

普通高等教育土木建筑专业规划教材

材料力学

MECHANICS OF MATERIALS

(土木建筑类)

◎主编 侯作富 胡述龙 张新红

◎主审 李卓球



武汉理工大学出版社
WUTP Wuhan University of Technology Press

. 013031471

TU501
03

普通高等教育土木建筑专业规划教材

材 料 力 学

(土木建筑类)

主 编 侯作富 胡述龙 张新红
副主编 许福东 黄和祥 梅 超
主 审 李卓球



7d501
03

武汉理工大学出版社
· 武汉 ·



北航

C1640011

11180810

内容简介

根据教育部高等学校力学教学指导委员会新修订的材料力学课程教学基本要求,本书对相关教学内容进行了重新编排和调整,注重理论联系实际,适当引入和更新了部分教学内容。全书共分 11 章:绪论、轴向拉压与剪切、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态和强度理论、组合变形、压杆稳定、动载荷与交变应力、能量法及超静定结构。附录包括截面的几何性质、型钢表及索引。

本书力求做到结构紧凑,语句简明,通俗易懂,便于教学和自学。

本书适用于普通高等学校土建类相关专业中、少学时的教学,也可供高职高专与成人高校师生及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学:土木建筑类/侯作富,胡述龙,张新红主编. —武汉:武汉理工大学出版社,2013. 1
ISBN 978-7-5629-3951-1

I. ①材… II. ①侯… ②胡… ③张… III. ①建筑材料-材料力学-高等学校-教材
IV. ①TU501

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 023521 号

项目负责人:吴正刚

责任编辑:吴正刚

责任校对:丁 冲

装帧设计:正风图文

出版发行:武汉理工大学出版社

社 址:武汉市洪山区珞狮路 122 号

邮 编:430070

网 址:<http://www.techbook.com.cn>

经 销:各地新华书店

印 刷:荆州市今印印务有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:21

字 数:538 千字

版 次:2013 年 2 月第 1 版

印 次:2013 年 2 月第 1 次印刷 总第 1 次印刷

印 数:1—3000 册

定 价:32.50 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线电话:027-87785758 87391631 87165708(传真)

· 版权所有 盗版必究 ·

前 言

材料力学是变形体力学的重要基础分支之一,是一门为设计工程实际构件提供必要理论基础和计算方法的专业基础课。本教材根据教育部高等学校理工科非力学专业力学基础课程教学指导分委员会通过的“材料力学课程教学基本要求(A类)”编写而成,可满足普通高等学校材料力学基本部分(不含专题部分)的教学要求。

目前,我国的高等教育已从精英教育过渡到大众教育,为适应新的形式,本教材在突出基本概念、基本原理、基本方法的前提下,注重理论联系实际。在学生开始由基础课学习过渡到专业基础课学习的阶段,对实际问题还不是很了解的情况下,在教材中引入了大量的工程实例及图表,力图使学生掌握从工程实际结构或构件中,建立力学模型并进行分析计算的能力,培养学生的科学素质。

本教材由长江大学机械工程学院的力学教师,在多年讲授材料力学课程的基础上精心编写而成。由侯作富教授、胡述龙副教授、张新红副教授担任主编。其中第1、2、7章由侯作富教授执笔,第3章由黄和祥副教授执笔,第5、6章由张新红副教授执笔,第4、8、9、11章由胡述龙副教授执笔,第10章由许福东教授执笔,附录I和附录II由梅超讲师执笔。全书由侯作富教授统稿。

本书的内容安排,为教师的教学留有较大的选择余地。若安排8~10学时的相关实验,则适用于课程总学时为80学时左右的教学。如果不讲授书中带“*”的内容,减少实验学时,也可满足一些专业54学时的教学要求。

本书由武汉理工大学力学学科首席教授李卓球主审,李教授对全书进行了仔细审阅,提出了许多中肯的意见,编者在此表示由衷的感谢。在教材编写过程中,参考了一些兄弟院校教材中的部分内容和习题,在此也一并表示感谢!

感谢长江大学在教材的编写、出版中提供的支持和帮助。

由于水平所限,书中疏漏与不足之处难免,敬请读者批评指正。

编 者

2013年1月

目 录

1 绪论	(1)
1.1 材料力学的任务	(1)
1.2 材料力学的发展简况	(2)
1.3 变形固体及其基本假设	(3)
1.4 外力及分类	(5)
1.5 内力、截面法和应力	(5)
1.6 变形与应变	(7)
1.7 杆件的基本变形形式	(9)
习题	(10)
2 轴向拉伸、压缩与剪切	(12)
2.1 工程实际中的轴向拉伸或压缩问题	(12)
2.2 轴向拉伸或压缩时的内力	(13)
2.3 轴向拉伸或压缩时的应力	(15)
2.4 材料拉伸或压缩时的力学性能	(19)
2.5 轴向拉伸或压缩时的强度计算	(25)
2.6 轴向拉伸或压缩时的变形	(29)
* 2.7 应变能的概念	(33)
2.8 拉伸或压缩超静定问题	(34)
* 2.9 应力集中的概念	(41)
2.10 剪切与挤压的实用计算	(43)
习题	(48)
3 扭转	(60)
3.1 工程实际中的扭转问题	(60)
3.2 外力偶矩的计算 扭矩和扭矩图	(60)
3.3 薄壁圆筒的扭转	(63)
3.4 圆轴扭转时的应力 强度计算	(66)
3.5 圆轴扭转时的变形 刚度计算	(72)
* 3.6 非圆截面杆扭转的概念	(77)
习 题	(79)
4 弯曲内力	(85)
4.1 工程实际中的弯曲问题	(85)

4.2	剪力和弯矩	(87)
4.3	剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图	(89)
4.4	剪力、弯矩和分布载荷集度间的关系	(93)
4.5	平面刚架和曲杆的内力图	(97)
	习题	(99)
5	弯曲应力	(104)
5.1	横截面上的正应力	(104)
5.2	梁的弯曲正应力强度条件	(108)
5.3	梁的弯曲切应力及其强度计算	(111)
5.4	提高梁弯曲强度的措施	(118)
	习题	(122)
6	弯曲变形	(128)
6.1	工程实际中的弯曲变形问题	(128)
6.2	梁的挠曲线近似微分方程	(128)
6.3	积分法求梁的变形	(130)
6.4	叠加法求梁的变形	(133)
6.5	梁的刚度计算 提高梁弯曲刚度的措施	(139)
6.6	简单超静定梁	(142)
	习题	(145)
7	应力状态与强度理论	(150)
7.1	应力状态概述	(150)
7.2	二向应力状态	(152)
7.3	三向应力状态	(162)
7.4	应力与应变的关系	(164)
7.5	材料的破坏形式	(169)
7.6	常用强度理论	(171)
	习题	(179)
8	组合变形	(186)
8.1	概述	(186)
8.2	拉伸(或压缩)与弯曲的组合	(187)
8.3	扭转与弯曲的组合	(194)
8.4	铆钉连接的计算	(199)
	习题	(205)

9 压杆稳定 (212)

9.1 压杆稳定的概念 (212)

9.2 细长压杆的临界力 (214)

9.3 欧拉公式的适用范围 临界应力总图 (218)

9.4 压杆的稳定计算 (221)

9.5 提高压杆稳定性的措施 (229)

习题..... (231)

*10 动载荷与交变应力 (236)

10.1 概述..... (236)

10.2 构件有加速度时的动应力计算..... (236)

10.3 构件受冲击时的动应力计算..... (240)

10.4 交变应力下材料的疲劳破坏 疲劳极限..... (247)

10.5 钢结构构件及其连接的疲劳计算..... (251)

习题..... (258)

* 11 能量法及超静定结构 (262)

11.1 功 应变能..... (262)

11.2 互等定理..... (268)

11.3 单位载荷法..... (269)

11.4 静不定结构概述..... (273)

11.5 用力法解静不定结构..... (275)

11.6 对称及反对称性质的利用..... (280)

习题..... (283)

附录 I 截面的几何性质..... (287)

I.1 静矩和形心..... (287)

I.2 惯性矩、惯性积和极惯性矩 (290)

I.3 平行移轴公式..... (293)

* I.4 转轴公式 (295)

习题..... (298)

附录 II 型钢表..... (301)

附录 III 索引..... (311)

习题参考答案..... (315)

参考文献..... (326)

1 绪 论

1.1 材料力学的任务

组成机械或工程结构的单个部分统称为构件。如图 1-1 所示桥式起重机的主梁、吊钩、钢丝绳等；图 1-2 所示火车的车轮轴、轮毂等都是构件。

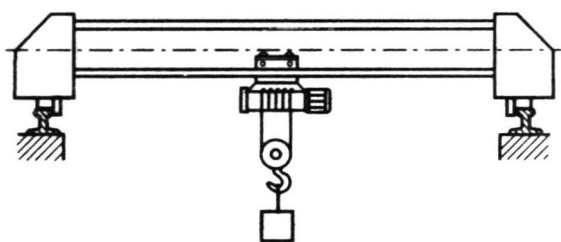


图 1-1

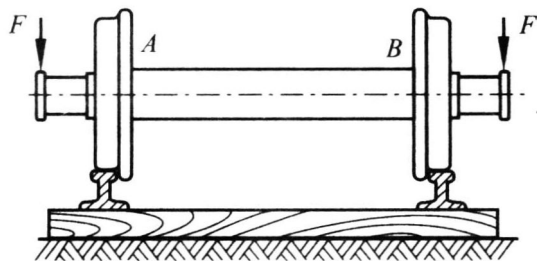
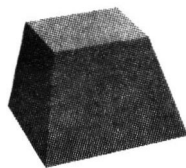


图 1-2

实际构件的形状各异,根据形状的不同大致可分为:块体、平板或壳体、杆件等。

块体:三个方向(长、宽、高)尺寸相差不多的构件,如图 1-3a 所示。

平板或壳体:构件一个方向的尺寸(厚度)远小于其他两个方向的尺寸,如图 1-3b、c 所示。



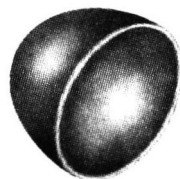
(a)



(b)



(d)



(c)



(e)

杆件:长度方向尺寸远大于横向方向尺寸的构件,如图 1-3d、e 所示。垂直于杆件长度方向的截面叫横截面,所有横截面形心的连线叫轴线(图 1-4a)。轴线为曲线的杆件叫曲杆(图 1-4b),轴线为直线的杆件叫直杆(图 1-4a、c、d)。轴线为直线且横截面不发生变化的杆件叫等直杆(图 1-4a、d),否则为变截面杆(图 1-4c)。在材料力学中,以等直杆为主要研究对象。

图 1-3

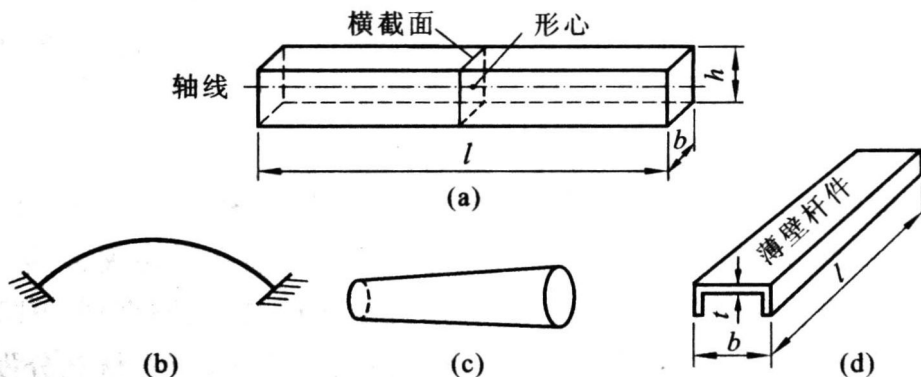


图 1-4

任何机械或结构物,在正常工作状态下组成它们的构件一般要受到从相邻构件传递过来的外力——载荷的作用。为保证机械或结构物的正常工作,构件应有足够的能力负担起可能

承受的载荷,为此其应满足以下三项基本要求:

强度要求:构件在载荷作用下,必须具有足够的抵抗破坏的能力。例如储气罐不应爆裂,机器中的齿轮传动轴不应断裂等。构件抵抗破坏的能力称为**强度**。

刚度要求:构件在载荷作用下,必须具有足够的抵抗变形的能力。如机床主轴不应变形过大,否则影响加工精度。构件抵抗变形的能力称为**刚度**。

稳定性要求:某些构件在某些特定载荷,如压力作用下,必须具有足够的保持原有平衡状态的能力。例如千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等。构件在载荷作用时保持原有平衡状态的能力称为**稳定性**。

通过对材料力学的学习,将了解构件设计的基本力学原理,以适当地选择材料及确定构件的合理截面形状与尺寸。材料力学的任务是:在满足强度、刚度和稳定性的要求下,为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

因此构件的强度、刚度和稳定性问题是材料力学研究的主要内容。而构件的强度、刚度、稳定性均与所用材料的力学性能有关,这些力学性能可通过材料力学实验来测定。因此实验也是材料力学学习中不可缺少的环节。

1.2 材料力学的发展简况

与其他学科一样,材料力学的产生与发展由生产的发展所推动,同时反过来又对社会生产实践起指导作用。

人类从长期生产、生活实践中不断制造或改造各种工具、房屋、武器等,这就不能不使用各种材料。从最初使用的天然材料:石、竹、木材等到后来广泛使用的铜、铁、水泥、塑料及各种合金等,人类在长期使用过程中逐渐认识了材料的性能,并能结合构件的受力特点正确使用材料。

我国是世界文明发达最早的国家之一,勤劳智慧的我国古代劳动人民对合理利用各种材料的力学性能、制造各种器械和建筑物等早就具有了丰富的力学知识。比如,在房屋建筑方面,根据殷墟遗迹的考古资料和《周礼·考工记》的文字记载,大约在三千五百年前,我们的祖先就已经用木结构做骨架来建造房屋,这种构架方法与现代建筑原则上有着相同的地方。又如,立柱截面选用圆形,很多横梁截面选用矩形,在横梁和立柱的接头处容易发生切断破坏,所以古代建筑师又发明了斗拱作为立柱与横梁间的过渡结构,这些都合乎现代材料力学的原理。在公元 1100 年宋朝李诫所著的 36 卷《营造法式》中,就总结了我国历代房屋建筑的经验,那是世界上最早的一部比较完整的建筑规范。

在桥梁工程方面,我们的祖先所创造的竹索悬桥,如四川灌县的岷江桥,长达 320 米,在国际桥梁史上具有光辉的地位;现在还完好无损的河北赵州石拱桥是隋代杰出的工匠李春的创造,拱的半径 25 米,横跨 37 米,两端各有附拱。赵州桥不但能在洪涝灾害期间排水,还能大大地降低桥身的重量,节省大量的造桥材料。这种形式的拱桥,在欧洲直到 1912 年才开始出现。利用悬桥的形式,使竹索充分发挥抗拉的性能;利用拱桥的形式,使石材充分发挥抗压的性能,这完全显示了我们祖先在材料使用方面的高度智慧。

在运输工具方面,我国远在殷代时就已经有了四匹马拉的战车,车轮用辐条代替了旧式的圆板,车轴改用金属轴承,并且采用油脂润滑。《周礼·考工记》上对辐条的设计、安装、固定都

提出了准则。我国制造船舶的历史至少也有近三千年。春秋末年(公元前 500 年),吴国曾利用坚固的船只从海上攻打齐国;隋代所造的大战船有五层高,能容纳军士 800 人;宋代已经造成了四桅九帆的大船。到了明朝郑和出使西洋时(公元 1405 年到 1433 年),62 艘海船编成的舰队中有长 44 丈、宽 18 丈的大船。如果没有关于材料性能方面丰富的知识,要建造那样巨大轻便而又牢固的船只是绝对不可能的。

在机械和武器制造方面,西周时代(公元前 1046—771 年)就已经利用青铜铸造了各种工具和兵器;东周时代(公元前 770—256 年),我国劳动人民先后发明了冶铁术和炼钢术,给人类提供了更为坚利的工具和兵刃。到了南宋时代(公元 1127—1279 年),我国劳动人民已经能够掌握厚壁圆筒的性能,铸造铁质火炮。而到十四世纪以后,火炮才由我国传入欧洲。

虽然古罗马、埃及、印度也有类似的创造,不过出现的时期较我国都晚一些,所以说十四世纪以前我国在这些方面的成就始终居于世界前列。

14 世纪以后,随着资本主义兴起和发展,在欧洲各国,海外贸易活跃,采矿、冶金工业萌芽和发展,提出了一系列新的复杂的技术问题。意大利科学家伽利略(Galileo Galilei,公元 1564—1642 年)正是为了解决建造船只和水闸口门需要的梁的设计问题,一方面总结了前人的经验,另一方面刻苦钻研,通过实验与计算,初步研究梁及其他杆件的截面尺寸与其承担载荷间的关系,并于 1638 年将他的研究成果在《关于两种新科学的叙述和数学证明》一书中正式发表,使他成为第一个提出强度计算概念的科学家。该书的发表,普遍认为是材料力学开始形成一门独立学科的标志。而作为材料力学物理基础的力与变形的关系是由英国科学家胡克(R. Hooke,公元 1635~1703 年)通过一系列实验资料的总结于 1678 年提出的,即著名的胡克定律。当然,在胡克之前 1500 年,我国早就有了关于力和变形成正比关系的记载。东汉经学家郑玄(公元 127—200 年)对《考工记·弓人》中“量其力,有三均”作了这样的注释:“假令弓力胜三石,引之中三尺,弛其弦,以绳缓擗之,每加物一石,则张一尺”。所以有些学者认为胡克定律实际上应该改称为郑玄—胡克定律。

从伽利略 1638 年开始又经过近 200 年发展和完善,第一本以《材料力学》命名的教材,由法国科学家纳维(L. Navier,公元 1785~1836 年)于 1826 年出版。19 世纪中期,材料力学已逐渐由以石料等脆性材料为主体演变为以钢材为主体,按照钢材的特点,使得“均匀连续”、“各向同性”等基本假设以及胡克定律成为当今材料力学的基础。20 世纪中叶以来,科学技术和工业的高度发展,特别是航空与航天技术的崛起、计算机的出现和不断更新换代、各种新型材料(如复合材料、高分子材料)的不断问世并应用于工程实际,加上实验设备日趋完善、实验技术水平不断提高,使得材料力学所涉及的领域更加宽阔、内容更加丰富。

1.3 变形固体及其基本假设

在理论力学中,通常假定物体在受力状态下不产生变形(即为刚体)。但在工程实际中,物体在力的作用下总会产生大小不同的变形。例如,桥梁、建筑结构、机械装置等都是我们熟知的工程结构,这些工程结构中的构件在受力后都会产生变形。对于工程实际中的很多构件,如果要研究构件本身的变形和破坏问题,就必须舍弃刚体假设。因此材料力学的研究对象是可变形的固体。

值得指出的是:同样是研究物体的受力问题,在静力学中,作用在刚体上的力矢量可以滑移,力偶矩矢也是自由矢量。但对于变形固体,由于力矢量和力偶矩矢的位置将影响物体的变形,因此力矢量不能再沿其作用线滑移,力偶矩矢也不能再自由平移。

变形固体种类繁多,如金属与合金、工业陶瓷、聚合物等,性质是多方面的,而且很复杂,在材料力学的研究中通常忽略一些次要因素,只考虑与问题相关的主要属性,对变形固体作以下假设:

(1) 均匀连续性假设

假设物体在整个体积内毫无空隙地充满了物质,是密实、连续分布并且各处具有相同的力学性质。

这一假设的特点是:① 从变形固体中可取出任一部分进行研究,其研究的表述特征具有代表性;② 由于材料被假定为密实的、连续分布的,材料内部的任意部位在变形前、后都不存在任何“空隙”或产生“挤入”的情况。

(2) 各向同性假设

假设材料的任意部位沿任何方向均具有相同的力学性质,具有这种性质的材料称为**各向同性材料**。这里的力学性质主要是指力与变形之间的关系。例如钢板,无论是沿哪个方向受力,其力与变形的规律是一样的,其他还有铜、玻璃等材料都具有类似的性质。

而有一些材料力与变形之间的关系与取向有关。例如木材,在受力相同的情况下,平行于木纹纤维方向的变形小,垂直于木纹纤维方向的变形大。沿不同方向力学性能不同的材料,称为**各向异性材料**,如竹子、木材、胶合板和某些人工合成材料等。

(3) 小变形假设

即假设物体受力后的变形很小。

在工程实际中,构件的受力一般在设计范围内,相对于其原始尺寸而言,其受力后的变形很小。在变形很小的情况下,分析力系的平衡时,采用结构变形前的几何尺寸进行计算,不会引起较大误差。这样的问题,称为**小变形问题**。

例如,图 1-5 所示桁架结构在点 B 受力,整个结构会产生变形(如图中虚线所示),其中点 B 变形至点 B' 。一般情况下,水平和垂直位移 δ_1 和 δ_2 会远小于构件的长度。所以通过节点平衡求两杆受力时,将桁架的变形忽略不计,可使计算得到很大的简化。

此外,工程实际中所用的材料,在载荷作用下均将发生变形。如果在卸载后变形消失,物体恢复原状,这种变形称为**弹性变形**。如果卸载后一部分变形消失,另一部分变形不消失而保留下来,这种保留下来的变形称为**塑性变形**。对某些材料而言,在一定的受力范围内,其变形完全是弹性的,并且外力与变形之间成比例关系,本书后面会讲到。在材料力学中所研究的大部分问题都局限在线弹性变形范围内。

上述的假设,建立了一个最简单的变形固体的理想化模型。随着研究的深入,再逐步放松上述假设的限制。如在后续力学课程中将逐步讨论各向异性问题、大变形问题、含缺陷或裂隙等不连续介质的问题等。

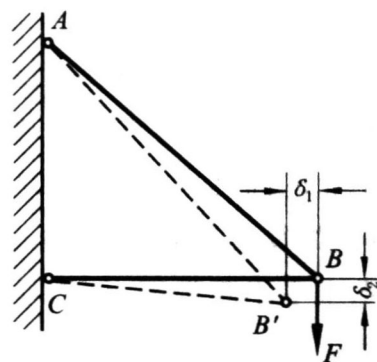


图 1-5

1.4 外力及分类

外力是外部物体对构件的作用力,包括外加载荷和约束力。

按外力作用方式的不同可分为:体积力和表面力。**体积力**是连续分布于物体内部各点的力,如物体的重力、惯性力等。**表面力**是作用于物体表面上的力,可分为分布力和集中力。分布力是连续作用于物体表面上的力,如作用于船体上的水压力、风载荷等。如果作用面积相对于物体的表面积较小,分布力可以简化为作用在一点的力即集中力,如火车车轮对钢轨的压力、汽车重量对路面的压力等。

按外力随时间的变化可分为:静载荷和动载荷。载荷缓慢地由零增加到某一值后,不再随时间变化,或变化很不显著,即为**静载荷**。如把机器缓慢地放置于基础上,机器的重量对基础的作用便是静载荷。**动载荷**是载荷随时间发生明显变化,其可分为构件具有较大加速度、交变载荷和冲击载荷等多种情况。交变载荷是指载荷随时间作周期性变化,如当齿轮啮合时,作用于每一个齿上的力都是随时间作周期性变化的。冲击载荷则是物体的运动在瞬间发生突然变化所引起的载荷,如急刹车时飞轮的轮轴、岩石在爆炸力作用下破碎等都是受到冲击载荷作用的例子。

构件在静载荷下的研究相对简单,所建立的理论和分析方法又可作为解决动载荷问题的基础,所以要先研究静载荷问题。在本书中,如不加说明,一般的载荷也是指静载荷。

1.5 内力、截面法和应力

1.5.1 内力

物体可以看作是由无数颗粒组成的,在其未受外力作用时,各颗粒间本身就存在着相互作用的**内力**,以维持它们之间的联系及物体的原有形状。当物体受到外力作用而变形时,各颗粒间的内力也发生了改变。这个因外力作用而引起的内力改变量(也称为**附加内力**),就是材料力学中所要研究的**内力**。

在这里必须注意,材料力学中所指的内力与理论力学中曾经学过的内力有所不同。前者是物体在受到外载荷作用时内部各部分之间相互作用力的改变量;后者则是在讨论物体系统的平衡时,各物体之间的相互作用力,它对于整体而言,是内力,但对于单个物体而言,就属于外力了。

1.5.2 截面法

为求出构件在外力作用下横截面上的内力,通常采用一个假想的截面在此处截开,如图 1-6a 所示。截开后,截面的两侧必定出现大小相等、方向相反的内力。根据材料的连续性假定,作用在截面上的内力应是一个连续分布的力系。在截面上内力分布规律未知的情况下,不能确定截面上各点的内力,但是可应用力系简化的基本方法,将连续分布的内力系向截面上某点(通常是形心)简化得到一主矢 F_R 和主矩 M 。此内力必定与留下部分受到的外力相平衡,如图 1-6b 所示,这样就可以根据平衡求出内力。

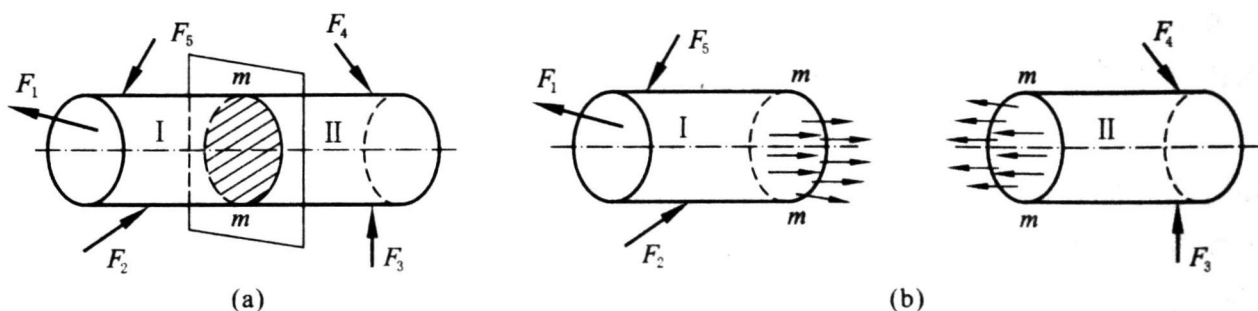


图 1-6

内力的计算是分析构件强度、刚度和稳定性等问题的基础。下面举例进行说明。

【例 1-1】 钻床如图 1-7a 所示,在载荷 F 作用下,试确定截面 $m-m$ 上的内力。

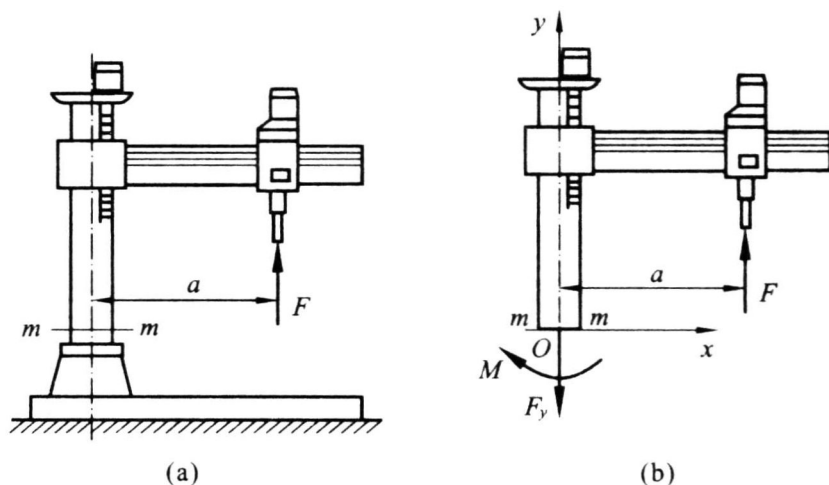


图 1-7

【解】 (1) 沿截面 $m-m$ 假想地将钻床分成两部分。取截面 $m-m$ 以上部分进行研究 (图 1-7b),并以截面的形心 O 为原点,选取坐标系如图所示。

(2) 为保持上部的平衡,截面 $m-m$ 上必然有通过点 O 的力 F_y 和面内的力偶矩 M 。

(3) 由平衡方程

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0, & F - F_y &= 0 \\ \sum M_O &= 0, & Fa - M &= 0\end{aligned}$$

可得

$$F_y = F, \quad M = Fa$$

总结以上解题过程,可知用截面法求内力可分为以下三步:

- (1) 截开:欲求某一截面的内力,可沿该截面将构件假想地截成两部分。
- (2) 代替:取其中任意部分为研究对象,而弃去另一部分。用作用于截面上的内力,代替弃去部分对留下部分的作用力。
- (3) 平衡:列出留下部分的平衡方程,确定截面上的内力。

1.5.3 应力

通过截面法,可以求出构件截面上的内力,但是仅仅求出内力还不能解决构件的强度问题。因为同样的内力,作用在大小不同的截面上,会产生不同的效果。例如两根材料相同、横截面面积不等的等直杆,若两者所受的轴向拉力相同(此时横截面上的内力也相同),则随着拉力的逐渐增加,细杆将先被拉断。这说明构件的危险程度取决于截面上分布内力的聚集程度,

而不是取决于分布内力的总和。因此在讨论构件的强度问题时,必须了解内力在截面上的聚集程度,以分布在单位面积上的内力来衡量它,称之为应力。

如图 1-8a 所示,如要求截面上点 M 处的应力,可围绕点 M 取出微小面积 ΔA 。根据均匀连续性假设, ΔA 面积上必存在连续分布的内力,设它的合力为 ΔF , ΔF 与 ΔA 的比值为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

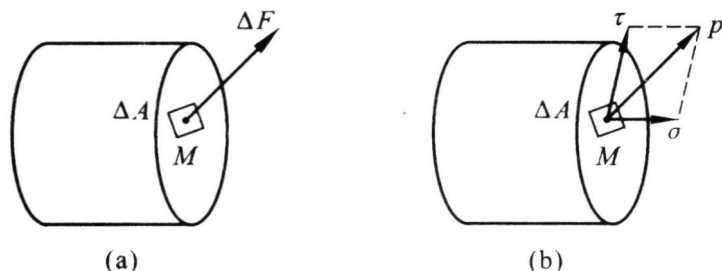


图 1-8

p_m 表示在 ΔA 范围内,单位面积上内力的平均集度,称为平均应力,是一个矢量。当 ΔA 趋于零时, p_m 的大小和方向都将趋于一极限,得到

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

p 称为点 M 处的(全)应力。通常将其分解为垂直于截面的分量 σ 和切于截面的分量 τ , σ 称为正应力, τ 称为切应力,如图 1-8b 所示。

应力的单位为帕(Pa), $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ 。但此单位太小,通常采用兆帕(MPa)为单位, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$ 。

从应力的定义可知,应力具有以下特点:

- (1) 应力定义在受力构件的某一截面上的某一点处。
- (2) 一点处的应力是矢量。
- (3) 整个截面上各点处的应力与微面积 dA 之乘积的合成,即为该截面上的内力。

1.6 变形与应变

材料力学中研究固体的变形,除了为研究构件的刚度外,还因固体由外力引起的变形与内力的分布有关。

假设在图 1-9a 中 MM' 为固体中点 M 的位移,同时假设固体没有刚体位移,点 M 的位移全是由变形引起的。通常用正微六面体(当边长趋于无穷小时称为单元体)来代表构件中某“一点”。为此,在变形前包围点 M 取一微小正六面体,其边长为 Δx 、 Δy 、 Δz 。变形后到达点 M' ,正六面体的边长和棱边的夹角都将发生变化。

对于构件中任“一点”材料的变形,可用线应变和切应变来度量。

1.6.1 线应变

为了说明上的方便,将变形前、后的六面体投影到 xy 平面上进行分析,如图 1-9b 所示。变形前平行于 x 轴的线段 MN 原长为 Δx ,变形后 M 和 N 分别移到 M' 和 N' , $M'N'$ 的长度变成了 $\Delta x + \Delta s$,这里

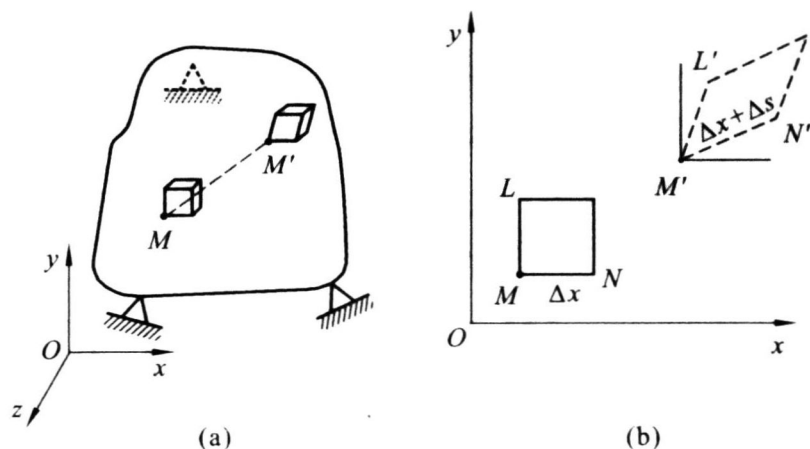


图 1-9

$$\Delta s = \overline{M'N'} - \overline{MN}$$

于是

$$\epsilon_m = \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

表示线段 MN 每单位长度的平均伸长或缩短,称为平均线应变。若使 $\overline{MN}$ 趋近于零,则 ϵ_m 有一极限值

$$\epsilon_x = \lim_{\substack{\overline{MN} \rightarrow 0 \\ \Delta x \rightarrow 0}} \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1-2)$$

称为点 M 沿 x 方向的线应变或正应变,或简称为应变。对于 y, z 方向的线应变,可依此类推。

如果变形是均匀的,线应变即单位长度上的变形量。伸长时线应变为正,缩短为负。

1.6.2 切应变

在图 1-9b 中,正交线段 MN 和 ML 经变形后,分别到达 $M'N'$ 和 $M'L'$ 。变形前后其夹角的变化是 $\left(\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N'\right)$,当 N 和 L 趋近于 M 时,上述夹角变化的极限值可表示为

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{\overline{MN} \rightarrow 0 \\ \overline{ML} \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N' \right) \quad (1-3)$$

称为点 M 在 xy 平面内的切应变或角应变。

切应变,即微单元体两棱边夹角——直角的改变量以直角变小时为正,单位为弧度(rad)。

【例 1-2】 图 1-10 所示为一矩形截面薄板受均布力 F 作用,已知长度 $l=400$ mm,受力后板沿 x 方向均匀伸长了 0.05 mm。试求板中点 A 沿 x 方向的正应变。

【解】 由于矩形截面薄板沿 x 方向均匀受力,可认为板内各点沿 x 方向具有相同的正应力与正应变,所以平均应变即点 A 沿 x 方向的正应变,即

$$\epsilon_x = \epsilon_m = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.05}{400} = 1.25 \times 10^{-4}$$

【例 1-3】 图 1-11 所示为两边固定的薄板,变形后 AB 和 AD 两边仍保持为直线。点 A 沿垂直方向向下产生了位移 0.025 mm。试求 AB 边的平均应变和 AB, AD 两边夹角的变化。图中长度单位为 mm。

【解】 AB 边的平均应变为

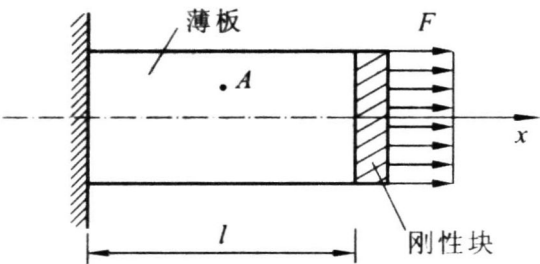


图 1-10

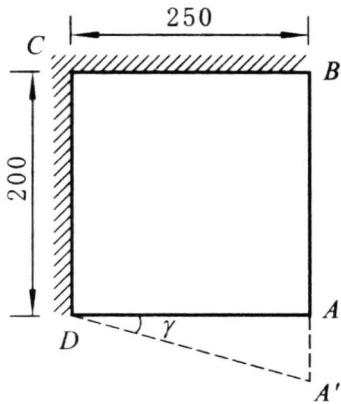


图 1-11

$$\epsilon_m = \frac{0.025}{200} = 1.25 \times 10^{-4}$$

变形后 AB、AD 两边夹角的变化为

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \angle BA'D$$

由于 γ 非常微小, 所以

$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{0.025}{250} = 1 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

1.7 杆件的基本变形形式

杆件受力有各种情况, 相应的变形就有多种形式。在工程结构中, 杆件的基本变形有以下四种:

(1) **轴向拉伸或压缩**: 变形形式是由大小相等、方向相反、作用线与杆轴线重合的一对力引起的, 表现为杆件长度的伸长或缩短。如图 1-12 中托架的拉杆和压杆受力后的变形。

(2) **剪切**: 变形形式是由大小相等、方向相反、相互平行且相距很近的一对力引起的, 表现为受剪切构件的两部分在受剪面附近沿外力作用方向产生相对错动。如图 1-13 中螺栓受力后的变形。

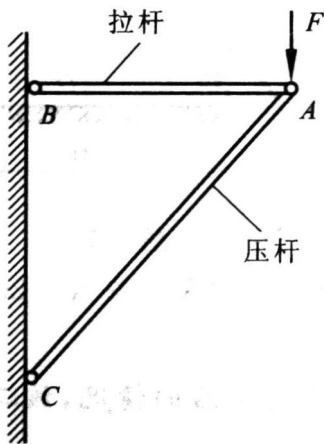


图 1-12

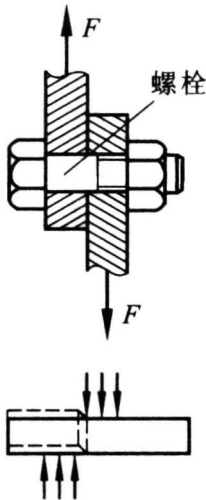


图 1-13

(3) **扭转**:变形形式是由大小相等、转向相反、作用面垂直于杆轴线的一对力偶引起的,表现为杆件的任意两个横截面发生绕轴线的相对转动。如图 1-14 中机器的传动轴受力后的变形。

(4) **弯曲**:变形形式是由垂直于杆件轴线的横向力,或由作用于包含杆轴的纵向平面内的一对大小相等、方向相反的力偶引起的,表现为杆件轴线由直线变为曲线。如图 1-15 中工厂车间吊车梁受力后的变形。

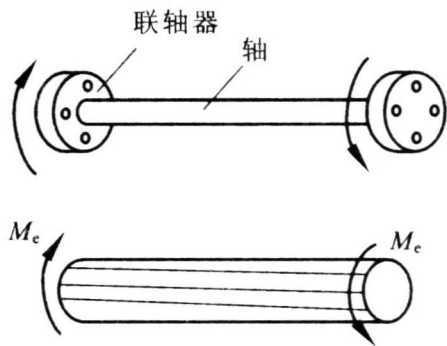


图 1-14

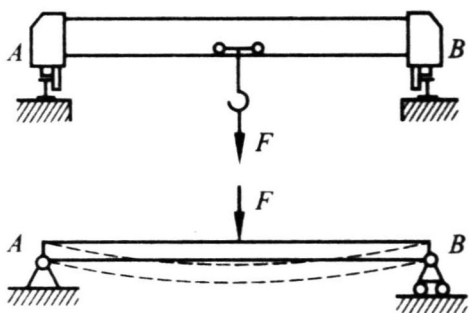


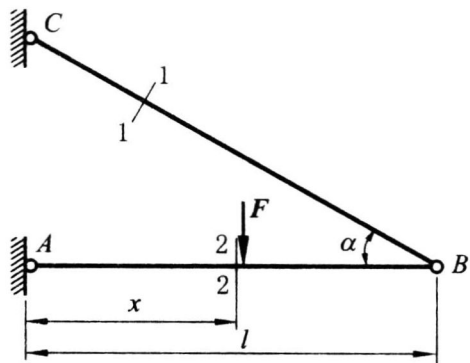
图 1-15

工程实际中有些杆件在载荷作用下会同时发生两种或两种以上的基本变形,这样的变形叫**组合变形**。例如例 1-1 中钻床的立柱,由于在横截面上同时受到力 F_y 的作用和力偶 M 的作用,该立柱将会发生轴向拉伸与弯曲的组合变形。类似的例子还有很多,本书先研究基本变形,后分析组合变形。

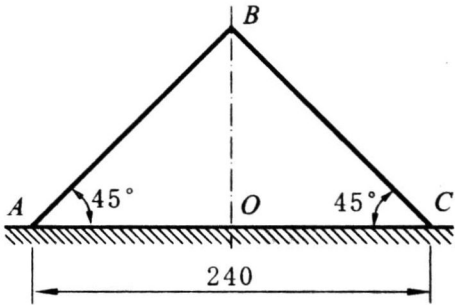
习 题

1-1 在题图所示简易吊车的横梁上,力 F 可以左右移动。试求截面 1-1 和 2-2 上的内力及其最大值。

1-2 题图所示三角形薄板因受外力作用而变形,角点 B 垂直向上的位移为 0.03 mm ,但 AB 和 BC 仍保持为直线。试求沿 OB 的平均应变,并求 AB 与 BC 两边在点 B 的角度改变。



题 1-1 图



题 1-2 图

1-3 题图所示圆形薄板的半径为 R ,变形后 R 的增量为 ΔR 。若 $R=80\text{ mm}$, $\Delta R=3\times 10^{-3}\text{ mm}$,试求沿半径方向和外圆圆周方向的平均应变。

1-4 图 a 与 b 所示两个矩形微元体,双点画线表示其变形后的情况,该二微元体在 A 处的切应变分别记为 $(\gamma_A)_a$ 与 $(\gamma_A)_b$,试确定其大小。

1-5 构件变形如题图中双点画线所示,单位为 mm 。试求棱边 AB 与 AD 的平均正应变,以及点 A 处直角 BAD 的切应变。