

高中数学第二册

补充习题集

吉林省教育学院编

吉林人民出版社

一九七九年十月

目 录

第五章 空间图形

习题一	1
习题二	1
习题三	2
习题四	3
习题五	5
习题六	6
习题七	8
习题八	10
习题九	13
习题十	13
习题十一	16
习题十二	17
习题十三	18
习题十四	19
习题十五	20
习题十六	22
复习题五	23

第六章 二次曲线

习题十七	31
习题十八	34
习题十九	37
习题二十	41
习题二十一	44
复习题六	47

第七章 极坐标和参数方程

习题二十三	54
习题二十四	57
复习题七	60

第五章 空间图形

习 题 一

1. 在水平平面内画下列图形的直观图:

(1) 等边 $\triangle ABC$; (2) 直角 $\triangle ABC$; (3) 正五边形 $ABCDE$; (4) 45° 角 ABC ; (5) 30° 角 ABC ; (6) 60° 角 ABC .

2. 下列命题是否正确?

(1) 过一点的三条直线必共面.

(2) 过三点可以且只可以作一个平面.

(3) 直线 a 与平面 M 有一公共点 O , 平面 N 过直线 a , 那么平面 N 与平面 M 必相交.

3. 空间四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 上的点, 如果直线 EG 与直线 FH 交于 P , 那么 P 必在直线 BD 上, 为什么?

4. 四边形有三条边在同一平面内, 那么这个四边形是平面四边形.

5. 如果四边形的两条对角线相交, 那么这个四边形是平面四边形.

6. 试证两两相交而不共点的四条直线必共面.

习 题 二

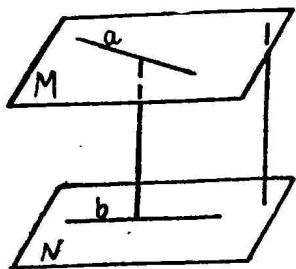
1. 二平面 P, Q 交于直线 c , 在 c 上取两点 A, B ,

过 A, B 分别在 P, Q 内引直线 a, b , 求证 a, b 为异面直线.

2. 空间四点 A, B, C, D , 若 AB, CD 是异面直线, 则 AC, BD 也是异面直线.

3. 在下面正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 找出和 B_1C 成异面直线的线段, 并说明理由.

4. a, b 是异面直线, a 在平面 M 内, $b \perp M$ 于 B , 求证: a, b 间距离等于 B, a 间距离.



(第5题)

5. a, b 是异面直线, 平面 M, N 分别过 a, b , 且 $M \parallel N$, 则 a, b 间距离等于 M, N 间距离.

6. 一直线与两条平行线的一条垂直, (不一定相交) 则必与另条垂直.

习 题 三

1. $\triangle ABC$ 的边 BC 在平面 M 内, A 点在 M 外, D, E 分别是 AB, AC 的中点, 求证: $DE \parallel M$.

2. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 求证:

(1) $A_1B_1 \parallel$ 平面 ABC_1D_1 ;

(2) $BD \parallel$ 平面 AB_1D_1 ;

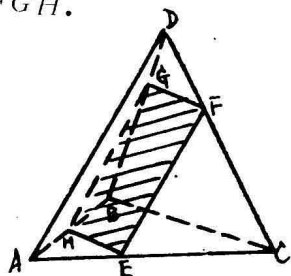
(3) $AC \parallel$ 平面 BA_1C_1

3. AB, BC, CD 是不共面的三条线段, 求证: 过 AB, BC, CD 三线段的中点 E, F, G 的平面和 AC 平行, 也

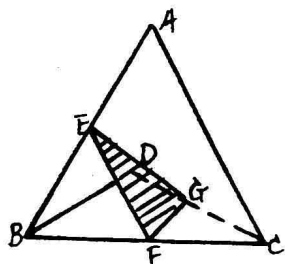
和 BD 平行。

4. 相交二平面分别过平行二直线，则它们的交线与此二直线平行。

5. 如图，四面体 $ABCD$ 中，截面 $EFGH$ 是平行四边形，求证： $AD \parallel$ 截面 $EFGH$ ， $BC \parallel$ 截面 $EFGH$ 。



(第5题)



(第3题)

6. 一直线与相交二平面都平行，则此直线必与交线平行。

7. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，过 AD 的平面与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 交于 EF ，求证 $EF \parallel A_1D_1$ 。

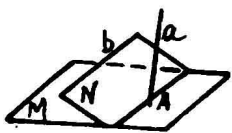
习 题 四

1. 求证正方体的相对二个面的中心连线和这两个面都垂直。

2. 线段 AB 之一端点 A 在平面 α 内，另一端 B 在 α 外， C 是 AB 上一点， $AC:CB = 3:7$ 又知 B 到 α 的距离为 15cm ，求 C 到 α 的距离。

3. $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是一正方体， P 、 Q 、 R 分别是 AB 、 BB_1 、 BC 的中点，求证 $BD_1 \perp$ 平面 PQR 。

4. a, b 为异面直线, $a \perp b$, $a \perp$ 平面 M , b 不在 M 内, 求证 $b \parallel M$.



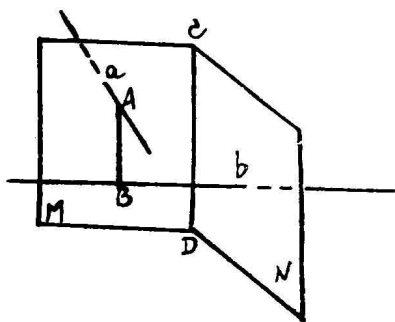
(第4题)

5. 由平面 M 外一点 P 引三条相等的斜线段分别交平面 M 于 A, B, C , O 为 $\triangle ABC$ 的外心. 求证, $OP \perp$ 平面 M .

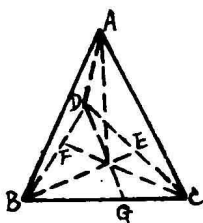
6. $\triangle ABC$ 在平面 M 内, 由顶点 B 引 M 的斜线 BP , 若 $\angle PBA = \angle PBC$, 求证 BP 在 M 内的射影就是 $\angle ABC$ 的平分线.

7. 如果两个平面分别垂直于两条异面直线中的一条, 则其交线必平行于异面二直线的公垂线.

8. 四面体 $ABCD$ 中 $AB \perp CD$, $AC \perp BD$. 求证 $BC \perp AD$.

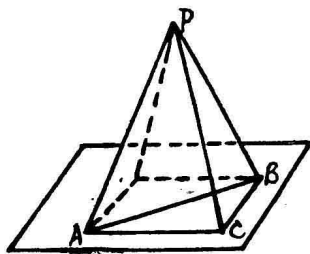


(第7题)



(第8题)

9. $Rt\triangle ABC$ 所在平面外有一点 P , 如果 P 到直角顶点 C 的距离为 $24cm$, 到两直角边的距离皆为 $6\sqrt{10}cm$ 求 (1) P 到平面 ABC 的距离. (2) PC 与平面 ABC 所成的角.



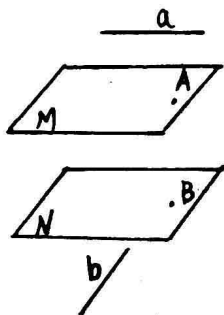
(第 9 题)

习 题 五

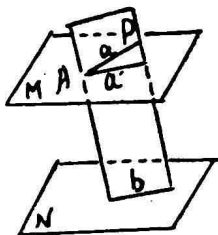
1. 两个平面同垂直于一条直线, 则 此二平面 互 相平
行.

2. 设 a, b 为二异面直线, 过空间任意两点 A 和 B 分
别作平面 M 和 N , 使 M, N 都同时平 行 于 a, b , 求证 $M \parallel$
 N .

3. 求证过平面外一点平行于此平面的直线, 都在过此
点且平行于此平面的平面内.



(第 2 题)



(第 3 题)

4. 一直线和两个平行平面中的一个相交, 必与另一个也相交. (提示: 用反证法)

5. 已知平面 $M \parallel$ 平面 N , M 、 N 外一点 A , 过 A 的三直线分别与 M 、 N 交于 B 、 C 、 D 和 B' 、 C' 、 D' , 求证 $\triangle BCD \sim \triangle B'C'D'$.

6. 两直线与两个平行平面相交, 求证夹在两个平行平面间的两条线段中点连线与这两个平面平行.

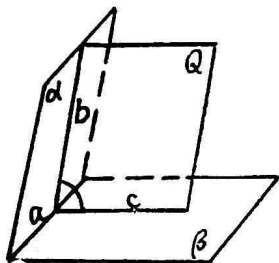
习题五答案或提示

2. 提示: 分别过 a 、 b 作平面与 M 、 N 相交, 由交线互相平行而得证.

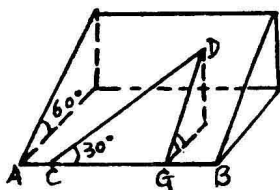
3. 略证: 假定 a 不在平面 M 内 (如图), 过 A 作平面 P 交 M 、 N 于 a' 、 b' , 则 $a' \parallel b'$. 又 a 在 P 内, $a \parallel N$, $\therefore a \parallel b'$, 则过 A 有 a 与 a' 同时平行于 b' , 这与平行公理矛盾, $\therefore a$ 在 M 内.

习 题 六

1. 平面 Q 垂直于二面角 $\alpha - a - \beta$, 则 Q 与 α 、 β 的交线 b 、 c 的夹角等于二面角 $\alpha - a - \beta$.



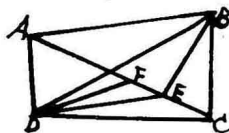
(第 1 题)



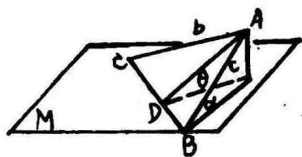
(第 2 题)

2. 山坡的倾斜角是 60° , 山坡上直线坡路 CD 与坡脚水平线 AB 成 30° 角, 沿 CD 行 $100m$, 升高多少?

3. 矩形 $ABCD$ 中, 二邻边 AB 、 AD 长分别等于3厘米、4厘米, 沿对角线 AC 将其折成直二面角, 求此时 BD 之长.



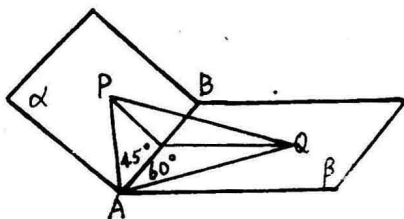
(第3题)



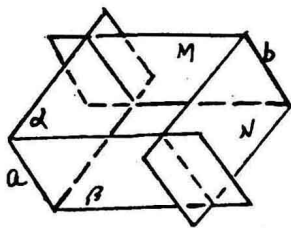
(第4题)

4. 直角 $\triangle ABC$ 的斜边 BC 在平面 M 内, 两直角边 $AB=c$, $AC=b$, AB 、 AC 分别与平面 M 成 α 和 β 角. 求 $\triangle ABC$ 所在平面与平面 M 所成的角.

5. 自二面角 $\alpha-AB-\beta$ 的棱 AB 上一点 C , 在面 α 内引直线 CP 与 AB 成 45° 角; 在面 β 内引直线 CQ 与 AB 成 60° 角, 若 $\angle PCQ = 90^\circ$, 求二面角 $\alpha-AB-\beta$ 的度数.



(第5题)

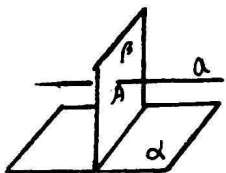


(第6题)

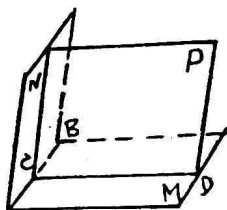
6. 一个二面角的两个面与另一个二面角的两个面分别平行, 则它的棱互相平行。

7. 如果一直线平行于一个平面, 那末垂直于这条直线的平面必垂直于这个平面。

8. 平面 M 与平面 N 交于 AB , 平面 $P \perp$ 平面 M 交线为 CD , $CD \perp AB$, 求证, 平面 $N \perp$ 平面 P 。

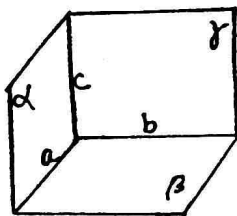


(第7题)



(第8题)

9. 三个平面两两互相垂直, 求证交线互相垂直。



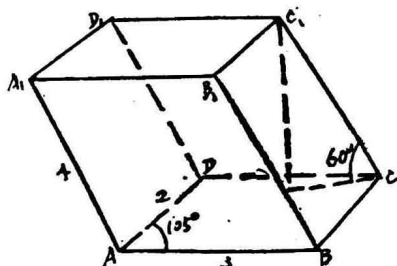
(第9题)

习 题 七

1. 按下列要求画直观图:

(1) 边长都是 a 的正三棱柱、正五棱柱、正六棱柱;

- (2) 三度分之为 $1:2:3$ 的长方体；
- (3) 底面的两邻边及侧棱之比为 $2:3:4$ ；底面的一个角为 105° ，侧棱与底面成 60° 角的平行六面体（角度目测）。



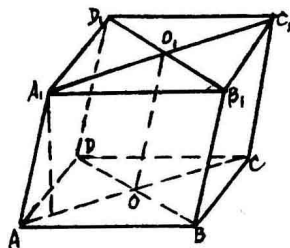
第 1 题 (3)

2. 试证棱柱中平行于侧棱的截面是平行四边形。
3. 正六棱柱的棱长都等于 a ，求它的各对 角 面 的 面 积。

4. 在直三棱柱中过其底面一边，作一个与底面成 45° 的二面角的截面，已知这个棱柱的底面积等于 Q ，求截面的面积。

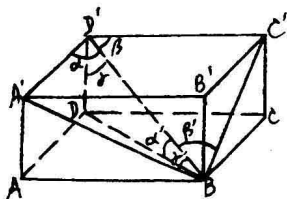
5. 平行六面体的底面 $ABCD$ 是菱形，侧棱 AA_1 与 AB 、 AD 两棱成等角，求证对角面 BB_1D_1D 为矩形，对角面 $AA_1C_1C \perp$ 底面 $ABCD$ 。

6. 正四棱柱对角线长等于 9 cm ，全面积等于 144 cm^2 ，求它的底面一边长与侧棱的长。



(第 5 题)

7. 已知长方体一对角线与过它一端的三条棱的夹角为 α, β, γ ; 与过它一端的三个面的夹角为 α', β', γ' 求证:
 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \sin^2 \alpha' + \sin^2 \beta' + \sin^2 \gamma'$.



(第 7 题)

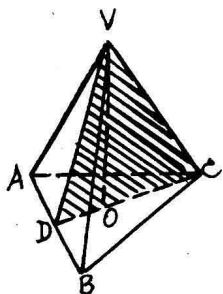
习 题 八

1. 正六棱锥 $V-ABCDE$ 中底面边长为 a , 侧棱长为 $2a$, 求这个棱锥的高 VO 及斜高 VM .

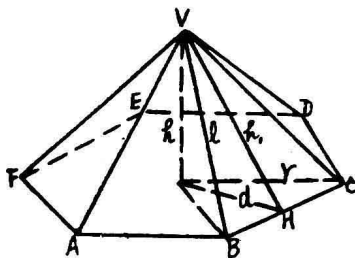
2. 三棱锥 $V-ABC$ 的侧棱皆等于 13, 底面是等腰三角形 ABC , 底边 $BC = 6$, BC 上的高 $AD = 9$, 求棱锥高 VO .

3. 三棱锥 $V-ABC$ 底面是边长为 a 的正三角形, 侧棱 $VA \perp$ 底面 ABC , 侧棱 VB, VC 与底面成等角 β , 求各侧面与底面所成的二面角.

4. 正三棱锥 $V-ABC$ 中底面边长为 a , 侧棱长为 b , 求过一侧棱和高线的截面面积.



(第4题)



(第5题)

5. 若正棱锥的底面边长是 a , 底面半径是 r , 底面边心距是 d , 斜高是 h_1 高是 h , 侧棱长是 l , 分别写出 h, l, r ; d, h, h_1 ; h_1, l, a ; r, d, a 每三者之间的关系。

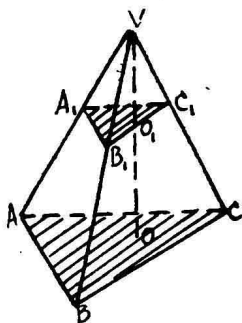
6. 已知, 一棱锥的底面面积是 80cm^2 , 平行底面的截面面积是 45cm^2 , 底面与这个截面间距离是 6, 求这棱锥的高。

7. 求证棱锥的侧面积大于它的底面积。

8. 正三棱锥的高是 h , 侧面与底面所成的二面角是 60° , 求它的全面积。 $[3\sqrt{3}h^2]$ 。

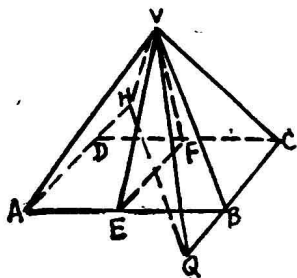
9. 棱锥的底面是边长为 26cm , 36cm , 夹角为 30° 的平行四边形, 棱锥的高是 12cm , 且顶点在底面上的射影是其对角线交点, 求棱锥的侧面积。

10. 三棱锥 $V-ABC$ 中, 底面 $\triangle ABC$ 的边 $AB =$

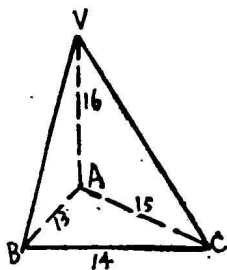


(第6题)

13cm, $AC = 15\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$, 侧棱 $VA \perp$ 底面 ABC , 且 $VA = 16\text{cm}$, 求棱锥的全面积.



(第9题)



(第12题)

11. 正三棱锥底面边长为 a , 侧棱与底边成 45° 角, 求全面积.

习题八答案或提示

5. 提示: 注意应用 $\triangle VOC$, $\triangle VOM$, $\triangle VMC$ 和 $\triangle DHC$.

9. 略解(如图): $S_{ABCD} = 20 \times 36 \times \frac{1}{2} = 360(\text{cm}^2)$

$$S_{ABCD} = 36 \times EF = 360, \therefore EF = 10.$$

$$OE = 5, \therefore \text{斜高 } VE = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13.$$

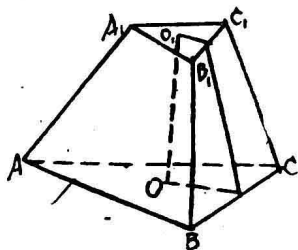
$$\text{同法得 斜高 } VQ = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15.$$

$$S_{\text{全}} = 2 \times \frac{1}{2} \times 36 \times 13 + 2 \times \frac{1}{2} \times 20 \times 15 = 768 \text{cm}^2.$$

习 题 九

1. 正五棱台底面边长为 2cm ，上底面边长为 1.5cm ，高为 2cm ，试画出它的直观图。

2. 已知正三棱台的两个底面的边长分别是 2 、 5 ，侧棱长为 5 ，求它的斜高。



(第2题)

4. 棱台的两底面面积分别是 S, S' ，求它的中截面 S_1 。

5. 已知正六棱台的上下底面边长分别为 a, b ($a < b$)，侧棱长为 c ，求它的高和斜高。

6. 正四棱台两底面的边长分别是 a, b ，它的侧面积等于两个底面面积的和，求证它的高是 $\frac{ab}{a+b}$ 。

7. 正四棱台两底面的边长分别是 a, b ，它的一条对角线长是 c ，求它的侧面积。

习 题 十

1. 圆柱的母线长是 18cm ，平行于轴的一个截面与轴

相距 2cm ，它在底面截得 120° 弧，求这个圆柱的侧面积。

2. 求证两个圆柱侧面积之比，等于它们的轴截面面积之比。

3. 求证圆锥的顶角大于任何不在同一个轴截面内两条母线的夹角。

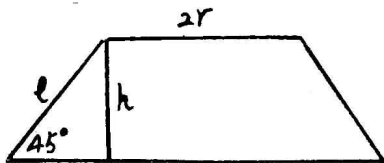
4. 一个等边圆锥的底面半径是 r ，求它的内接等边圆柱的底面半径。

5. 圆锥的底面半径是 r ，高是 h ，在它的里边作一个各侧面都是正方形的内接正三棱柱，求这个正三棱柱的每条棱长。

6. 圆锥的侧面积为 S ，全面积为 T ，求它的高与母线间的夹角。

7. 设圆锥的侧面积是10，它的侧面展开图的圆心角为 36° ，求它的全面积。

8. 圆台的一个底面的周长是另一个底面周长的3倍，轴截面面积等于392，母线与底面夹角是 45° ，求圆台的高、母线，底面半径。



(第8题)

9. 圆台两底面半径为 r 和 R ，过两条母线的截面（不与轴相交）与它的夹角为 α ，它在两底面截得的弧度数皆为 δ ，求这个截面面积。