

# 物 理 讲 义

(力学部份)

同济大学物理教材编写组

1972. 6

## 毛主席语录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

学制要缩短。课程设置要精简。教材要彻底改革，有的首先删繁就简。

学生也是这样，以学为主，兼学别样，即不但学文，也要学工、学农、学军，也要批判资产阶级。学制要缩短，教育要革命，资产阶级知识分子统治我们学校的现象，再也不能继续下去了。

自然科学是人们争取自由的一种武装。……人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然里得到自由。

你们学自然科学的，要学会用辩证法。

不要把分数看重了，要把精力集中在培养分析问题和解决问题的能力上，不要只是跟在教员的后面跑，自己没有主动性。

# 物 理 讲 义

## 目 录

### 前言

### 第一章 运动学

- § 1-1 参照系、坐标系
- § 1-2 轨跡、路程
- § 1-3 匀速直线运动
- § 1-4 运动的合成
- § 1-5 变速直线运动
- § 1-6 匀加速直线运动
- § 1-7 自由落体

### 第二章 力的基本概念

- § 2-1 力的概念
- § 2-2 重力和弹性力
- § 2-3 二力的平衡
- § 2-4 力的合成与分解
- § 2-5 物体的相互作用、作用力和反作用力

### 第三章 运动定律

- § 3-1 物体的惯性、惯性定律
- § 3-2 牛顿第二定律
- § 3-3 摩擦力
- § 3-4 运动定律应用举例、隔离体法
- § 3-5 匀速圆周运动、向心力、向心加速度

### 附：惯性离心力

### 第四章 功和能

- § 4-1 功
- § 4-2 功率
- § 4-3 动能、功能原理
- § 4-4 重力位能
- § 4-5 机械能转换和守恒定律

§ 4-6 能量转换和守恒定律

§ 4-7 机械效率

### 第五章 刚体的定轴转动

§ 5-1 固体与刚体

§ 5-2 匀速转动、转速与角速度

§ 5-3 变速转动、角加速度

§ 5-4 力矩

§ 5-5 力矩的功、转动体的动能

§ 5-6 转动定律、转动惯量

### 第六章 刚体的平衡

§ 6-1 刚体在共面力作用下的平衡、杠杆

§ 6-2 两个同方向平行力的合成、重心

§ 6-3 两个大小相等的反向平行力的合成、力偶

§ 6-4 平衡的稳定性

### 第七章 流体的压强

§ 7-1 液体的压强

§ 7-2 液体压强的传递

§ 7-3 浮力

§ 7-4 大气压强

§ 7-5 压强的测定

§ 7-6 流体的压强和流速的关系

## 力 学 前 言

毛主席教导说：“人的认识物质，就是认识物质的运动形式，因为除了运动的物质以外，世界上什么也没有”。

一切物体都是相互联系、相互作用、相互制约的，它们原来就是永恒地、不停地在运动着。这种客观存在的、不以人们意志而转移的物质运动叫作运动本身的绝对性。

宇宙间的现象是千变万化的。所有这些现象都是物质运动的反映。例如，地球的自转和公转产生日夜和四季的区分；生物的进化导致今天千种万属的出现；物质的分子运动引起物质状态的变化。

不同的运动形式，都按照不同的客观规律在进行着。

“是谁创造了人类世界？是我们劳动群众。”劳动人民在长期的阶级斗争、生产斗争和科学实验中，积累了丰富的经验，总结出自然界和人类社会的变化规律，并运用这些规律去征服自然，改造自然。

力学，作为一门自然科学，它研究的对象是物质运动的一种特殊形式，即机械运动，也就是研究物体和物体之间相互位置变化的运动。机械运动是物质运动的最简单最基本的运动形式。在工农业生产，交通运输以及日常生活等方面，机械运动的例子是举不胜举的。

多少世纪以来，在生产活动中，人们对机械运动的规律，作了深刻的分析和细致的总结。认识、掌握和运用这些规律来指导我们的生产实践，是具有十分重要意义的。

为了学好工科的各个专业，力学知识是不可缺少的基础。在教学计划中，还要安排其他专业力学课程。这里，我们仅介绍有关机械运动方面的一些基本概念和基本规律，要求学员们初步学会分析物体受力情况和掌握解决力学问题的基本方法，为学习后继课程打下必要的基础。

# 第一章 运动学

本章的内容是研究运动物体的位置随时间变化的规律。重点是匀速直线运动和匀加速直线运动。要求掌握上述两种简单运动的规律和速度与加速这两个重要物理概念。

## § 1-1 参照系、坐标系

### 一、参照系

当我们观察一个物体的运动和描述它的运动情况时，我们总是要选定另外一个物体做标准。这样，我们观察到的运动实际上就是物体相对于这个标准的运动。例如，坐在行驶着的火车里的乘客，如果把车厢作为标准，他看到车厢中的桌子、椅子等都是静止的。可是站在路旁的观察者，他把地面当作标准，看到车厢里的桌椅当然不是静止的，而是跟着火车在运动着。

由此可见，同一个桌椅，相对于车厢里的观察者是静止的，而相对于地面上的观察者，就是在运动着的。也就是说，选定的标准不同，运动描述的结果也不一样。

被选作描述运动的标准叫作参照系。参照系可以任意选定。但是，讨论物体的机械运动时，我们通常选定地球作为参照系。

### 二、坐标系

参照系选定之后，只能判断一个物体相对于这个参照系是动还是静止的。至于运动物体在这个参照系中的位置用什么方式来表示，还要进一步作出规定。

如果物体的运动限制在参照系中的一根直线上，例如汽车在笔直的公路上行驶，我们可以在公路上选定一个点（用 $O$ 表示）做为出发点，叫作原点。在某一时刻，我们假定汽车正好到达 $P$ 点。从原点通过 $P$ 作一条直线 $OX$ ，如图1-1。把原点 $O$ 到 $P$ 点的距离写作 $x$ 。如果 $P$ 点在 $O$

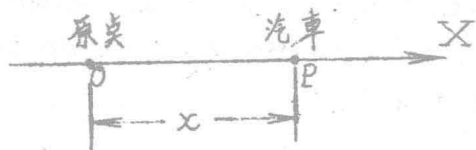


图1-1 坐标系

点的右面一方， $x$ 规定为正；在 $O$ 点的左面一方， $x$ 规定为负。这样， $x$ 就表示了 $P$ 点或汽车的位置。

以上表示物体在参照系里位置的图示方法叫作坐标系， $x$ 叫作 $P$

点的坐标。

如果研究物体在一个平面上的运动，例如轮船，坐标系可用两根相互垂直的线来组成，分别叫作  $x$  轴线和  $y$  轴线。两轴线的交叉点仍称原点。这样，平面上运动物体的位置，就可以用  $x$  和  $y$  两个坐标来确定了（见图 1-2）。

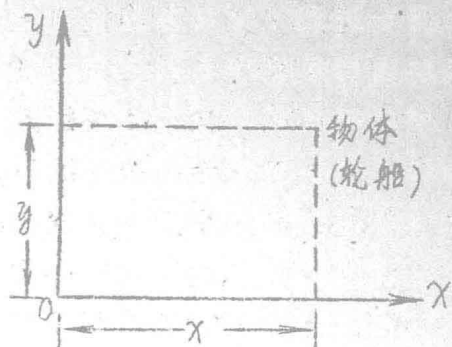


图 1-2 平面坐标系

## § 1-2 轨迹和路程、平动和转动

### 一、轨迹和路程

物体在运动过程中，它的位置在参照系里，是不断地变化着。如果把物体在各个不同时刻的位置，依次描绘出来，连成一条线，这条线就叫作运动物体的轨迹。图 1-3 表示物体在不同时刻，从  $a$  经过  $b, c, d$  到  $e$  的运动轨迹图。

例如，用粉笔在黑板上划一下，黑板上留下来的一条痕迹，就是粉笔头在黑板上滑动的轨迹。运动轨迹是直线的叫作直线运动；运动轨迹是曲线的叫作曲线运动。汽车在笔直的公路上行驶，它的轨迹是一根直线，转弯时，轨迹是一条曲线。

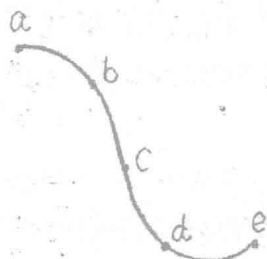


图 1-3 运动的轨迹

假定从  $t_1$  到  $t_2$  这段时间里，运动物体由  $a$  经过  $b, c, d$  等点而到达  $e$  点，那么  $abcde$  曲线的长度就叫作运动物体在  $t_1$  至  $t_2$  这段时间内所经历的或通过的路程。

### 二、平动和转动

#### 平动和转动

平动和转动是机械运动中两种最基本的运动形式。其他各种复杂的运动可以看做是上述两种运动的组合。

抽屜的运动和门的运动是平动和转动的两个最典型例子。观察抽屜的运动，可以看出抽屜上各点的运动轨迹都是相互平行的。

平动的严格定义是：在运动的物体上，任意认定一根直线 $AB$ ，如果 $AB$ 在空间的指向始终保持不变，那么，物体的运动就叫作平动。因此，在研究物体平动时，

只要研究物体上任何一个点的运动就行了。在这里，物体的大小和形状就可以不必考虑了，因为一点的运动就完全可以描述物体的整体运动。这样的点在力学上叫做质点。下面，我们研究的对象主要是质点，即质点运动学和质点动力学。

必须指出，质点的概念是一种物理抽象，也是抓主要矛盾忽略次要矛盾的科学研究方法。

但是运动的物体，有时可以抽象当作一个质点来处理，有时不能这样抽象，不能用形而上学的方法，一律对待。例如地球，可谓大矣，但是在宇宙空间，它还是沧海一粟。如果我们研究地球绕太阳公转的运动规律，就可以把它抽象为一个质点，根本不考虑它的自转。又如电子，可谓小矣，但是在研究物质的原子结构及其内部各种变化过程时，电子的自旋就不能加以忽略了。

关于物体的转动，这里暂不详细叙述，到第五章再作介绍。

### § 1-3 匀速直线运动

毛主席教导我们：“就人类认识运动的秩序说来，总是由认识个别的和特殊的事物，逐步地扩大到认识一般的事物”。我们首先研究最简单的运动形式——匀速直线运动，然后再研究变速直线运动。

匀速直线运动的特点是：运动物体的速度保持不变。

什么叫速度？

速度是指运动的“快”和“慢”。我们对运动的快慢是这样认识的：

1. 通过同样的路程（用字母 $S$ 表示），所用的时间（用字母 $t$ 表示）短，我们说运动快；用的时间长，就说运动慢。

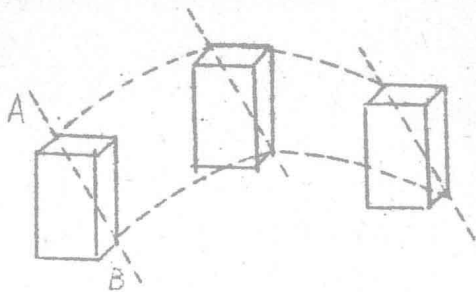


图 1-4 平动



2. 在相等时间里，通过的路程 $S$ 长，就说运动快；通过的路程短，就说运动慢。

因此，物体运动的快慢，不能单独决定于路程的大小，也不能单独决定于时间的长短，而应该决定于两者的比值，即单位时间内通过的路程来量度。我们把单位时间内通过的路程，叫作速度。如果物体在 $t$ 时间里，通过的路程为 $S$ ，则速度（用字母 $v$ 表示）为

$$v \text{ (速度)} = \frac{S \text{ (路程)}}{t \text{ (时间)}}$$

速度就是单位时间内，运动物体所经历的路程。

速度的单位，决定于路程和时间的单位。路程的单位有公里、米（公尺）、厘米、毫米等。（1公里=1千米=1000米；1米=100厘米；1厘米=10毫米）。时间的单位有小时、分、秒等。（1小时=60分；1分=60秒）。因此速度的单位有：公里/小时；米/小时；米/秒；厘米/秒等，念做每小时公里；每秒米；每秒厘米等。

速度不仅有大小，而且有方向。例如一列火车以60公里/小时的速度从上海开往北京，另一列火车同样以60公里/小时的速度从上海开往广州；这两列火车由同一地点——上海出发，以同样的运动快慢开动，但是，因为运动的方向不相同，结果到达的地点就不一样。因此速度必须同时用数值的大小和方向才能完全表达出来。这样的物理量，叫做矢量。不但速度是矢量，今后要讲到的加速度、力、电场强度等都是矢量。矢量通常用带箭头的直线段来表示。线段的长度以一定的比例代表矢量的大小，箭头的方向表示矢量的方向。书写时，在矢量的符号上面，加一个箭头，如速度矢量写作 $\vec{v}$ ，力矢量写作 $\vec{F}$ 等。

只有数量的大小而没有方向的物理量，如时间、体积、温度等，叫作标量。

匀速直线运动的路程公式是

$$S \text{ (路程)} = v \text{ (速度)} \times t \text{ (时间)}$$

或

$$S = vt \dots\dots\dots (1-1)$$

例题 AB两辆汽车在直线公路上，作匀速运动。A在20秒内行驶300米，B在5分钟内行驶9千米，问哪一辆汽车的速度比较大。

〔已知〕  $\Delta t_A = 20$  秒， $\Delta S_A = 300$  米；

$\Delta t_B = 5$  分， $\Delta S_B = 9$  千米；

〔求〕  $v_A$ 、 $v_B$  哪一个大？

〔介〕 比较两个物理量的大小（当然，只有同类的物理量才能比较），必须化成同一单位。

$$v_A = \frac{\Delta S_A}{\Delta t_A} = \frac{300 \text{ 米}}{20 \text{ 秒}} = 15 \text{ 米/秒}$$

$$v_B = \frac{\Delta S_B}{\Delta t_B} = \frac{9 \times 1000 \text{ 米}}{5 \times 60 \text{ 秒}} = 30 \text{ 米/秒}$$

$\therefore v_A < v_B$  （B车较快）。

### 练习

1. 什么叫运动的绝对性和描述运动的相对性？试举例说明。
2. 在描述物体运动时，为什么一定要选择参照物？我们通常说汽车以25米/秒的速度在马路上行驶，这种说法是以什么作为参照物的？

3. 在桥梁两端，常常看到类似附图1-5的那种木牌子，你知道上面写的字的意思吗？

4. 如果美帝飞机企图空袭我边境某地，若敌机飞行速度为1200公里/小时，从敌机起飞点到我边防某地的距离为300公里，那么我们必须要在敌机起飞后多长时间內，要作好一切战斗准备？

5. 贫下中农遵照毛主席“农业学大寨”的伟大指示，用爆破法开山劈路，兴修水利工程。爆破时，要用引火索点着炸药。假定引火索燃烧的平均速度为0.8厘米/秒，人跑步的速度是3米/秒。为了使人在点着引火线以后，来得及跑到150米以外的安全地区去，则引火索至少应该有多少长？

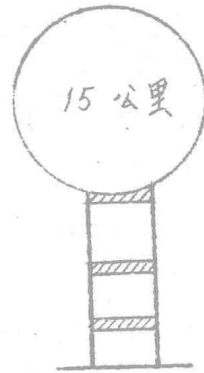


图1-5 限速路标

6. 我国工人阶级在毛泽东思想的光辉照耀下，发扬了自力更生的无产阶级革命精神，自行设计，自行施工，建造成现代化的南京长

江大桥。有一火车乘客，为了测量火车桥的长度，在火车行驶速度为 24 公里 / 小时的过程中，测得过桥的时间共为 17 分钟（包括引桥在内），问桥长多少米？

### § 1-4 运动的合成

我们在研究较复杂的运动时，如果把物体的运动当作两个或几个较简单的运动所组成的复合运动，问题往往就要容易研究得多。以轮渡为例，轮渡对河岸的运动，可以看作是轮渡对水的运动和水对河岸的运动的复合运动。以上两种运动都叫做分运动，轮渡对于河岸的运动叫做这两个运动的合运动。从已知的分运动来求合运动，叫做运动的合成。

下面我们研究匀速直线运动的合成。

#### 1. 同方向运动的合成：

有人在河中顺水划船。船以  $v_1 = 4$  公里 / 小时的速度对水运动，河水流动的速度是  $v_2 = 3$  公里 / 小时。求在  $\Delta t = 5$  小时内，小船相对于河岸前进的距离。又小船对河岸运动的速度为多少？

假如水不流动，则小船在 5 小时内沿河下行的路程是

$$\Delta S_1 = v_1 \times \Delta t = 4 \text{ 公里 / 小时} \times 5 \text{ 小时} = 20 \text{ 公里。}$$

假若人不划船，让船顺水移动，在这段时间内，小船通过的路程是

$$\Delta S_2 = v_2 \times \Delta t = 3 \text{ 公里 / 小时} \times 5 \text{ 小时} = 15 \text{ 公里。}$$

最后，小船在 5 小时内，通过的总路程是

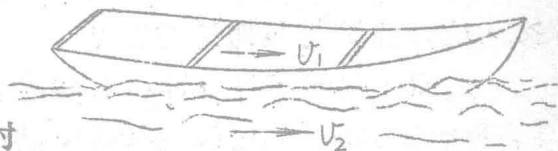
$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 20 \text{ 公里} + 15 \text{ 公里} = 35 \text{ 公里}$$

速度是单位时间里，运动物体所通过的路程，所以路程被运动时间除，就得到速度：

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta S_1}{\Delta t} + \frac{\Delta S_2}{\Delta t}$$

即

$$\begin{aligned} v &= v_1 + v_2 \\ &= (4+3) \text{ 公里 / 小时} \\ &= 7 \text{ 公里 / 小时} \end{aligned}$$



小船对河岸的运动速度  $v$ ，等 图 1-6 同方向运动的合成

于小船对水的速度  $V_1$  加上河水对岸的速度  $V_2$ 。也就是说；两个作同方向匀速直线运动的合速度等于各分速度的和。

## 2. 反方向运动的合成：

现在假定水流和划船的速度都保持不变，而是逆水划船。若以水流的方向为  $x$  轴的正方向，则  $V_2$  为正值，水流在 5 小时内行驶的路程为

$$\begin{aligned}\Delta S_2 &= 3 \text{ 公里 / 小时} \times 5 \text{ 小时} \\ &= 15 \text{ 公里}\end{aligned}$$

划船的方向与  $x$  轴正方向相反，所以  $V_1$  为负值。在 5 小时内，小船相当于在静止水面向左行驶的路程是

$$\begin{aligned}\Delta S_1 &= -V_1 \Delta t \\ &= -4 \text{ 公里 / 小时} \times 5 \text{ 小时} \\ &= -20 \text{ 公里}\end{aligned}$$

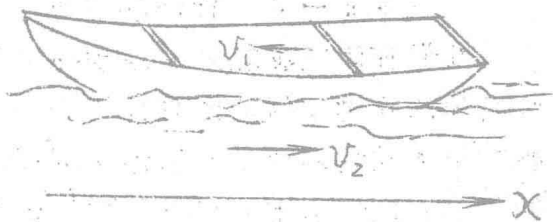


图 1-7 反方向运动的合成

但是，实际上河水是向右流动的，因此，在 5 小时内，河水带动小船向右移动 15 公里。所以，相对于河岸，小船行驶的路程是

$$\begin{aligned}S &= \Delta S_1 + \Delta S_2 \\ &= (-20 \text{ 公里}) + 15 \text{ 公里} \\ &= -5 \text{ 公里}\end{aligned}$$

式中负号表示小船向左，即沿逆流方向移动的路程。

这时，船对河岸的速度是

$$v = v_2 - v_1 = (3 - 4) \text{ 公里 / 小时} = -1 \text{ 公里 / 小时}$$

式中负号也是表示船行速度方向和水流方向相反。

两个反方向匀速直线运动速度的合速度，等于两个分速度之差。

## 二、互成直角匀速直线运动的合成：

工厂里用行车（吊车）吊运的重物，就是同时在两个互相垂直方向运动的实例。行车沿水平方向运动，同时吊钩本身又向上运动。那么，这时物体将如何运动呢？

先假设吊钩不动，而物体仅随行车沿水平方向作匀速直线运动，则经过各个相等的时间后，物体将依次到达如图 1-9 所示的  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  等位置。

其次假定行车不动，而物体仅随吊车向上作匀速直线运动，则经

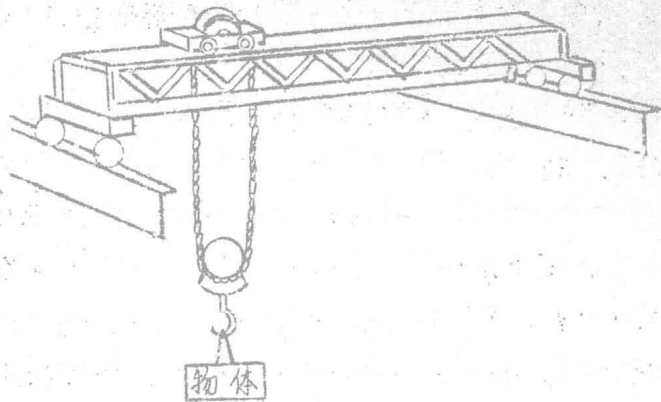


图1-8 行车

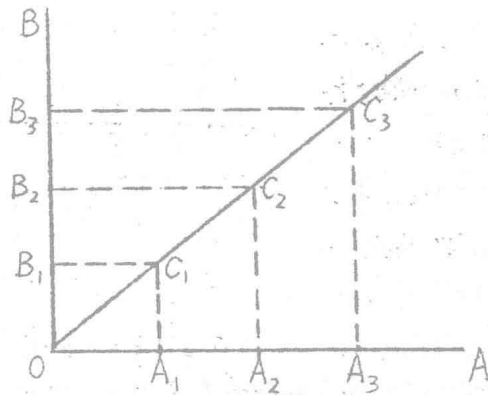


图1-9 互成直角匀速运动的合成

过同样的各个相等时间后，物体将依次到达  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$  等位置。但是，事实上物体是同时参与上述两个运动的。实验指出，行车吊起来的重物的走向既不是沿豎直方向，也不是沿水平方向，而是沿着—根斜线的方向。只要从  $A_1$ 、 $A_2$ ……和  $B_1$ 、 $B_2$ ……等点，分别作出与  $OA$  及  $OB$  的垂直线，并把这些垂直线的交叉点  $C_1$ 、 $C_2$ ……连接起来成为—条斜线  $OC$ ，那么，这条斜线就是重物在空中实际运动的轨迹。

根据直角三角形的公式，可以算出合成运动的合速度  $v$  为

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

式中  $v_1$  和  $v_2$  分别为行车平移和吊物上升的速度。

## § 1-5 变速直线运动

汽车离站后，它的速度愈来愈大；进站前，它的速度愈来愈小。在上述两种情况下，汽车的速度是在不断变化的。这种速度不断变化的直线运动叫做变速直线运动。

在有些实际问题中，我们并不需要知道速度变化的细节，而只要了解物体运动的大体快慢情况，这就要引入“平均速度”的概念。平均速度是反映物体在某一段时间内或某一段路程中运动快慢的情况。

如图 1-10 所示，一物体在  $ox$  直线上运动。在  $t_1$  时刻的位置为  $a(x_1)$ ，在  $t_2$  时刻的位置为  $b(x_2)$ 。从  $a$  到  $b$  的时间间隔是  $\Delta t = t_2 - t_1$ ，通过的路程是  $\Delta x = x_2 - x_1$ 。那么，在这段时间  $\Delta t$  内，（或在这段路程  $\Delta x$  中），物体运动的平均速度（用符号  $\bar{v}$  表示）是

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

必须指出，平均速度不能反映物体作变速运动时各个时刻的真实运动情况，只能粗略地表示在  $\Delta t = t_2 - t_1$  这个时间间隔中运动的大致情况。

显然，平均速度与考虑的时间间隔的大小有关，

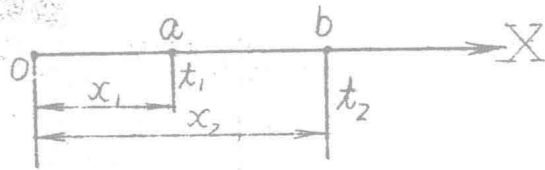


图 1-10 平均速度

时间间隔选择不同，就有不同的平均速度。当时间间隔  $\Delta t$  取得越来越小时，这时的平均速度就越来越接近于运动的真实情况。当时间间隔取得很小很小，而接近于零时（符号为  $\Delta t \rightarrow 0$ ），也就是  $t_2$  无限接近于  $t_1$  时，这时的平均速度就接近于  $t_1$  时刻的真实速度，我们称它为  $t_1$  时刻的瞬时速度（用符号  $v$  表示），则

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (\text{当 } \Delta t \rightarrow 0 \text{ 时})$$

瞬时速度或  $t$  时刻的速度的物理意义是：假定作变速运动的物体，从  $t$  时刻起，它的速度保持不变，则在 1 秒钟内，它所通过的路程就叫做  $t$  时刻的速度。

## 练 习

1. 回答下列问题：

(I) 变速直线运动和匀速直线运动有什么不同？

(II) 在匀速直线运动中，各段路程间的平均速度与每一时刻的瞬时速度是否相同？为什么？

## § 1-6 匀加速直线运动

匀加速直线运动的特点是：运动物体的加速度保持不变。

什么叫加速度？

上面讲过火车在进站或离站时，速度的大小一直在变化，是变速运动。当然，火车在行驶过程中，可以时快时慢，也是变速运动。在变速运动中，速度的变化也不完全一样。有时变化得快，有时变化得慢。有时速度增大，有时速度减小。例如，有两列火车都是从静止状态（即初速度  $V_0 = 0$ ）由车站开出，它们的速度都增加到 15 米 / 秒（即末速度  $V_t = 15$  米 / 秒）。如果第一列火车达到这个速度需要 30 秒钟（即  $t = 30$  秒），第二列火车需要 50 秒钟（即  $t = 50$  秒），那么虽然两列火车的速度的变化都是： $V_t - V_0 = 15$  米 / 秒 - 0 = 15 米 / 秒，但是它们在单位时间里速度变化的大小不一样。

第一列火车一秒钟内速度的变化是

$$\frac{V_t - V_0}{t} = \frac{15 \text{ 米 / 秒} - 0}{30 \text{ 秒}} = 0.5 \text{ 米 / 秒}^2$$

第二列火车一秒钟内速度的变化是

$$\frac{V_t - V_0}{t} = \frac{15 \text{ 米 / 秒} - 0}{50 \text{ 秒}} = 0.3 \text{ 米 / 秒}^2$$

由此得出结论：第一列火车速度的变化比第二列火车速度的变化来得快。

表示单位时间里速度变化的物理量，叫作加速度（用符号  $a$  表示）。

$$a = \frac{V - V_0}{t}$$

加速度的单位用米 / 秒<sup>2</sup>、厘米 / 秒<sup>2</sup>等，喻作每秒每秒米或每

秒每厘米。因为加速度是速度的变化被时间除，所以加速度单位的分母中有秒平方出现。

加速度也是矢量。它不仅有大，而且有方向，方向和速度变化方向相同。例如机器在起动后，速度逐渐增大加速度  $a$  为正值，是加速运动。机器在制动时，速度逐渐减小，加速度  $a$  为负值，是减速运动。

在匀加速直线运动中，速度和路程与时间的关系分别如下。

### 1. 匀加速运动的速度公式

根据公式：
$$a = \frac{v_t - v_0}{t}$$

移项得 
$$v_t = v_0 + at \dots\dots\dots (1-2)$$

上式指出：在匀加速直线运动中，末速度等于初速度加上在  $t$  时间速度的增量  $at$ 。

若初速度为零 ( $v_0 = 0$ )，则末速度  $v_t = at$ 。

### 2. 匀加速运动的路程公式

如果作匀加速运动的物体在  $t$  时间内通过的路程为  $S$ ，按照平均

速度的定义：
$$\bar{v} = \frac{S}{t}$$

移项得 
$$S = \bar{v} t \quad (a)$$

在匀加速直线运动中，因为速度的变化在相同时间内是相等的，所以在  $t$  时间内的平均速度就等于初速度与末速度的和的一半，即

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2} \quad (b)$$

将(b)式代入(a)式得

$$S = \frac{v_0 + v_t}{2} t$$

而 
$$v_t = v_0 + at$$

$$\therefore S = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} \cdot t$$

$$= v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \dots\dots\dots (1-3)$$

公式 (1-2)、(1-3) 分别表示在匀加速直线运动中，末速度和路程与时间  $t$  的变化规律。



通过进一步的分析，可以预料，在末速  $V_t$  和路程  $S$  之间，必然有一个内在的联系。为此，只要从 (1-2)、(1-3) 两式中，消去  $t$ ，就可以得到这个内在的联系。

$$\text{从 (1-2) 式可得 } t = \frac{V_t - V_0}{a}$$

代入 (1-3) 式，得

$$\begin{aligned} S &= V_0 \frac{V_t - V_0}{a} + \frac{1}{2} a \left( \frac{V_t - V_0}{a} \right)^2 \\ &= \frac{1}{a} (V_0 V_t - V_0^2) + \frac{1}{2a} (V_t^2 - 2V_t V_0 + V_0^2) \\ &= \frac{1}{2a} (V_t^2 - V_0^2) \end{aligned}$$

$$\text{即 } V_t^2 = V_0^2 + 2as \dots\dots\dots (1-4)$$

公式 (1-4) 表示末速和路程的相互关系，解题时很有用处。

不难看出如果匀加速运动的初速  $V_0$  为零，即物体由静止状态开始运动，那么，上述三式就分别简化为

$$V_t = at \dots\dots\dots (1-5)$$

$$S = \frac{1}{2} at^2 \dots\dots\dots (1-6)$$

$$V_t^2 = 2as \dots\dots\dots (1-7)$$

或

$$V_t = \sqrt{2as}$$

〔例题〕 原以 27 公里/小时速度行驶的汽车，以 0.5 米/秒<sup>2</sup> 的加速度前进了 10 秒钟，求它的末速度。

〔已知〕：  $V_0 = 27$  公里/小时  $a = 0.5$  米/秒<sup>2</sup>  $t = 10$  秒

〔求〕：  $V_t = ?$

〔解〕：  $V_t = V_0 + at$

我们知道，任何物理量的运算，单位应该要统一。在本题中，速度的单位是公里/小时，加速度的单位是米/秒<sup>2</sup>，两者不统一。我们把初速的单位由公里/小时化为米/秒，得

$$V_0 = \frac{27 \text{ 公里}}{1 \text{ 小时}} = \frac{27000 \text{ 米}}{60 \times 60 \text{ 秒}} = 7.5 \text{ 米/秒}$$