21世纪高等继续教育精品教材

高等数学学习指导

GAODENG SHUXUE XUEXI ZHIDAO

主编◎熊亦净　郭才顺

中国人民大学出版社

21 世纪高等继续教育精品教材

高等数学学习指导

主　编　熊亦净　郭才顺

中国人民大学出版社
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

高等数学学习指导/熊亦净，郭才顺主编．—北京：中国人民大学出版社，2011.11
21世纪高等继续教育精品教材
ISBN 978-7-300-14673-7

Ⅰ.①高… Ⅱ.①熊… ②郭… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 223435 号

21世纪高等继续教育精品教材
高等数学学习指导
主　编　熊亦净　郭才顺

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街31号	**邮政编码**	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511398（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经　　销	新华书店		
印　　刷	北京昌联印刷有限公司		
规　　格	185 mm×260 mm　16开本	**版　　次**	**2001年11月第1版**
印　　张	8	**印　　次**	**2011年12月第2次印刷**
字　　数	165 000	**定　　价**	**15.00元**

前 言

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学，是一门重要的课程。

数学，起源于人类早期的生产活动，为中国古代六艺之一，亦被古希腊学者视为哲学之起点。数学的希腊语Μαθηματικ（mathematikós）意思是“学问的基础”，源于μαθημα（máthema）（“科学，知识，学问”）。

简单地说，数学是研究数和形的科学。由于生活和劳动上的需求，即使是最原始的民族，也知道简单的计数方法，并由用手指或实物计数发展到用数字计数。

数学是人们生活、劳动和学习必不可少的工具，它能够帮助我们处理数据，进行计算、推理和证明，数学模型可以有效地描述自然现象和社会现象。数学为其他科学提供了语言、思想和方法，是一切重大技术发展的基础。

世界上很多著名人士对数学的重要性作了很多生动的描述。德国数学家高斯说：“数学是科学的皇后。”无产阶级革命导师马克思说：“一门科学，只有当它成功地运用数学时，才能达到真正完善的地步。”英国哲学家培根说：“数学是打开科学大门的钥匙，轻视数学将造成对一切知识的危害。”

在今天，数学已被使用在世界上不同的领域，包括科学、工程、医学和经济学等。数学在这些领域的应用通常被称为应用数学，有时亦会激起新的数学发现，并带来全新学科的发展。数学家亦研究没有任何实际应用价值的纯数学，即使其应用价值常会在之后被发现。

高等数学是理工科或其他非数学类专业学生的重要基础课。高等数学课程的主要任务是研究函数的一系列性质：函数的极限，函数的连续性、可微性（求导数与微分等）、可积性（求各类积分及其应用等），函数展开成级数，函数的性态与作图，解微分方程求函数式，等等。

对于广大同学来说，学好数学具有重要意义，具体表现在以下几个方面：

其一，数学是同学们掌握数学工具的主要课程。数学知识是许多大学后续课程的基础，是学生进一步学习和研究的必要工具。

其二，数学是同学们培养理性思维的重要载体。数学研究的是各种抽象的“数”和“形”的模式结构，运用的主要是逻辑、思维和推演等理性思维方法。

其三，数学是同学们接受美感熏陶的一条途径。数学是美学四大中心建构（史诗、音乐、造型和数学）之一，数学美是多方面的，例如将杂乱整理为有序，寻求各种物质运动的简洁统一的数学表达等，都是人们对美的追求，这种追求对

一个人精神世界的陶冶起着潜移默化的影响，而且往往是一种创新的动力。

其四，学好数学可以提高广大同学的逻辑思维能力。通过学习数学，可使思路清晰，条理分明，有条不紊地处理头绪纷烦的各项工作。

其五，数学可以培养广大同学认真细致、一丝不苟的作风。通过学习数学，对待工作和生活时就会像数学中的推导要求那样，一个小数点都不会含糊敷衍，像数学上追求最有用的结论、最简明的证明那样精益求精。

其六，数学可以增强广大同学的意志力和应变能力。通过学习数学，能了解数学的概念、方法、理论等产生和发展过程，并通过不断分析、综合、抽象、概括，从表面上一团乱麻的困局中理出头绪，最终解决问题。

由此可见，作为现实生活中的一员，具有数学文化素养是十分重要的，同学们在学习数学的过程中，应当自觉地增强学好数学的自觉性和主动性，把数学基础知识学好、学扎实和学透。

编　者

目 录

第一部分　课程介绍与学习方法

一、课程介绍

该课程的内容比较丰富，共分七章．基本内容可以作如下概括．

第一章：函数与极限．该章主要内容包括：(1) 函数的复合与分解；(2) 数列极限和函数极限的概念；(3) 分段函数分界点处极限的求法；(4) 用两个重要极限求极限的方法．

第二章：导数与微分．该章主要内容包括：(1) 导数的概念和性质；(2) 导数的基本公式；(3) 复合函数导数运算法则；(4) 隐函数的求导法；(5) 微分形式的不变性．

第三章：导数的应用．该章主要内容包括：(1) 微分中值定理；(2) 洛必达法则求未定式极限的方法；(3) 用函数的单调性证明不等式；(4) 用导数判断函数图形的拐点．

第四章：不定积分．该章主要内容包括：(1) 原函数和不定积分的概念；(2) 凑微分和选择恰当的代换；(3) 分部积分的法则．

第五章：定积分．该章主要内容包括：(1) 定积分的概念；(2) 变上限积分定理的重大作用和应用；(3) 定积分换元积分的法则；(4) 广义积分的概念和广义积分的计算．

第六章：二元微积分．该章主要内容包括：(1) 偏导数的概念、导数和二阶导数的求法；(2) 求二元函数全微分的方法；(3) 二次积分的定义和二次积分的计算；(4) 二重积分的意义和二重积分的计算方法．

第七章：无穷级数与一阶微分方程．该章主要内容包括：(1) 级数基本运算的原则；(2) 重要级数的敛散性判别法；(3) 掌握求解一阶可分离变量微分方程；(4) 标准形状的一阶线性微分方程的通解．

二、学习方法

怎样学好高等数学这门课程呢?

首先，同学们需要在数学思想的指导下，运用合适的数学方法．

数学思想大致有这样几个方面：集合与对应的思想、分类讨论的思想、数形结合的思想、运动思想、转化思想和变化思想．这些数学思想基本上能够涵盖所有的数学方法．在这些思想的指导下，可以学习具体的操作方法，比如换元法、待定系数法、数学归纳法、分析法、综合法以及反证法．注意，应该把数学思想和方法贯穿到整个学习过程中．做题时应该有以下意识：这是在用什么方法？为什么这类题要用这个方法？这种方法还可以运用于其他什么类型的题目？

其次，同学们在学习过程中，需要注意以下几个方面：一是加强分析能力、应用能力的培养，通过学习典型例题，找出解决问题的思路和方法．二是注重解题的关键技巧，加强解题能力、计算能力的培养．

再次，要抓住学习的“五个环节”．一是课前预习（前一天通读次日要讲的内容）；二是认真听讲（提倡超前的动脑思维）；三是课后复习（弄懂每一个细节，并适当看一些参考书，帮助并加深理解该讲的内容）；四是完成作业（要独立完成，可以讨论或询问，但切忌抄袭）；五是及时小结（总结所学内容、归纳方法、写出体会等）．只要坚持不懈地抓好这五个环节，就一定能够学好高等数学．

最后，要在课堂听课的过程中多动脑筋，多思考问题。对大部分同学来说，跟着老师学习是非常重要的．要重视老师在课堂上讲授的题目，因为那些题都是老师精心挑选的，具有代表性．要注意听老师讲题的思路，课下思考：他为什么这么做这道题？为什么我没有想到这种方法？总之，即使是一道题，思路也是广泛的，可以运用不同的方法；推而广之，此题的方法也适用于其他题．

总之，学好高等数学是有方法可循的，掌握了科学的方法，就拥有了学好数学的金手杖．

第二部分　辅导与练习

第一章　函数与极限

一、本章知识结构框架图

- 函数与极限
  - 函数的类别与基本性质
    - 基本初等函数
    - 复合函数
    - 初等函数
    - 分段函数
    - 函数的基本性质
  - 几何与力学方面函数关系式
    - 几何方面函数关系式
    - 力学方面函数关系式
  - 极限的概念与基本运算法则
    - 数列极限
    - 函数极限
    - 极限基本运算法则
  - 无穷大量与无穷小量
    - 定义及性质
    - 阶的分类
  - 未定式极限
    - 定义及分类
    - $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{P(x)}{Q(x)}=\dfrac{0}{0}$型的计算
    - $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{R(x)}{S(x)}=\dfrac{0}{0}$型的计算
    - $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{P(x)}{Q(x)}=\dfrac{\infty}{\infty}$型的计算

两个重要极限 $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1 \text{ 及其推广形式的特征} \\ \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e} \text{ 及其推广形式的特征} \end{cases}$

函数的连续性 $\begin{cases} \text{函数连续性的定义} \\ \text{连续函数的性质} \\ \text{函数的间断点} \\ \text{分段函数的连续性} \\ \text{求解渐近线} \end{cases}$

二、本章重点与难点提示

1. 函数的复合与分解

复合函数的分解是指令中间变量 u 等于复合函数 y 中作最后运算的表达式，将复合函数分解为基本初等函数 $y=f(u)$ 与函数 $u=u(x)$．若函数 $u(x)$ 为基本初等函数或简单函数，则分解终止；若 $u(x)$ 仍为复合函数，则需要继续分解．

2. 正确理解数列极限和函数极限的概念

在理解数列极限时，要注意极限 A 是因变量 y_n 的终极变化趋势．当 $n\to\infty$ 时，$|y_n-A|<\varepsilon$，刻画了 y_n 与 A 的接近程度可任意小，即 $y_n\to A$．

理解函数极限概念，要十分注意函数极限存在的条件．左、右极限只要有一个不存在，或者虽然存在但不相等（$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)\neq\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$），则函数的极限就不存在．

3. 分段函数分界点处极限的求法

分段函数求极限要分两种情况：若分段函数在分界点左右的数学表达式一样，则直接计算其极限；若分段函数在分界点左右的数学表达式不一样，则应分别计算其左右极限．

4. 学会运用两个重要极限求极限的方法

第一个重要极限：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，其推广形式为 $\lim\limits_{u(x)\to 0}\dfrac{\sin u(x)}{u(x)}=1$. 其有两个特征：角度一定趋近于零；分子是角度的正弦函数．该极限用于求含三角函数 $\dfrac{0}{0}$ 型未定式极限，所求未定式极限同时满足以上两个特征时，极限值就等于 1. 所求 $\dfrac{0}{0}$ 型未定式极限若具有第一特征而不具有第二特征，可以通过恒等代换使其具有第二特征．自变量 x 不一定趋近于零，但必须使得角度趋近于零．

第二个重要极限：$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$，其推广形式为 $\lim\limits_{u(x)\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{u(x)}\right)^{u(x)}=\mathrm{e}$. 其具有两个特征：底数一定是 1 加上无穷小量；指数一定是底数中无穷小量的倒数.

该极限公式可用于求 1^∞ 型未定式极限，只需要满足以上两个特征，极限值就为 e. 若所求未定式极限满足第一特征而不满足第二特征，则可以通过幂恒等变换，使其具有第二特征，进而求解．自变量 x 不一定趋于无穷大，但必须使得底数为 1 加上无穷小量．

三、自测练习题

(一) 填空题

1. 设 $f(x)=\dfrac{1}{1+x}$，则 $f[f(\dfrac{1}{x})]=$________．

2. 设 $f(\cos\dfrac{x}{2})=1-\cos x$，则 $f(x)=$________．

3. 设 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-a}{x^2-1}=2$，则 $a=$________．

4. 已知 $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$，则 $f(0+0)=$________，$f(0-0)=$________．

5. 若 $f(x+\dfrac{1}{x})=\dfrac{x^3+x}{x^4+1}$，则 $f(x)=$________．

6. 若 $f(x)$ 是奇函数，当 $x\geqslant0$ 时，$f(x)=1-|x-1|$，则 $x<0$ 时，$f(x)=$________．

7. 当 $x\to$______时，$f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{|x^2+x-2|e^x}$ 是无穷小量．

8. 函数 $f(x)=\begin{cases}\cos\dfrac{\pi}{2}x, & |x|\leqslant1\\ |x^2-x|, & |x|>1\end{cases}$ 的间断点为________．

9. 若 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin2x+e^{2ax}-1}{x}, & x\neq0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，则 $a=$________．

10. 设 $\varphi(x)=\ln x$，$\varphi[g(x)]=x^2+1+\ln3$，则 $g(x)=$____．

11. 若 $x\to0$ 时，$(7x+8x^{\frac{3}{5}})^{\frac{1}{3}}\sim Ax^k$，则 $A=$______，$k=$______．

12. $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}=$________．

13. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)x}{nx^2+1}$，则 $f(x)$ 的间断点为 $x=$________．

14. 设 $f(x)=\begin{cases}2^x, & -1\leqslant x<0\\ 2, & 0\leqslant x<1\\ x-1, & 1\leqslant x<3\end{cases}$，则 $f(x)$ 的定义域为____，$f(0)=$____，$f(1)=$____．

15. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，则 $f(x^2)$ 的定义域是________．

16. 若 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$，则 $f[f(x)]=$ ________，$f\{f[f(x)]\}=$ ________.

17. 设 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x+\sqrt{1+x^2}$，则 $f(x)=$ ________.

18. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ 的连续区间是______，______和______.

19. 若 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x+1}-ax+b\right)=0$，$a$，$b$ 均为常数，则 $a=$ ____，$b=$ ____.

20. 若 $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}+3$，则 $f(x)=$ ________.

21. 如果 $x\to 0$ 时，要使无穷小量 $(1-\cos x)$ 与 $a\sin^2\dfrac{x}{2}$ 等价，a 应等于________.

22. 要使 $\lim\limits_{x\to 0^-}(ax+b)^{\frac{1}{x}}=0$，则 b 应满足____.

23. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)=$ ____.

24. 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-x^2}{1+x}, x\neq -1\\ A, x=-1\end{cases}$，当 $A=$ ________时，函数 $f(x)$ 连续.

25. 已知 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x^2-x-2}=2$，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

26. 设 $f(x)=\begin{cases}e^{-\frac{1}{x^2}}, x\neq 0\\ a, x=0\end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$ ________；若 $f(x)$ 无间断点，则 $a=$ ________.

27. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2\cos x}=$ ________.

28. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x^2}=$ ________.

(二）选择题

1. 数列 $x_n=\dfrac{n+\cos n}{n}$ 的极限是（　　）.

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. 不存在

2. 设 $f(x)=\begin{cases}-x, & x\leqslant 1\\ 3+x, & x>1\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}x^3, & x\leqslant 1\\ 2x-1, & x>1\end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to 1}f[g(x)]$（　　）.

A. 等于 -1　　B. 等于 1　　C. 等于 4　　D. 不存在

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{2n^2}+\dfrac{3}{2n^2}+\cdots+\dfrac{2n-1}{2n^2}\right)=$（　　）.

A. 0　　B. ∞　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

4. 设 $f(x)=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}+1}{2e^{-\frac{1}{x}}+1}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=($　　$)$.

A. ∞　　B. 不存在　　C. 0　　D. $\dfrac{1}{2}$

5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(x-1)}{x^2-3x+2}=($　　$)$.

A. 0　　B. ∞　　C. 1　　D. -1

6. 当 $x\to 0$ 时，x^{α} 与 $\sin^3 x^2$ 为等价无穷小量的充分条件是 $\alpha=($　　$)$.

A. 2　　B. 3　　C. 5　　D. 6

7. 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin 2x}{x}, x<0\\ x+2, x>0\end{cases}$ 在分界点 $x=0$ 处(　　).

A. 函数有定义且极限存在　　B. 函数无定义极限亦不存在

C. 极限存在且连续　　D. 极限存在但不连续

8. 函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$，讨论 $f(x)$ 的间断点，其结论为(　　).

A. 不存在间断点　　B. 存在间断点 $x=-1$

C. 存在间断点 $x=0$　　D. 存在间断点 $x=1$

9. 函数 $f(x)=\ln(3x+1)+\sqrt{5-2x}+\arcsin x$ 的定义域是(　　).

A. $\left(-\dfrac{1}{3},\dfrac{5}{2}\right)$　　B. $\left(-1,\dfrac{5}{2}\right)$　　C. $\left(-\dfrac{1}{3},1\right)$　　D. $(-1,1)$

10. 若函数 $f(x)=|x|$，$-2<x<2$，则 $f(x-1)$ 的值域为(　　).

A. $[0,2)$　　B. $[0,3)$　　C. $[0,2]$　　D. $[0,3]$

11. 设函数 $f(x)=e^x\ (x\neq 0)$，那么 $f(x_1)\cdot f(x_2)$ 为(　　)

A. $f(x_1)+f(x_2)$　　B. $f(x_1+x_2)$

C. $f(x_1x_2)$　　D. $f\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)$

12. 已知 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递减，则 $f(x^2+4)$ 的单调递减区间是(　　).

A. $(-\infty,+\infty)$　　B. $(-\infty,0)$　　C. $[0,+\infty)$　　D. 不存在

13. 设 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上有定义，则函数 $f(x)$ 在点 x_0 的左、右极限都存在且相等是函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续的(　　).

A. 充分条件　　B. 充分且必要条件

C. 必要条件　　D. 非充分也非必要条件

14. 若函数 $f(x)$ 在某点 x_0 的极限存在，则(　　).

A. $f(x)$ 在点 x_0 的函数值必存在且等于极限值

B. $f(x)$ 在点 x_0 函数值必存在，但不一定等于极限值

C. $f(x)$ 在点 x_0 的函数值可以不存在

D. 如果 $f(x_0)$ 存在的话，必等于极限值

15. 数列 $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \cdots$( ).

A. 以 0 为极限 B. 以 1 为极限

C. 以 $\frac{n-2}{n}$ 为极限 D. 不存在极限

16. $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\frac{1}{x} =$( ).

A. ∞ B. 不存在 C. 1 D. 0

17. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{2x} =$( ).

A. e^{-2} B. ∞ C. 0 D. $\frac{1}{2}$

18. 无穷小量是( ).

A. 比零稍大一点的一个数 B. 一个很小很小的数

C. 以零为极限的一个变量 D. 数零

19. 设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ 都不存在，则( ).

A. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$ 一定不存在

B. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$ 一定都存在

C. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$ 中恰有一个存在，而另一个不存在

D. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$ 及 $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$ 有可能存在

20. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sin^2(1-x)}{(x-1)^2(x+2)} =$( )

A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 0 D. $\frac{2}{3}$

21. 当 $x\to 0$ 时，下列与 x 同阶（不等价）的无穷小量是( ).

A. $\sin x - x$ B. $\ln(1-x)$ C. $x^2\sin x$ D. $e^x - 1$

22. 设函数 $g(x) = 1-2x$，$f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2}$，则 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 为( ).

A. 30 B. 15 C. 3 D. 1

23. 关于无穷多个无穷小量之和，下列说法正确的是( ).

A. 必是无穷小量

B. 必是无穷大量

C. 必是有界量

D. 是无穷小，或是无穷大，或有可能是有界量

24. 设 $y = \arccos\sqrt{\ln(x^2-1)}$，则它的连续区间为( ).

A. $|x| > 1$

B. $|x| > \sqrt{2}$

C. $\left[-\sqrt{e+1},-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2},\sqrt{e+1}\right]$

D. $\left(-\sqrt{e+1},-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2},\sqrt{e+1}\right)$

25. 设 $f(x)=\begin{cases}e^x, & x<0\\ a+x, & x\geqslant 0\end{cases}$，要使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$(　　).

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. -1

26. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{x}{3}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$，若 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是连续函数，则 $a=$(　　).

A. 0　　B. 1　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. 3

27. 方程 $x^4-x-1=0$ 至少有一根的区间是(　　).

A. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$　　B. $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$　　C. $(2,3)$　　D. $(1,2)$

28. 下列各式中，极限存在的是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x$　　B. $\lim\limits_{x\to 0}e^{\frac{1}{x}}$　　C. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+5x}{3x^2-1}$　　D. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{2^x-1}$

29. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{|x|}{\sin x}=$(　　).

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. 不存在

(三) 判断题

1. $y=\lg x^2$ 与 $y=2\lg x$ 是相同函数.　(　　)
2. 凡是分段表示的函数都不是初等函数.　(　　)
3. 复合函数 $f[\varphi(x)]$ 的定义域即为 $\varphi(x)$ 的定义域.　(　　)
4. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}|a_n|$ 收敛，则 $\lim\limits_{n\to\infty}|a_n|$ 收敛.　(　　)
5. 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，则 $f(x_0)=A$.　(　　)
6. 函数 $f(x)$ 在 x_0 处无定义，但 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 可能存在.　(　　)
7. 若 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$，$\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$ 都存在，则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在.　(　　)
8. 除 0 以外任何常数都不是无穷小量.　(　　)
9. 当 $x\to 0$ 时，$\sin 3x$ 是无穷小量.　(　　)
10. 当 $x\to\infty$ 时，$\cos\dfrac{1}{x}$ 是无穷小量.　(　　)
11. 在某过程中，若 $f(x)$ 有极限，$g(x)$ 无极限，则 $f(x)+g(x)$ 无极限.　(　　)
12. 若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A\neq 0$，$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=0$，则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 必不存在.　(　　)

13. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x}=1$. （　　）

14. $\lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}=e^{-1}$. （　　）

15. $x \to 0$ 时，$2x$ 是$\sqrt{x}$的高阶无穷小量. （　　）

16. $x \to 0$ 时，$\ln(1+x^2)$与 $x\sin x$ 是同阶无穷小量. （　　）

17. 因为 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\cos x}{1-x}=1$，故 $\cos x$ 与 $1-x$ 是等价无穷小量. （　　）

18. 若 $f(x)$ 在点 x_0 处连续，$g(x)$ 在点 x_0 处不连续，则 $f(x)+g(x)$在点 x_0 处必不连续. （　　）

19. 若 $f(x)$，$g(x)$ 均在 x_0 处不连续，则 $f(x)+g(x)$ 在 x_0 处亦不连续. （　　）

20. 若 $f(x_0-0)=f(x_0+0)=f(x_0)=A$，则函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续. （　　）

（四）计算题

1. 设 $f(x)=\frac{2}{2-x}$，求 $f[f(x)]$.

2. 求下列极限：

(1) $\lim\limits_{n \to \infty}\left(\frac{k}{n}+\frac{2}{n^3}\right)$（$k$ 为常数）

(2) $\lim\limits_{n \to \infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)$

(3) $\lim\limits_{n \to \infty}\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}\right)$

(4) $\lim\limits_{n \to \infty}\frac{n^2+5n-2}{2n^2+3}$

(5) $\lim\limits_{n \to \infty}(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+2})$

3. 求下列极限：

(1) $\lim\limits_{x \to 1}\frac{x^2+3x-1}{2x^4-5}$

(2) $\lim\limits_{x \to 1}\frac{x^2+2x-3}{x^2-1}$

(3) $\lim\limits_{x \to \infty}\frac{x^2+2x-3}{x^2-1}$

(4) $\lim\limits_{x \to \infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$

4. 求 $\lim\limits_{x \to \infty}\frac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0}{b_mx^m+b_{m-1}x^{m-1}+\cdots+b_1x+b_0}$（$a_n\neq 0, b_m\neq 0, m, n$ 为正整数）.

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2x^2+1, & x>0\\ x+b, & x\leqslant 0\end{cases}$，当 b 取何值时，$\lim\limits_{x \to 0}f(x)$ 存在？