体体积的相对变化与压力的变化成正比

$$\frac{dV_w}{V_w} = -\beta dP,$$

式中 V_w 是岩石中的流体体积, β 为比例系数. 当流体压力由 P_0 变化到 P 时, 相应的流体体积由 V_{w0} 变化到 V_w , 对上式积分并整理得

$$\begin{aligned} \int_{V_{w0}}^{V_w} \frac{dV_w}{V_w} &= - \int_{P_0}^P \beta dP, \\ \ln \frac{V_w}{V_{w0}} &= \beta(P_0 - P), \\ V_w &= V_{w0} e^{\beta(P_0 - P)}. \end{aligned}$$

用 M 表示体积为 V_w 的流体质量, ρ_w 表示此时的流体密度, 有

$$\rho_w = \frac{M}{V_w} = \frac{M}{V_{w_0}} e^{-\beta(P_0 - P)} = \rho_{w_0} e^{-\beta(P_0 - P)},$$

上式中 ρ_{w_0} 表示体积为 V_{w_0} 时的流体密度. 上式对时间偏微商

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \rho_{w_0} e^{-\beta(P_0 - P)} \beta \frac{\partial P}{\partial t},$$

即

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \rho_w \beta \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (1.2.4)$$

式 (1.2.4) 表明, 流体密度的变化率, 与流体压力的变化率成正比, 比例系数 β 一般称作流体的压缩系数.

描述质量守恒的连续性方程为

$$-\nabla(\rho_w \mathbf{V}) = \frac{\partial(\rho_w \phi)}{\partial t},$$

式中 \mathbf{V} 是速度向量, 算子 ∇ 的表达式为

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}.$$

把方程右端项展开, 并把式 (1.2.2)、(1.2.4) 代入

$$\frac{\partial(\rho_w \phi)}{\partial t} = \phi \rho_w \beta \frac{\partial P}{\partial t} - \rho_w \alpha(1 - \phi) \frac{\partial \sigma}{\partial t}. \quad (1.2.5)$$

在重力作用下渗流的达西定律为

$$\mathbf{V} = -\frac{K}{\mu} \nabla(P - \rho_w g D), \quad (1.2.6)$$

式中, K 是渗透率, μ 是黏度, g 是重力加速度, D 是距水平面的深度. 把 (1.2.5)、(1.2.6) 两式代入连续性方程, 得到

$$\nabla \cdot \left(\frac{\rho_w K}{\mu} \nabla(P - \rho_w g D) \right) = \phi \rho_w \beta \frac{\partial P}{\partial t} - \rho_w \alpha(1 - \phi) \frac{\partial \sigma}{\partial t}. \quad (1.2.7)$$

记 $\rho_w g D = P_n$, 显然 P_n 是静水柱压力. 岩块中的流体压力 P 由两部分组成, 一部分为静水柱压力, 另一部分为孔隙流体的超压力, 记作 P_a , 则 $P_a = P - P_n$.

将式 (1.2.1) 代入式 (1.2.7), 并用超压力 P_a 表示需要求解的未知量, 则式 (1.2.7) 变为

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\frac{\rho_w K}{\mu} \nabla P_a \right) &= [(1 - \phi)\alpha + \phi\beta]\rho_w \frac{\partial P_a}{\partial t} - \alpha(1 - \phi)\rho_w \frac{\partial S}{\partial t} \\ &\quad + [(1 - \phi)\alpha + \phi\beta]\rho_w \frac{\partial P_n}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

方程 (1.2.8) 就是所推导建立的超压方程.