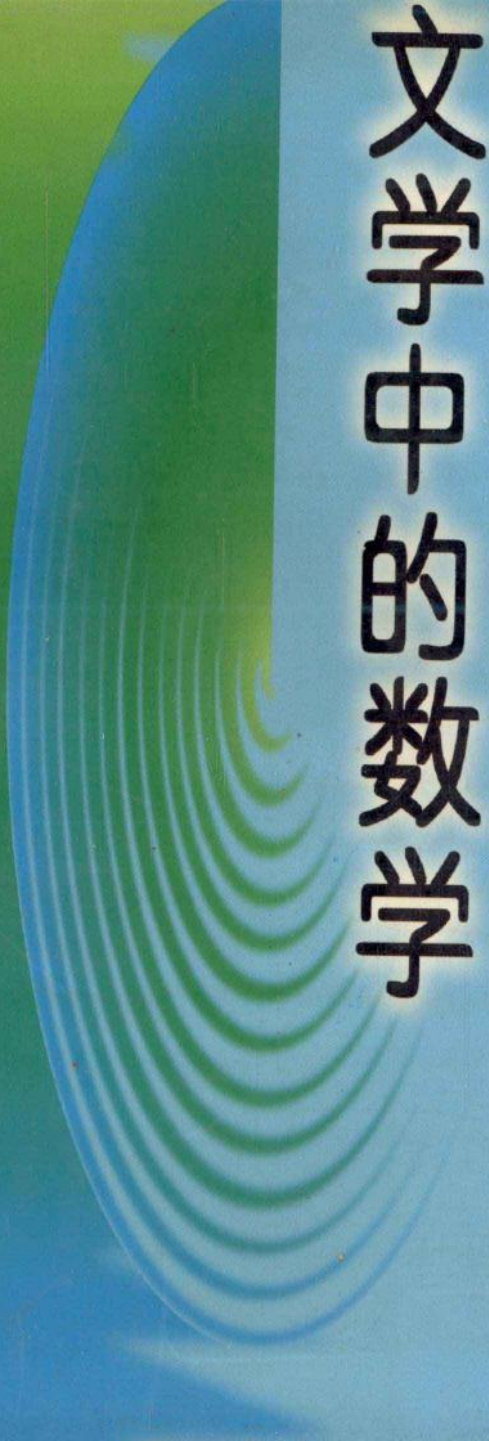


湖南人民出版社

欧阳维诚 著

文学中的数学



文学中的数学

欧阳维诚 著

湖南人民出版社



责任编辑：张人石

装帧设计：胡薇薇

文学中的数学

欧阳维诚 著

*

湖南人民出版社出版、发行

(长沙市岳麓区银盆南路78号)

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷一厂印刷

1998年8月第1版第1次印刷

开本：850×1168 1/32 印张：10.625

字数：230,000 印数：1—3,000

ISBN 7-5438-1762-4
G·371 定价：12.50元

自序

这是一本趣味数学。但它不同于已有的一些趣味数学读物，它是通过对文学作品的欣赏而联想一些趣味数学问题的。

著名数学家、数学教育家波利亚 (Polya · George, 1887~1985) 主张数学教育的目的应当是提高学生的“一般文化修养”。他认为：学生学习数学以后，作为“生产数学”的数学家只占 1%，使用数学的也只占 29%，其余的人都只把数学作为一种文化修养。事实也的确如此。到底什么是作为“文化修养的数学”呢？笔者认为，最重要的应该有两点：一是锻炼学生的思维品质和思想品质，二是提高他们对人类整个文明成果的欣赏水平。

文学与数学同为基础教育的两大主要课程，学校开课的时间最长，学生付出的精力最大。按理，学生对于这两大课程，应该齐头并进，相得益彰。但现实中却常常出现两极分化的情况。许多喜爱文学的青年甚至知名之士都厌恶数学；另一方面，也有不少很有数学才能的青年学生，其文字与语言表达能力都令人遗憾。因此，教育界的有识之士，都在为改变这种局面进行着认真的思考。

数学，特别是现代数学，由于它高度的抽象性，使不少人望而生畏。数学王国与大多数人之间出现了一堵无形的高墙。数学工作者必须努力推倒这堵高墙，改进数学教育，对数学进行再创造，使之从高度抽象、枯燥呆板的形式中解放出来，走向生活，走向大众，再现其与人类文明的各个方面的丰富多彩的联系，从而激发人们学习数学、欣赏数学的兴趣。笔者长期从事数学教育和数学书刊的编辑工作，更是有志于此久矣。这就是作者写作本书

的目的。本书试图通过文学与数学的联系，向读者展现文韵与数趣相映成趣的层面，从而引起我们的青年学生要求自己的文学水平与数学水平比翼双飞的愿望。

长期以来，在人们的心目中，数学与文学似乎处在人类文明的两极，前者靠理性思维，后者靠形象思维，它们分道扬镳，互不相涉。其实，这是一种误解。无论在思维的模式上，还是在审美的情趣中，文学与数学都是紧密相通的。数学研究在本质上是一种创造，这种创造与文学艺术的创造并没有什么两样，同样充满着丰富的想象和个人的情感。数学作为人类文化的一种子文化，与文化的各个领域都有着水乳交融的联系。其实，人类社会与自然界的各种现象，都有可能在数学中得到某种平行的反映。因此，我们在欣赏文学作品的时候，常常可以从中联想到一些有趣的数学问题。另一方面，正如美国当代数学家M·克莱因所说：“音乐能激发或抚慰情怀，绘画使人赏心悦目，诗歌能动人心弦，哲学使人获得智慧，科技可以改善物质生活，但数学却能提供以上的一切。”这里所说的提供也许只是一种间接的提供，但它是实实在在的提供。数学能帮助我们更有效、更深刻地欣赏文学的成果，这已经是被证明了的事实。

本书由一些相互独立的短篇组成，每篇都从欣赏某一文学作品出发，引发出一些与之紧密相关的数学趣题。两者之间或使用了同样的数据，或服从于共同的规律，或思维的模式类似，或论证的方法相通。总之，有比较内在的联系。通过这些联系，或介绍一个数学原理，或阐明一种数学方法，或论述一条数学思想，或推出一些数学应用。不拘一格，涉笔成趣。数学内容多选择一些著名的趣味数学问题，而且偏重于现代数学，起点较低而观点较高。阅读本书不需要多少数学预备知识，只要具有一定的逻辑思维能力，就可以读懂全书的绝大部分。高中学生阅读此书，没有什么困难。喜欢数学的青年，可以通过阅读本书看到文学的力

量，提高自己对文学的欣赏水平和兴趣爱好，并学到一些从中引出的有用的数学思想。爱好文学的青年有此一书，于茶余饭后消闲读之，对于认识数学、欣赏数学，以至于促进文思，扩展思维，都可能有所裨益。

写作本书是一种全新的尝试，可供直接借鉴的模式不多，但是许多先生的著作给了我宝贵的启示，特别是与文学有关的部分。笔者谨在此向他们表示衷心的感谢。笔者虽然也爱好文学，但毕竟一知半解，根底浅薄；对于数学又多年“不务正业”，也感业务荒疏。书中不妥甚至错误之处，容或难免，恳请读者赐正。但笔者相信，作为科普读物，本书的写作是有意义的，它代表着一种值得努力的方向。“莫愁前路无知己”，只要我们努力地做下去，它一定能为广大读者所喜爱。

欧阳维诚

1997年12月于长沙

目 录

(一) 一枝红杏出墙来——文学作品中抽象出数学原理

1. 二桃杀三士 (3)
2. 捕蛇者的数据 (9)
3. 宁无一个是男儿 (14)
4. 排座次的学问 (19)
5. 万丈高楼从地起 (24)
6. 一个萝卜一个坑 (29)

(二) 草色遥看近却无——文学作品中蕴含数学趣题

7. 巴河姆的悲剧 (37)
8. 团结就是力量 (43)
9. 将军饮马 (49)
10. 将军纵搏场场胜 (55)
11. 朝三暮四还是朝四暮三 (61)
12. 目无全牛与游刃有余 (67)

(三) 却疑春色在邻家——文学作品中有各种数学背景

13. 百鸟图的题画诗 (75)
14. 无法兑现的奖赏 (80)
15. 一个鸡蛋的家当 (86)
16. 愚公的子孙 (91)
17. 奇怪的算术等式 (97)
18. 鳄鱼离开的限期 (103)

(四) 冻雷惊笋欲抽芽——文学作品触及数学的新分支

19. 长坂坡七进七出 (111)

20. 图中斑驳五色分	(117)
21. 纵横三十六	(123)
22. 平平仄仄平平	(128)
23. 花是去年红	(133)
24. 美妙的雪花曲线	(138)

(五) 相逢何必曾相识——文学与数学组成的共同体

25. 形影不离的 8 与 13	(147)
26. 文学作品与统计	(153)
27. 诗歌数列	(159)
28. 回文诗与循环美	(164)
29. 人生最美好的年华	(170)
30. 诗情算趣巧结缘	(175)

(六) 心有灵犀一点通——文学与数学有共同的思维模式

31. 看山与审题	(183)
32. 尾巴变成了旗竿	(189)
33. 知己知彼，百战不殆	(195)
34. 最好倒掉壶中的水	(200)
35. 青梅煮酒论英雄	(205)
36. 诗人爱用反证法	(210)

(七) 水远山长处处同——文学与数学使用共同的技巧

37. 以不变应万变	(219)
38. 黑白分明	(226)
39. 谁是对联高手	(232)
40. 一就是一吗?	(238)
41. 重在表示	(243)
42. 克隆技术	(249)

(八) 总把新桃换旧符——古老的文学话题与全新的数

学概念

- 43. 秦宓的天文学 (257)
- 44. 白马非马 (263)
- 45. 关系最重要 (268)
- 46. 没有两个相同的事物 (274)
- 47. 语言与运算 (280)
- 48. 方以类聚，物以群分 (286)

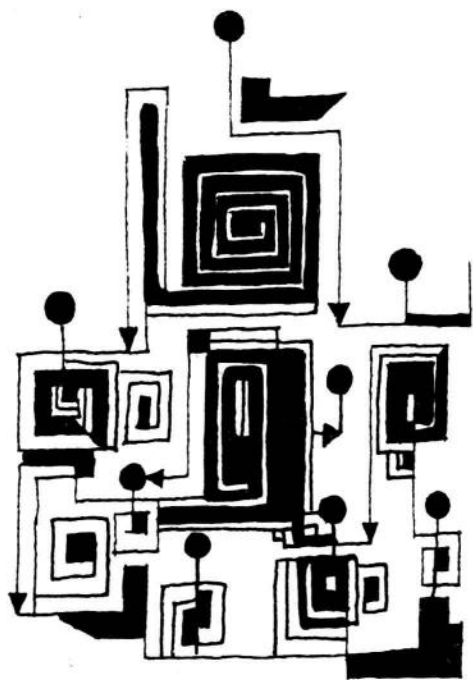
(九) 短笛无腔信口吹——文学问题与数学问题杂谈

- 49. 巧解九连环 (295)
- 50. 宝塔诗与三角数 (301)
- 51. 河出图洛出书 (307)
- 52. 知识产权该属谁 (314)
- 53. 吉尼斯纪录 (319)
- 54. 三十六计斗心兵 (325)



一枝红杏出墙来

——文学作品中抽象出数学原理



二桃杀三士

《晏子春秋》里记载了这样一个故事：

齐景公蓄养着三名勇士，他们名叫田开疆、公孙接和古冶子。

这三名勇士都力大无比，武功超群，为齐景公立下过不少功劳。但他们也刚愎自用，目中无人，连齐国的宰相晏婴都不放在眼里，终于得罪了晏婴。晏子便劝齐景公杀掉他们。齐景公对晏子言听计从，但却心存疑虑，恐怕用武力制服不了三人，如果他们联合起来反抗，问题就麻烦了。晏子便献上一计：以齐景公的名义赏赐三名勇士两个桃子，让他们自己评功，按功劳的大小吃桃。

三名勇士都认为自己的功劳很大，应该单独吃一个桃子。于是，公孙接讲了自己的打虎功，拿了一只桃；田开疆讲了自己的杀敌功，拿起了另一只桃。两人正准备要吃桃子，古冶子说出了自己更大的功劳。公孙接、田开疆都觉得自己的功劳确实不如古冶子大，感到羞愧难当，赶忙让出桃子，说：“咱本领不如人家，却抢着要吃桃子，实在丢人，是好汉就没有脸再活下去！”说罢都拔剑自刎了。古冶子见了，后悔不迭。心想：“如果放弃桃子而隐瞒功劳，则有失勇士的威严；为了满足自己而羞辱同伴，又有损哥们的义气。如今两个伙伴都为此而死了，我独自活着，算什么勇士？”便仰天长叹一声，也拔剑自杀了。

这就是“二桃杀三士”的故事。

晏子采用借“桃”杀人的办法，不费吹灰之力，便达到了他预定的目的，可说是善于运用权谋。汉朝无名氏在一首乐府诗中，曾不无讽刺地写道：“……一朝被谗言，二桃杀三士。谁能为此谋，

相国齐晏子!”

有趣的是，在这个故事中，晏子除了运用权谋之外，还运用了数学中一个重要的原理——抽屉原理。

抽屉原理又名鸽笼原理或狄里克雷原理。这个原理形象的说法就是：

把 3 件物品放到 2 个抽屉里，一定有一个抽屉里至少有两件物品；

把 7 件物品放到 3 个抽屉里，一定有一个抽屉里至少有 3 件物品，等等。

一般地说，把 $m \times n + 1$ 件物品放到 m 个抽屉里，一定有一个抽屉里至少有 $n + 1$ 件物品。

这个原理虽然简单，但在数学中却有广泛而深刻的运用。19 世纪德国数学家狄利克雷 (Dirichlet, 1805~1859) 首先利用它来建立有理数的理论 (所以现在抽屉原理又称狄利克雷原理)，以后被逐渐地应用到许多不同的数学分支中，如在数论、集合论、组合论等学科中都有许多重要的应用。

1947 年，匈牙利数学家把这一原理引进到中学生数学竞赛中，当年全匈数学竞赛有一道试题是：

“证明：在任何 6 个人中，一定可以找到 3 个互相认识的人，或者 3 个互不认识的人。”

这个问题乍看起来，似乎令人难以想象，感到十分玄妙而无从下手。其实，只要你懂得抽屉原理，这道题的证明是十分简单的。

为方便计，我们用 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 来代表 6 个人。从中随便找一个，例如 A 吧，其余的 5 个人，或者与 A 认识，或者与 A 不认识。现在把“与 A 认识”和“与 A 不认识”当作两个“抽屉”，把 5 个人放到这两个抽屉里，根据抽屉原理，有一个抽屉里至少有 3 个人。不妨假定在“与 A 认识”这个抽屉里有 3 个人，例

如 B 、 C 、 D 在这一抽屉里。用平面上的 4 个点来代表 A 、 B 、 C 、 D 4 人，如果两人互相认识，就在代表它们的两点之间联一条线，于是，便得到图 1：

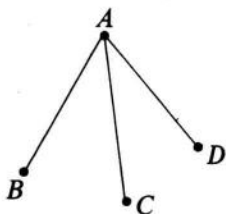


图 1

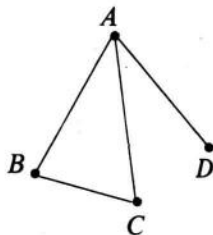


图 2

再看 B 、 C 、 D 3 人，如果他们 3 个人两两互不认识，我们就在这 6 个人中找到了 3 个互不认识的人，本题的结论已经获证。如果 B 、 C 、 D 3 个人中，至少有两人互相认识，例如 B 与 C 互相认识，在 B 、 C 之间就要连一条线，如图 2。这时，在 6 个人中就有 A 、 B 、 C 3 人互相认识，同样证明了问题的结论。按照一样的方法，如果一开始假定在“与 A 不认识”这个抽屉里有 3 个人，同样可证明问题的结论成立。

这道试题由于它的形式优美，解法巧妙，很快引起数学界的兴趣，被许多国家的数学杂志转载，它的一些变形或推广题，不断地被用作新的数学竞赛试题。几十年如一日，半个世纪以来长盛不衰。

例如，1964 年在莫斯科举行的国际中学生数学竞赛中有一道试题是：

“17 个学者中每个学者都与其余学者通信，他们在通信中共讨论了 3 个不同的问题，但每两个学者在通信中只讨论同一个问题。证明：至少有 3 个学者在彼此通信中都讨论同一问题。”

这个问题就是上述问题的直接推广。

在 17 名学者中任取一名，例如 A ，其余 16 名学者与他通信分

别讨论 3 个问题中的某一个。根据抽屉原理，对于 3 个问题 x 、 y 、 z ，在 16 人中必有 6 个人与 A 讨论某一个，例如 x 。如果这 6 个人中还有 B 与 C 两人也通信讨论 x ，则 A 、 B 、 C 三人都彼此讨论同一问题 x ，命题的结论获证。如果这 6 个人中没有任何两个人是互相讨论 x 的，则他们只讨论 y 与 z 两个问题。把两个讨论问题 y 的人看作互相认识，讨论问题 z 的人看作互不认识，就变成了匈牙利的那道试题。也就证明了命题的结论。

又例如，1963 年北京市中学生数学竞赛有一道试题是：

“边长为 1 的正方形中任意放入 9 个点，证明：在以这些点为顶点的各个三角形中，必有一个三角形，它的面积不大于 $\frac{1}{8}$ （若三点共线，则认为这个三角形的面积为零）。”

如图 3，用对边中点的连线把边长为 1 的正方形分成 4 个面积为 $\frac{1}{4}$ 的小正方形，把 9 个点放进 4 个小正方形内，有一个小正方形里至少有三个点，它们组成的三角形的面积不大于正方形的一半即 $\frac{1}{8}$ 。

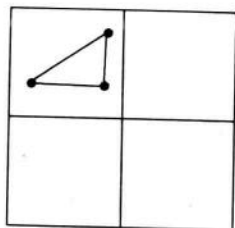


图 3

现在让我们再回到“二桃杀三士”的故事。两个桃子可看作两个“抽屉”，根据抽屉原理，把 3 名勇士放到两个抽屉里，有一个抽屉里至少有两勇士，即至少有两勇士要合吃一个桃子。由于 3 名勇士都争强好胜，做事走极端的性格弱点，就决定了悲剧结局的不可避免，老谋深算的晏子自然就稳操胜券了。

在我国古代文献中，还有不少成功地运用抽屉原理的例子。例如，近年来迷信活动有所抬头，算命先生充满街头巷尾，“看相”、“算命”。那一套你相信吗？清朝乾隆年间的学者阮葵生在《茶余客话》中就曾利用抽屉原理来分析、批驳“算八字”之类的活动，认为这类活动是断然不可相信的。他写道：

人命八字，共计五十一万八千四百，天下恒河沙数何止于此，富贵贫贱寿夭势不能同，即以上四刻下四刻论，亦止（只）一百三万六千（八百）尽之，天下之人何止千万，亦不能不同。且以薄海之遙，民物之众，等差之分，谓一日止（只）生十二种人或二十四种人，岂不谓诬？

这段话的大意是：算八字的方法按一个人出生的年、月、日、时来排定“八字”。用六十甲子纪年，不同的年份只有 60 种；一年 12 个月，不同的月份只有 12 种；再用六十甲子纪日，不同的日也只有 60 种；一日分为 12 个时辰，因此，不同的年、月、日、时所组成的“八字”，总数只有

$$60 \times 12 \times 60 \times 12 = 518400 \text{ (种)}$$

即使每个时辰有两个小时，再分成上半时辰和下半时辰，不同的“八字”也只有

$$518400 \times 2 = 1036800 \text{ (种)}$$

把不同的“八字”看作“抽屉”，抽屉数不超过 104 万，而作为“物品”的人则有如恒河沙数，远远大于此。因此落在同一个“抽屉”里的人千千万万，这许多贫富、贵贱、寿夭、成败等等都互不相同的人，因为有相同的“八字”（落在同一个“抽屉”里）而不能不有相同的命运，这是何等的荒唐。再者同一天出生的人，由于出生的年、月、日已经相同，他们“八字”的差别，就只决定于出生的时辰，一天的时辰只有 12 种或 24 种（分上半时辰和下半时辰）。天下如此广大，人民这样众多，硬说同一天内只能出生 12 种或 24 种命运不同的人，岂不是胡说八道吗？所以，“算八字”之类的事是绝对不能相信的。

阮葵生的议论，对当前的一些迷信活动，仍然是十分有力的批判。

然而令人不无遗憾的是：我国历史上虽然有不少运用抽屉原

理的具体例子，很早就留下了“二桃杀三士”之类的寓言，但却没有人将它抽象概括为一条普遍的原理，最后还不得不冠以狄利克雷的名字。学术界曾经认为，我国古代学者长于形象思维而短于抽象思维，难道这两者之间，真会咫尺天涯，“鸡犬之声相闻”，却“老死不相往来”吗？