

数学

模拟及精解

高考 150 分模拟及精解

高考

150

分

化学工业出版社

高考 150 分模拟及精解

数 学

丛书编写组

化学工业出版社

(京)新登字 039 号

内 容 提 要

为了帮助高考前考生在巩固基础和熟练基本技能的基础上,提高自己的解题能力;能及早熟悉数学高考的题型、题量,试题风格、难易程度,以便在考场上胸有成竹,临场不慌;为了减轻高三数学教师繁重的备课任务,特邀请了几位多年担任高三数学教学,具有丰富经验,并多次参加编写高考模拟试题的高级教师联合编写了本书。本书紧扣大纲,紧跟高考命题动向,重视基础、提高能力。每套试题都是在认真分析 93 年高考试题的特点和展望 94 年高考命题动向的基础上编写的。为了便于使用,题后附有较详细参考答案,并给出部分分析解答过程。

高考 150 分模拟及精解 数学

丛书编写组

责任编辑:夏叶清 胡竹强

封面设计:张秀菊

*

化学工业出版社出版发行
(北京市朝阳区惠新里 3 号)

一二〇一工厂印刷

新华书店北京发行所经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:9 $\frac{1}{2}$ 字数:219 千字

1993 年 12 月第 1 版 1993 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—8,000

ISBN 7-5025-1231-4/G·316

定价:6.80 元

序 言

本丛书共 6 本,即语文、英语、数学、历史、物理、化学。按高考 150 分新模式编写。

本丛书编写具有三大特点

一、选题好:模拟试题题量恰当、难度合理,思路灵活,类型齐全,各科所有领域试题结构和分值在参照 1993 年高考基础上有所发展。

二、编排好:每套模拟试题都含基础、较难和高难三类,考察学生基本训练能力、灵活思考能力和综合分析能力及部分知识面阅读能力等。按各科比例,体现训练梯度和循序渐进。

三、注解好:在后面的精解部分,对典型的题目和较难题目给出简单而明确的解题思路,引导读者自学自练,便于理解和实践,达到举一反三作用,可帮助读者提高各方面能力,对其它的题目给出答案。

本丛书编写组的成员分别是来自北大附中、清华附中,人大附中、师大二附中,北京五中、北京八中,八一中学、铁路二中、北航附中、钢院附中、中关村中学,北京教育学院西城分院的高级教师。他们都多年从事高三毕业班教学工作,有很多行之有效的高考复习经验,根据当前高考试题的新动向,汇集近年高考所涉及各种题型为读者奉献出这套实用性好、针对性强的模拟试题及精解集。

丛书编写组

北大附中	清华附中	人大附中
师大二附中	北京五中	北京八中
八一中学	铁路二中	钢院附中
北航附中	中关村中学	北京教育学院西城分院

等校的部分高级教师

目 录

第一部分 高考数学模拟试题

高考数学模拟试题(一).....	(1)
高考数学模拟试题(二).....	(3)
高考数学模拟试题(三).....	(6)
高考数学模拟试题(四).....	(8)
高考数学模拟试题(五).....	(11)
高考数学模拟试题(六).....	(14)
高考数学模拟试题(七).....	(18)
高考数学模拟试题(八).....	(20)
高考数学模拟试题(九).....	(23)
高考数学模拟试题(十).....	(26)
高考数学模拟试题(十一).....	(29)
高考数学模拟试题(十二).....	(32)
高考数学模拟试题(十三).....	(35)
高考数学模拟试题(十四).....	(38)
高考数学模拟试题(十五).....	(41)
高考数学模拟试题(十六).....	(44)
高考数学模拟试题(十七).....	(46)
高考数学模拟试题(十八).....	(50)

第二部分 答案及精解

高考数学模拟试题(一)答案及精解.....	(53)
高考数学模拟试题(二)答案及精解.....	(58)
高考数学模拟试题(三)答案及精解.....	(64)
高考数学模拟试题(四)答案及精解.....	(69)
高考数学模拟试题(五)答案及精解.....	(76)
高考数学模拟试题(六)答案及精解.....	(81)
高考数学模拟试题(七)答案及精解.....	(87)
高考数学模拟试题(八)答案及精解.....	(93)
高考数学模拟试题(九)答案及精解.....	(99)
高考数学模拟试题(十)答案及精解.....	(103)
高考数学模拟试题(十一)答案及精解.....	(109)
高考数学模拟试题(十二)答案及精解.....	(114)
高考数学模拟试题(十三)答案及精解.....	(120)

高考数学模拟试题(十四)答案及精解.....	(124)
高考数学模拟试题(十五)答案及精解.....	(125)
高考数学模拟试题(十六)答案及精解.....	(130)
高考数学模拟试题(十七)答案及精解.....	(132)
高考数学模拟试题(十八)答案及精解.....	(138)

第一部分 高考模拟试题

高考数学模拟试题(一)

第 I 卷 (选择题共 68 分)

一、选择题:本大题共 17 小题;每小题 4 分,共 68 分。在每小题给出四个选项中,只有一项是符合题目要求的。把所选项前面的字母填在题后括号内。

1. 如果直线 $ax+2y+1=0$ 与直线 $x+y-2=0$ 互相垂直,那么 a 的值为 ()
(A) 1 (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) -2
2. 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_3=5$, 则 S_5 的值为 ()
(A) 5 (B) 15 (C) 25 (D) 35
3. 已知: $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 且 α, β 都为锐角, 那知 $\alpha+\beta$ 的值为 ()
(A) $\alpha+\beta = \frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{5\pi}{4}$ (B) $\alpha+\beta = \frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$ (C) $\alpha+\beta = \frac{5\pi}{4}$ (D) $\alpha+\beta = \frac{3\pi}{4}$
4. 双曲线 $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ 的准线方程为 ()
(A) $x = \pm \frac{16}{\sqrt{7}}$ (B) $x = \pm \frac{9}{\sqrt{7}}$ (C) $x = \pm \frac{16}{5}$ (D) $y = \pm \frac{16}{5}$
5. 一个圆台的母线长是上,下底面半径的等差中项,且侧面积为 $8\pi\text{cm}^2$, 则母线长为 ()
(A) 4cm (B) $2\sqrt{2}\text{cm}$ (C) 2cm (D) $\sqrt{2}\text{cm}$
6. 在复平面内有一个 $\square OABC$, O 为坐标原点, 点 A 的坐标为 $(-1, 4)$, 点 C 的坐标为 $(4, 3)$, 则点 B 对应的复数为 ()
(A) $3+7i$ (B) $-3+7i$ (C) $3-7i$ (D) $-3-7i$
7. 理科: 极坐标方程 $\rho = \frac{1}{1-\cos\theta+\sin\theta}$ 所确定的曲线是 ()
(A) 圆 (B) 椭圆 (C) 双曲线 (D) 抛物线
文科: 如果方程 $\frac{x^2}{3-\lambda} + \frac{y^2}{\lambda+2} = 1$ 表示的图形是双曲线, 那么 λ 的取值范围是 ()
(A) $-2 < \lambda < 3$ (B) $\lambda < -2$ (C) $\lambda > 3$ (D) $\lambda < -2$ 或 $\lambda > 3$
8. 设函数 $f(x) (x \in R)$ 是以 3 为周期的奇函数, $f(1) = -2$, 则 $f(11)$ 的值为 ()
(A) 2 (B) -1 (C) -2 (D) 1
9. 方程 $\lg(x+1)^4 = (\log_2 \frac{1}{4})^2$ 的解集为 ()
(A) $\{x|x=9\}$ (B) $\{x|x=-11, x=9\}$
(C) $\{x|x=-9, x=11\}$ (D) $\{x|x=-11\}$
10. A 为直二面角 $\alpha-l-\beta$ 的棱 l 上一点, 两条长为 a 的线段 AB, AC 分别在平面 α, β 内, 且与 l 都成 45° 角, 则 $|BC|$ 等于 ()

(A) a (B) $\sqrt{3}a$ (C) a 或 $2\sqrt{3}a$ (D) a 和 $\sqrt{3}a$

11. $\sqrt{1-\sin 2}$ 的值为 ()

(A) $\sin 1 - \cos 1$ (B) $\cos 1 - \sin 1$ (C) $\cos 1$ (D) $\sin 1$

12. 某小组有 8 名学生,从小组的男生中选 2 人,女生中选 1 人去完成 3 项不同的工作(每项应有 1 人),共有 126 种不同的选法,则该小组中男生人数是 ()

(A) 4 人 (B) 5 人 (C) 6 人 (D) 7 人

13. 点 P 到点 $F(4,0)$ 的距离比到直线 $x+5=0$ 的距离小 1,则点 P 的轨迹方程为 ()

(A) $y^2=20(x+1)$ (B) $y^2=16x$ (C) $y^2=4(x-5)$ (D) $y^2=8x$

14. 已知 $\log_a b > 1 (0 < a < 1)$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^n + a^n}{b^n - a^n}$ 的值是 ()

(A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 不存在

15. 已知 AB 是异面直线 AC 和 BD 的公垂线段, $AC=AB=BD=m$, 且 AC 和 BD 成 120° 角, 则 AB 与 CD 成角为 ()

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$

16. 复数 $z = \frac{1 + \cos \theta + i \sin \theta}{1 - \cos \theta - i \sin \theta}$ 的辐角主值为 ()

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3\pi}{2}$

17. 命题甲: 三个数 $\left(\frac{1}{2}\right)^x, \frac{2}{2^x}, 2^{x^2}$ 成等比数列。

命题乙: 三个数 $\lg x, \lg(x+1), \lg(x+3)$ 成等差数列。则命题甲是命题乙成 ()

(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 充要条件 (D) 非充分非必要条件

第 II 卷 (非选择题, 共 82 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题; 每小题 4 分, 共 24 分。把答案填在题中横线上。

18. 方程 $2x^2 + mx + n = 0$ 的一个根为 $\sqrt{3} + i$, 则实数 $m =$ _____, $n =$ _____。

19. 理科: $\arccos\left(-\frac{11}{14}\right) - \arccos\frac{1}{7} =$ _____。

文科: $\frac{\sqrt{1-\sin 80^\circ}}{\cos 35^\circ - \sin 65^\circ} =$ _____。

20. 已知直线 l_1 和 l_2 的斜率是方程 $6x^2 + x - 1 = 0$ 的两个根, 那么 l_1 到 l_2 的角为 _____。

21. 无穷等比数列 $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, \frac{1}{2-\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \dots$ 的各项和为 _____。

22. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) (A < 0, \omega > 0, 0 < \varphi < 2\pi)$ 在同一个周期内, 当 $x = \frac{7\pi}{12}$ 时取最大值 5, 当 $x = \frac{\pi}{12}$ 时取最小值 -5, 则此函数的解析式是 _____。

23. 已知圆锥的母线长为 l , 轴截面的顶角为 θ , 则圆锥的过顶点的最大截面的面积为 _____。

三、解答题：本大题共 5 小题；共 58 分。解题应写出文字说明、演算步骤。

24. (10 分) 已知： $\cos\alpha - \cos\beta = \frac{1}{2}$, $\sin\alpha - \sin\beta = -\frac{1}{3}$

求： $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha - \beta)$ 的值

25. (12 分) 设复平面内三角形 ABO 顶点 A, B 分别对应复数 α, β (O 为坐标原点) 且它们满足以下关系式： $\begin{cases} \beta - (1+i)\alpha = 0 \\ |\alpha - 2| = 1 \end{cases}$, 求：三角形 ABO 面积的最小值与最大值。

26. (12 分) 设复数 $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 10 - 15i$, 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = nz_1 - 1$, 且前几项和为 $s_n = z_2$, 求 n 。

27. (12 分) **理科**: 在北纬 60° 圈上有 A, B 两地, 其纬度圈上的弧长恰为地球半径的 $\frac{\pi}{4}$ 倍, 求: A, B 两地的球面距离。

文科: 条件同理科。求: 北纬 60° 圈截球面所得球冠的面积。

28. (12 分) 已知双曲线 $(x-k)^2 - \frac{(y-3k)^2}{4} = 1$ ($k \in \mathbb{Z}$) 的两条渐近线 l_1 和 l_2 分别与抛物线 $y = x^2 - 4x + 1$ 相交于 A, C 和 B, D 。

(1) 求实数 k 的值所组成的集合 M 。

(2) 弦 AC, BD 的中点分别为 E, F , 直线 EF 交 x 轴于 Q 点, 当 $k \rightarrow +\infty$ 时, 求 Q 点的极限位置。

高考数学模拟试题(二)

第 I 卷 (选择题共 68 分)

一、选择题: 本大题共 17 小题, 每小题 4 分, 共 68 分, 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $k \in \mathbb{Z}$, 则函数 $f(x) = \sin\left[2x + \frac{(2k+1)\pi}{2}\right]$ 是 ()

(A) 周期为 π 的偶函数 (B) 周期为 π 的奇函数

(C) 周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数 (D) 周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数

2. 方程 $x^2 - y^2 - 2x - 2y = 0$ 的图形是 ()

(A) 双曲线 (B) 抛物线 (C) 两条相交直线 (D) 两条平行直线

3. 设 $a \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$, 则 $a^a, \log_{\frac{1}{2}} a, a^{\sqrt{a}}$ 的大小关系是 ()

(A) $a^a > a^{\sqrt{a}} > \log_{\frac{1}{2}} a$ (B) $a^{\sqrt{a}} > \log_{\frac{1}{2}} a > a^a$

(C) $\log_{\frac{1}{2}} a > a^a > a^{\sqrt{a}}$ (D) $\log_{\frac{1}{2}} a > a^{\sqrt{a}} > a^a$

4. 直线 $x - 30y - 2 = 0$ 与 $kx - 2y + m = 0$ 关于直线 $y = x$ 对称则 km 的值为 ()

(A) 30 (B) 60 (C) 120 (D) 240

5. 以 $(1, 1)$ 为焦点, $x = 3$ 为准线的抛物线方程为 ()

- (A) $(y-1)^2 = -4(x-2)$ (B) $(y-1)^2 = -2(x-2)$
 (C) $(y-1)^2 = 4(x-2)$ (D) $(y-1)^2 = 2(x-2)$

6. 已知集合 $A = \{x | \sin 2x = 1\}$, $B = \{x | \tan x = 1\}$ 那么, A, B 关系是 ()
 (A) $A \subset B$ (B) $A \supset B$ (C) $A = B$ (D) $A \cap B = \varnothing$

7. 已知 $2\pi < \alpha < 3\pi$, 且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin \frac{\alpha}{2}$ 等于 ()

- (A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. $(x+1)(2x+1)(3x+1)\cdots(nx+1)$ 展开式中含 x 的项的系数为 ()
 (A) C_n^{n-1} (B) C_n^2 (C) C_{n+1}^2 (D) 不能用组合数表示

9. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 表示前 n 项和, $a_3 + a_8 > 0$, $S_9 < 0$, 则 S_1, S_2, \dots, S_n 中最小的是 ()
 (A) S_4 (B) S_5 (C) S_6 (D) S_9

10. 圆心角为 $\frac{5}{4}\pi$, 半径为 4cm 的扇形铁皮卷成一个圆锥, 其体积为 ()
 (A) $\frac{25\sqrt{39}}{24}\pi\text{cm}^3$ (B) $\frac{25\sqrt{39}}{8}\pi\text{cm}^3$ (C) $\frac{25}{3}\pi\text{cm}^3$ (D) 以上都不对

11. 理科: 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = x_0 - \frac{1}{2}t \\ y = y_0 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 则 l 的倾斜角为 ()
 (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2}{3}\pi$ (C) $\frac{4}{3}\pi$ (D) $\frac{5}{3}\pi$

文科: $\theta \in (\pi, \frac{3}{2}\pi)$, 直线 $l: \sin \theta \cdot x + \cos \theta \cdot y + 1 = 0$ 的倾斜角等于 ()
 (A) $\theta - \pi$ (B) $2\pi - \theta$ (C) θ (D) $\pi + \theta$

12. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知对任意自然数 n 有 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2^n - 1$, 则 $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2$ 等于 ()

- (A) $(2^n - 1)^2$ (B) $\frac{1}{3}(2^n - 1)^2$ (C) $4^n - 1$ (D) $\frac{1}{3}(4^n - 1)$

13. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + kn + 3}) = 1$, 则常数 k 等于 ()
 (A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1

14. 地球表面北纬 60° 圈上有 A, B 两点, 它们的经度差为 180° , A, B 两点沿纬度圈的距离是地球表面上 A, B 两点间最短距离的几倍. ()

- (A) 1 (B) 1.5 (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

15. 从 $1, 2, \dots, 9$, 这九个数中选出三个不重复的数字组成一个数组 (a, b, c) , 且 $a < b < c$, 若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 与数组 (a, b, c) 相对应, 则不同方程个数是 ()

- (A) 79 (B) 80 (C) 81 (D) 84

16. 圆 $c_1: \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y+1)^2 = \left(\frac{9}{4}\right)^2$, $c_2: (x - \sin \alpha)^2 + (y-1)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$, 其中 α 为锐角, 两圆的位置关系是 ()

- (A) 相交或外切 (B) 相交或内切 (C) 相交或相切 (D) 相交

17. 若点 $P(m, n)$ 到点 $A(-2, -1), B(4, 1)$ 两点距离之和最小, 则 mn 的最小值是 ()
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) 4 (C) 2 (D) $-\frac{1}{12}$

第 II 卷 (非选择题共 82 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分。把答案填在题中横线上。

18. 椭圆 $\frac{x^2}{\cos^2 t} + \frac{y^2}{\sin^2 t} = 1, t \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ 的焦点坐标是_____。

19. 角 α 的顶点在原点, 始边是 x 轴的正半轴, 终边过 $y = \sqrt{x+3}$ 和 $y = \sqrt{1-x}$ 的交点, 则 $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$ 的值是_____。

20. 用 2, 3, 4, 5, 6 组成无重复数字的五位数, 其中恰有一个偶数夹在两个奇数之间的五位数的个数是_____。

21. 在轴截面周长为 6m 的圆柱中, 侧面积最大者的底面半径是_____。

22. 已知集合 $M = \left\{ y \mid y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right), x \in \mathbb{R} \right\}$ $N = \{ y \mid y = 1 - \cos x, x \in \mathbb{R} \}$, 则 $M \cap N =$ _____。

23. 理科: $\arctan\left(-\frac{1}{7}\right) - 2\arccos\frac{1}{\sqrt{5}}$ 的值为_____。

文科: 已知 $Z = 4(\sin 140^\circ - i \cos 140^\circ)$ 则复数 $\frac{1}{Z}$ 的辐角主值是_____。

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 58 分, 解题应写出文字说明, 演算过程。

24. (10 分) 已知 A, B 是复平面内的两点, 且 A 点在第一象限的 $\angle xoy$ 的平分线上, 若 $|OA| + |OB| = 6\sqrt{2}$, 三角形 AOB 的面积为 9, 求 A, B 两点对应的复数。

25. (12 分) 函数 $f(x) = a \sin x + b \cos x$

(1) 若 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$, 又 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{10}$, 求 a, b 的值。

(2) 若 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$, 又 $f(x)$ 的最小值为 k , 试求 k 的取值范围。

26. (12 分) 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{(x-1)^2 + 1}{1 + 2ax}$

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 求使 $f(x) > 0$ 的所有 x 的值。

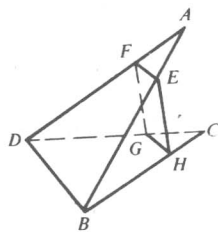
27. (12 分) 在正方形 $ABCD$ 的四边 AB, AD, CD, CB 内分别取点 E, F, G, H , 使 $AE : EB = AF : FD = CH : HB = CG : GD = 1 : 2$, 把此正方形沿 BD 折成空间四边形(如图)

(1) 求证: $EFGH$ 是矩形;

(2) 当 $EFGH$ 是正方形时, 求二面角 $A-BD-C$ 的弧度数。

28. (12 分) 理科: 过抛物线 $c: \begin{cases} x = 4 - t^2 \\ y = 2\sqrt{2}t \end{cases}$ (t 为参数) 的顶点的直线 l 的倾斜角为 $\alpha \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$

(1) 求以 c 为焦点和 l 与 c 的交点为顶点的三角形的面积为 s , 求 $s = f(\alpha)$ 。



(2) 求当 $\alpha = \frac{3}{4}\pi$ 时, (1) 中的三角形的外心关于 l 的对称点 M 的坐标。

文科: 设抛物线的顶点为 $A(0, -1)$, 对称轴为 x 轴, y 轴和抛物线交于两点 B, C , 经过抛物线上一点 P 垂直于 x 轴的直线和 x 轴交于 Q , 且 $|PQ|$ 是 $|BC|$ 和 $|AQ|$ 的等比中项, 过点 $(1, 0)$ 的直线与该抛物线相交于两点, 求这两点连线的中点轨迹方程。

高考数学模拟试题(三)

第 I 卷 (选择题共 68 分)

一、选择题: 本大题共 17 小题, 每小题 4 分, 共 68 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。把所选项前面的字母填在题后括号内。

1. 若 α, β 均为锐角, 且满足关系 $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = \sin(\alpha + \beta)$, 则 $\alpha + \beta$ 的值等于 ()

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$

2. 对于下面所给的命题

(1) 如果两个平面被第三个平面所截, 截得的两条直线平行, 那么这两个平面平行。

(2) 如果两个平面都与第三个平面垂直, 那么这两个平面平行。

(3) 如果一个平面内不在同一条直线上的三点到另一个平面的距离相等, 那么这两个平面平行。

(4) 如果两个平面都平行于同一条直线, 那么这两个平面平行。

其中正确的命题恰有 ()

(A) 3 个 (B) 2 个 (C) 1 个 (D) 0 个

3. 函数 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos 2x$ 的最小正周期是 ()

(A) 4π (B) 2π (C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

4. 抛物线 $x^2 - 4y = 0$ 上有一点 Q 到焦点的距离为 3, 那么点 Q 的纵坐标是 ()

(A) -2 (B) 2 (C) 4 (D) 1

5. 在棱长为 a 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 B 到面 AB_1C 的距离为 ()

(A) $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (D) $\frac{a}{3}$

6. 已知奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数且有最小值 5, 则 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是 ()

(A) 增函数有最大值 -5 (B) 增函数有最小值 -5

(C) 减函数有最大值 -5 (D) 减函数有最小值 -5

7. 理科: 直线方程 $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ (t 为参数) 中可用来表示直线上任意一点到定点 $P(2, -1)$ 的距离是 ()

- (A) t (B) $3|t|$ (C) $3\sqrt{2}|t|$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}|t|$

文科: 已知两点 $A(-1, 3), B(3, 1)$, 点 C 在坐标轴上, 若 $\angle ACB = 90^\circ$, 则点 C 有 ()

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

8. 圆锥的高为 $\frac{32}{3}$, 侧面展开中心角为 216° , 则圆锥的母线长为 ()

- (A) $\frac{20}{3}$ (B) $\frac{40}{3}$ (C) $\frac{50}{3}$ (D) 20

9. 理科: 如果圆锥曲线的极坐标方程为 $\rho = \frac{16}{5-3\cos\theta}$, 则该曲线焦点的极坐标为 ()

- (A) $(0, 0), (6, 0)$ (B) $(0, 0), (3, 0)$ (C) $(-3, 0), (3, 0)$ (D) $(0, 0), (6, \pi)$

文科: 方程 $\frac{x^2}{8-\sin\theta} - \frac{y^2}{\sin\theta-2} = 1$ (θ 为定值) 所表示的曲线为 ()

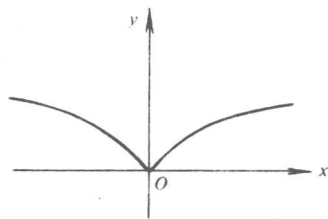
- (A) 焦点在 x 轴上的椭圆 (B) 焦点在 x 轴上的双曲线
(C) 焦点在 y 轴上的椭圆 (D) 焦点在 y 轴上的双曲线

10. 下图是幂函数 $y = x^a$ 的大致图象, 那么 a 应该是 ()

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $-\frac{2}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{6}{5}$

11. $\sin 40^\circ \sin 100^\circ \sin 160^\circ$ 的值为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{16}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



12. 由方程 $2|z|^2 + 3|z| - 2 = 0$ 所确定的多数 z 在复平面内对应点的轨迹是 ()

- (A) 一个圆 (B) 两个圆 (C) 两个点 (D) 两条直线

13. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2}{2+n} - an \right) = b$, 则常数 a, b 值分别为 ()

- (A) $a=2, b=-4$ (B) $a=-2, b=4$ (C) $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{4}$ (D) $a=-\frac{1}{2}, b=\frac{1}{4}$

14. 函数 $y = 1 - 4x + \frac{1}{5-4x} \left(x > \frac{5}{4} \right)$ 的值域为 ()

- (A) $(-\infty, -6)$ (B) $(-\infty, -6]$ (C) $(-\infty, -4]$ (D) $(-\infty, -4)$

15. 集合 $A = \{x | 5-x \geq \sqrt{2(x-1)}\}, B = \{x | x^2 - ax \leq x - a\}$, 当 $A \subset B$ 时, a 的范围是 ()

- (A) $a > 3$ (B) $1 \leq a \leq 3$ (C) $a > 9$ 或 $a < 3$ (D) $3 < a < 9$

16. 函数 $f(x)$ 的图象与 $g(x) = 2^x$ 图象关于 $y = x$ 对称, 则 $f(4x - x^2)$ 的最大值是 ()

- (A) 4 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

17. 把长和宽分别为 $\sqrt{2}$ 和 1 的一张矩形铁皮折成一个正三棱柱, 柱高是铁皮宽, 这时矩形的一条对角线被折成一条柱面上的折线, 则折线相邻两段所夹的角为 ()

- (A) 60° (B) 90° (C) 120° (D) 135°

第 II 卷 (非选择题共 82 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分。把答案填在题中横线上。

18. 如果抛物线 $y^2 = ax$ 的准线方程是 $x = -1$, 那么它的焦点坐标是_____。

19. 复数 $-2(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)$ 的辐角主值为_____。

20. 如果圆锥的底面半径与高的比是 $1 : \sqrt{2}$, 底面积是 2π , 则它的侧面积是_____。

21. 理科: $\arcsin\left(\cos \frac{22}{7}\pi\right) =$ _____。

文科: 方程 $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{5}\pi\right) = -\frac{1}{2}$, 且 $x \in [0, 2\pi]$, 则其解集为_____。

22. 已知: $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^7$ 展开式的第四项与第五项的和为 0, 则 $x =$ _____。

23. 已知 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$, 则满足这个方程的实数对 (x, y) 中, $x^2 + y^2$ 的最大值是_____。最小值是_____。

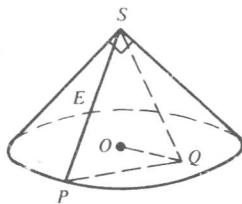
三、解答题: 本大题共 5 小题; 共 58 分。解题应写出文字说明、演算步骤。

24. (10 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = 2n - 49$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和的最大值或最小值。

25. (12 分) 已知复数 z 满足: $(z-2i)(\bar{z}+2i) + (z+2i)(\bar{z}-2i) = 2(|z^2+4|+2)$ 试问 z 在复平面内对应点 Z 的集合是什么图形? 并写出它的直角坐标方程。

26. (12 分) 求证: $\frac{1}{\sin\alpha} + \frac{1}{\sin(120^\circ+\alpha)} + \frac{1}{\sin(240^\circ+\alpha)} = \frac{3}{\sin 3\alpha}$

27. (12 分) 圆锥 SO 的轴截面是等腰直角三角形, 母线长为 $2a$, P 、 Q 分别为底面圆周和底面非圆周上的动点, 且 $OQ \perp PQ$, 又 E 为 SP 的中点, F 为 O 在 SQ 上的射影。



(1) 求证: $OF \perp$ 平面 SPQ

(2) 求三棱锥 $S-OEF$ 体积的最大值。

28. (12 分) 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上三个不同的点 $A(x_1, y_1)$, $B\left(4, \frac{9}{5}\right)$, $C(x_2, y_2)$ 到焦点 $F(4, 0)$ 的距离成等差数列。

(1) 求证: $x_1 + x_2 = 8$

(2) 若线段 AC 的垂直平分线与 x 轴的交点为 T , 求直线 BT 的斜率 K 。

高考数学模拟试题(四)

第 I 卷 (选择题共 68 分)

一、选择题: 本大题共 17 小题, 每小题 4 分, 共 68 分, 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。把所选项前面的字母填在括号内。

1. 已知函数 $f(x) = \sin \frac{x}{2}$, 则下列等式中对任意 x 恒成立的是 ()

(A) $f(x+2\pi) = f(x)$

(B) $f(-x) = -f(x)$

(C) $f(-x) = f(x)$

(D) $f(\pi-x) = f(x)$

2. 已知第二象限角 θ 满足 $\cos \frac{\theta}{2} = -\frac{1}{2}$, 则 $\frac{\sqrt{1-\sin\theta}}{\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2}}$ 的值是 ()

(A) 1 (B) -1 (C) ± 1 (D) 不能确定

3. 已知曲线 $c: x^2 - y^2 - x + y - 1 = 0$, 曲线 c' 与 c 关于直线 $x + y = 0$ 对称, 那么曲线 c' 的方程是 ()

(A) $-x^2 + y^2 + x - y + 1 = 0$ (B) $x^2 - y^2 + x - y + 1 = 0$

(C) $x^2 - y^2 + x + y - 1 = 0$ (D) $x^2 - y^2 + x - y - 1 = 0$

4. $(1 + 2x - x^2)^4$ 的展开式中 x^7 项的系数是 ()

(A) -8 (B) -12 (C) 0 (D) 12

5. 集合 $M = \left\{ \theta \mid \theta = K\pi \pm \frac{\pi}{3}, K \in \mathbb{Z} \right\}$, $N = \left\{ \varphi \mid \varphi = 2K\pi + (-1)^K \frac{\pi}{3}, K \in \mathbb{Z} \right\}$, 则集合 M 与 N 的关系是 ()

(A) $M \subset N$ (B) $M \supset N$ (C) $M = N$ (D) $M \cap N = \varnothing$

6. 若直线 a 平行于平面 α , 则直线 a 平行于直线 b 是直线 b 平行于平面 α 的 ()

(A) 充分但非必要条件 (B) 必要但非充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 理科: 椭圆 $\rho = \frac{1}{m - \cos\theta}$ 的长轴为 1, 则其离心率的值是 ()

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\sqrt{2} + 1$ (C) $\sqrt{2} - 1$ (D) $\sqrt{3}$

文科: 设 $a > 0$, 椭圆 $x^2 - 2ax + a^2y^2 = 0$ 的长轴是短轴的 2 倍, 则 a 等于 ()

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{1}{2}$ 或 2

8. 已知 AA_1 与 BB_1 为异面直线, 线段 $AA_1 = 2$, $BB_1 = 1$, $AB \perp BB_1$, $A_1B_1 \perp BB_1$, 则 AA_1 与 BB_1 所成的角为 ()

(A) 30° (B) 60° (C) 45° (D) 不确定

9. 已知 $a, b, a + b$, 成等差数列, a, b, ab 成等比数列, 则 a^{b-1} 的值是 ()

(A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 27

10. 设正三棱台的上下底面积分别是 S_1, S_2 , ($S_2 > S_1$) 棱台的侧面积也为 S_1 , 各侧面与底面所成的二面角为 $\frac{\pi}{4}$, 则 $\frac{S_2}{S_1}$ 等于 ()

(A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{4 - \sqrt{2}}{4}$ (D) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

11. 已知 $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}$, $\operatorname{tg}\left(\beta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}$, 那么, $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值是 ()

(A) $\frac{3}{18}$ (B) $\frac{13}{22}$ (C) $\frac{3}{22}$ (D) $\frac{13}{18}$

12. 10 本不同的书全部分给甲、乙两人, 每人至少得一本, 共有不同的分法种数是 ()

(A) 45 (B) 90 (C) 1022 (D) 2044

13. 若 $f(x) = x^2 + \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$, 且 $f(2) = 4.627$, 则 $f(-2)$ 的值等于 ()

(A) -4.627 (B) 4.627 (C) -3.373 (D) 3.373

14. 已知函数 $y = \log_a(x - ka) + \log_a(x^2 - a^2)$ 的定义域为 $x > a$, 则实数 k 的取值范围是 ()

(A) $(-1, 1)$ (B) $[-1, 1]$ (C) $(a, +\infty)$ (D) $(1, +\infty)$

15. 函数 $y = \cos^4 x - \cos^2 x + 1$ 的最小正周期是 ()

- (A) $\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π

16. 理科: 设集合 $A = \{(x, y) | x = \cos \theta, y = \sin \theta, \theta \text{ 为参数}\}$, $B = \{(x, y) | y = kx + 2\}$, $A \cap B$ 是任意集合的子集, 那么 k 的取值范围是 ()

- (A) $k > \sqrt{3}$ 或 $k < -\sqrt{3}$ (B) $|k| < \sqrt{3}$ (C) $k > -\sqrt{3}$ (D) $k < \sqrt{3}$

文科: 已知集合 $M = \{\theta | \sin \theta \geq \frac{1}{2}, 0 \leq \theta \leq \pi\}$, $N = \{\theta | \cos \theta \leq \frac{1}{2}, 0 \leq \theta \leq \pi\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()

- (A) $\{\theta | \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \pi\}$ (B) $\{\theta | \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{5}{6}\pi\}$
 (C) $\{\theta | \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5}{6}\pi\}$ (D) $\{\theta | \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi\}$

17. 设 $x, y \in R$, 且 $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 6$, 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 ()

- (A) $3 + 2\sqrt{2}$ (B) $3 + \sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $6 + 2\sqrt{3}$

第 II 卷 (非选择题共 82 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题; 每小题 4 分, 共 24 分。

18. 如果椭圆的两个焦点将长轴三等分, 那么椭圆的两条准线间距离是焦距的 _____ 倍。

19. $a, b \in R^+$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n} =$ _____。

20. 已知 $x, y \in N$, $x, y \leq 10$ 且 $x \leq y$, 则以 x, y 为坐标的不同点 (x, y) 的个数是 _____ 个。

21. 理科: 方程 $\frac{\sin 2x}{\cos x} = \frac{\cos 2x}{\sin x}$ 的解集为 _____。

文科: 若方程 $\sqrt{2x+1} = x+m$ 有两个不相同的实数解, 则 m 的取值范围是 _____。

22. 已知函数 $y = x^2 \cos \theta - 4x \sin \theta + 6$, 对实数 x 均有 $y > 0$, 且 θ 为三角形一个内角, 则 θ 的取值范围是 _____。

23. 如图, $ABCD$ 是直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AD = AB = 6\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$, 沿 BD 折转 $\triangle ABD$, 将 A 转动到 A' , 使平面 $A'BD \perp$ 平面 BCD , E 是 BD 中点, 得到 $\triangle A'EC$, 再以 $A'C$ 为轴, 将 $\triangle A'EC$ 旋转一周, 则所得旋转体的体积为 _____ cm^3 。

