

经济管理实验实训系列教材

# 大学数学建模与 实验基础

## The Basics of Maths Models and Experiment

主编 李霄民 陈义安



西南财经大学出版社  
Southwestern University of Finance & Economics Press

经济管理实验实训系列教材

# 大学数学建模与 实验基础

## The Basics of Maths Models and Experiment

主编 李霄民 陈义安



西南财经大学出版社  
Southwestern University of Finance & Economics Press

## 图书在版编目(CIP)数据

大学数学建模与实验基础/李霄民主编. —成都:西南财经大学出版社,2012.7

ISBN 978 - 7 - 5504 - 0708 - 4

I. ①大… II. ①李… III. 数学模型—建立模型—高等学校—教学参考资料 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 147673 号

## 大学数学建模与实验基础

主 编:李霄民 陈义安

责任编辑:张明星

助理编辑:王林一

封面设计:杨红鹰

责任印制:封俊川

出版发行	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街 55 号)
网 址	<a href="http://www.bookej.com">http://www.bookej.com</a>
电子邮件	bookej@foxmail.com
邮政编码	610074
电 话	028 - 87353785 87352368
照 排	四川胜翔数码印务设计有限公司
印 刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	185mm × 260mm
印 张	17.5
字 数	395 千字
版 次	2012 年 7 月第 1 版
印 次	2012 年 7 月第 1 次印刷
印 数	1—2000 册
书 号	ISBN 978 - 7 - 5504 - 0708 - 4
定 价	38.00 元

1. 版权所有,翻印必究。
2. 如有印刷、装订等差错,可向本社营销部调换。
3. 本书封底无本社数码防伪标志,不得销售。

# 经济管理实验实训系列教材

## 编 委 会

主 任：杨继瑞 郑旭煦

副主任：曾庆均 靳俊喜 罗勇（常务）

委 员（排名不分先后）：

冯仁德 曾晓松 母小曼 梁 云 毛跃一

王 宁 叶 勇 田双全 陈永丽 李大鹏

骆东奇 周昌祥 邹 璇

# 总序

高等教育的任务是培养具有创新精神和实践能力的高级人才。“实践出真知”，实践是检验真理的唯一标准，也是知识的重要源泉。大学生的知识、能力、素养不仅来源于书本理论与老师的言传身教，更来源于实践感悟与体验。大学教育的各种实践教学环节对于培养学生的实践能力和创新能力尤其重要，实践对于大学生成长至为关键。

随着我国高等教育从精英教育向大众化教育转变，客观上要求高校更加重视培养学生的实践能力。以往，各高校主要通过让学生到企事业单位和政府机关实习的方式来训练学生的实践能力。但随着高校不断扩招，传统的实践教学模式受到学生人数多、岗位少、成本高等多重因素的影响，越来越无法满足实践教学的需要，学生的实践能力的培养越来越得不到保障。有鉴于此，各高校开始探索通过校内实验教学和校内实训的方式来缓解上述矛盾，而实验教学也逐步成为人才培养中不可替代的途径和手段。目前，大多数高校已经普遍认识到实验教学的重要性，认为理论教学和实验教学是培养学生能力和素质的两种同等重要的手段，二者相辅相成、相得益彰。

相对于理工类实验教学而言，经济管理类专业实验教学起步较晚，发展滞后。在实验课程体系、教学内容（实验项目）、教学方法、教学手段、实验教材等诸多方面，经济管理实验教学都尚在探索之中。要充分发挥实验教学在经济管理类专业人才培养中的作用，需要进一步深化实验教学研究和推进改革。加强实验教学基本建设的任务更加紧迫。

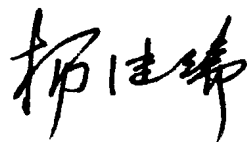
重庆工商大学作为具有鲜明财经特色的高水平多学科大学，高度重视并积极探索经济管理实验教学建设与改革的途径。学校经济管理实验教学中心于2006年被评为“重庆市高校市级实验教学示范中心”，2007年被确定为“国家级实验教学示范中心建设单位”。经过多年的努力，我校经济管理实验教学改革取得了一系列成果，按照能力导向构建了包括学科基础实验课程、专业基础实验课程、专业综合实验课程、学科综合实验（实训）课程和创新创业课程五大层次的实验课程体系，真正体现了“实验教学与理论教学并重、实验教学相对独立”的实验教学理念，并且建立了形式多样、以过程为重心、以学生为中心、以能力为本位的实验教学方法和考核评价体系。努力做到实验教学与理论教学结合、模拟与实战结合、教学与科研结合、专业教育与创业教育结合、学校与企业结合、第一课堂与第二课堂结合，创新了开放互动的经济管理实验教学模式。

为进一步加强实验教学建设，展示我校实验教学改革成果，由学校经济管理实验教学指导委员会统筹部署和安排，计划陆续出版“经济管理实验教学系列教材”。本套教材力求体现以下几个特点：一是系统性，该系列教材将涵盖经济学、管理学等大多数学科专业的“五大层次”实验课程体系，有力支撑分层次、模块化的经济管理实验教学体系；二是综合性，该系列教材将原来分散到若干门理论课程的课内实验项目整合成一门独立的实验课程，尽量做到知识的优化组合和综合应用；三是实用性，该系列教材所体现的课程实验项目都经过反复推敲和遴选，尽量做到仿真，甚至全真。

感谢该系列教材的撰写者。该系列教材的作者们普遍具有丰富的实验教学经验和专业实践经历，个别作者甚至是来自相关行业和企业的实务专家，希望读者能从中受益。

毋庸讳言，编写经济管理实验教材是一种具有挑战性的开拓与尝试，加之实践本身还在不断地丰富与发展，因此本系列实验教材可能会存在一些不足甚至错误，恳请同行和读者批评指正。我们希望本套系列教材能够推动我国经济管理实验教学的发展，能对培养具有创新精神和实践能力的高级专门人才尽一份绵薄之力！

重庆工商大学校长、教授、博士生导师



2011年5月10日

# 内容简介

本书介绍了数学建模和数学实验的基本概念及基本方法。主要内容为大学数学(微积分、线性代数及概率统计)的基本实验及基本模型,同时介绍了相关的数学实验和数学建模的相关方法和工具,并附有优秀的数学建模论文。

本书通俗易懂,只需具备大学数学的基本知识,便可读懂本书。通过本书的学习可使读者对数学建模和数学实验快速入门,掌握数学建模和数学实验的基本方法,具备数学建模和数学实验的基本能力。本书可作为数学建模和数学实验的启蒙书及相关的培训教材,也可作为数学建模和数学实验工作者的参考书。

# 前言

当需要从定量的角度分析和研究一个实际问题时,人们就要在深入调查研究、了解对象信息、作出简化假设、分析内在规律等工作的基础上,用数学的符号和语言,构建出数学模型,然后用通过计算得到的模型结果来解释实际问题,并接受实际的检验。这个建立数学模型的过程就称为数学建模。在20世纪70年代,欧美一些国家的大学开设了数学建模课程,1985年美国首次开展大学生数学建模竞赛,形成了今天仍在遵循的竞赛模式。1992年,中国工业与应用数学学会数学模型专业委员会组织举办了我国10个城市的大学生数学模型联赛。此举得到了教育部的重视,教育部决定从1994年起由教育部高教司和中国工业与应用数学学会共同主办全国大学生数学建模竞赛,每年进行一次。自此,数学建模在我国蓬勃发展,我国出版的有关数学建模的书籍达到60种以上。许多院校把数学建模课程作为各专业的必修课,用以培养学生的综合素质、创新意识和实践能力等。

计算机技术和数学软件引入课堂后,便产生了数学实验。数学实验的目的是提高学生学习数学的积极性,提高学生对数学的应用意识并培养学生用所学的数学知识和计算机技术去认识问题和解决问题的能力。不同于传统的数学学习方式,数学实验强调以学生动手为主的数学学习方式。在数学实验中,计算机的引入和数学软件包的应用为数学的思想与方法注入了更多、更广泛的内容,使学生摆脱了繁重而乏味的数学演算和数值计算,促进了数学同其他学科之间的结合,从而使学生有时间去做更多的创造性工作。如今,专门的数学实验教材也种类繁多。

编者从多年的数学建模和数学实验教学过程中,感觉到现行的有关数学建模和数学实验的教材内容虽十分丰富,但起点过高,许多数学底子比较差的学生难以适应,特别是针对经管类学生的教材不多。本书试图从数学建模及数学实验的最基本的入门知识着手,一开始尽量避开较多较深的数学知识,引导学生循序渐进地学习数学建模和数学实验的课程。

本教材的主要特点有:

(1)在教材内容安排上,与现行大学数学内容紧密相连,由易到难,尽量做到循序渐进。

(2)增强本教材的适用性和可读性,力求用语准确,简洁流畅,通俗易懂,解析详细。对所用到的数学知识都作简要的介绍,帮助读者回顾所学的相关的数学知识。

(3)书后附有优秀的数学建模论文,供读者借鉴。

本书由李霄民、陈义安担任主编。具体分工如下:张天永编写第一章的数学实验部



分;袁德美编写第一章的数学建模部分及第五章的概率论模型;李霄民编写第二章及内容简介、前言、附录部分;陈义安编写第三章;陈修素编写第四章线性方程组和矩阵模型部分;雷澜编写第四章矩阵特征值模型部分;何希平编写第五章回归分析模型部分。全书由李霄民、陈义安统稿,由丁宣浩教授主审,他认真仔细地审阅了全书,提出了重要的修改意见。谨致衷心感谢!

在编写过程中,得到大量国内国外同类教材的启发,受益匪浅,在此向有关作者表示诚挚谢意!同时衷心感谢对本书编写给予热情关心、支持、指导的各位领导和同仁以及出版社的大力支持!本书由编委会委员叶勇副教授主审并给予了許多宝贵的意见,在此表示诚挚的感谢!

限于编者水平,书中难免存在缺陷和不妥之处,恳请专家、读者指正。

编者

2011年11月

# 目录

<b>第一章 数学实验与数学建模概论</b> .....	(1)
第一节 什么是数学实验 .....	(1)
第二节 数学实验软件 MATLAB 简介 .....	(1)
第三节 数学实验实例 .....	(13)
第四节 数学模型的概念和分类 .....	(18)
第五节 数学建模的方法和一般步骤 .....	(21)
第六节 数学建模举例 .....	(23)
<b>第二章 微积分模型与实验</b> .....	(28)
第一节 函数模型与实验 .....	(28)
第二节 极限连续模型与实验 .....	(30)
第三节 导数与微分模型 .....	(34)
第四节 积分模型 .....	(39)
第五节 多元函数微分模型与实验 .....	(44)
第六节 无穷级数模型 .....	(49)
<b>第三章 微分方程模型与实验</b> .....	(54)
第一节 利用导数的定义建立微分方程模型 .....	(54)
第二节 从一些已知的基本定律或基本公式出发建立微分方程模型 .....	(57)
第三节 利用题目本身给出的或隐含的等量关系建立微分方程模型 .....	(58)
第四节 利用微元法建立微分方程模型 .....	(61)
第五节 改进或直接套用经典的微分方程模型 .....	(65)
第六节 模拟近似法 .....	(76)
<b>第四章 线性代数模型与实验</b> .....	(81)
第一节 行列式与矩阵模型与实验 .....	(81)

第二节	线性方程组模型 .....	(96)
第三节	特征值与特征向量模型与实验 .....	(105)
<b>第五章</b>	<b>概率论与数理统计模型与实验 .....</b>	<b>(118)</b>
第一节	随机事件、概率模型与实验 .....	(118)
第二节	随机变量及其数字特征模型与实验 .....	(128)
第三节	参数估计、假设检验模型与实验 .....	(136)
第四节	回归分析模型 .....	(146)
<b>附录 1</b>	<b>优秀数学建模论文 .....</b>	<b>(167)</b>
论文 1	交巡警服务平台的设置与调度 .....	(167)
论文 2	眼科病床的合理安排 .....	(182)
论文 3	城市表层土壤重金属污染分析 .....	(196)
论文 4	储油罐的变位识别与罐容表标定 .....	(215)
论文 5	2010 年上海世博会影响力的定量评估 .....	(235)
<b>附录 2</b>	<b>数学建模与实验综合练习题 .....</b>	<b>(254)</b>
<b>参考文献</b>	<b>.....</b>	<b>(269)</b>



# 第一章 数学实验与数学建模概论

## 第一节 什么是数学实验

通过计算观察结果就是数学实验。最简单的,从经济数学学习题中选出一个函数,用计算机模拟出它的图像并进行观察,就完成了—个数学实验。而用计算机去模拟金融市场却是一项非常复杂和庞大的数学实验。可见,数学实验既是一种有用的学习手段,也是一种有效的研究方法。

数学实验是用来验证旧知识、探求未知知识和获取新知识的一种必不可少的手段。

在计算机未出现前,数学实验都只能用人工方式计算,既费时繁琐,还易出错。计算机尤其是数学软件的出现,给数学实验提供了高效、准确、功能强大的实现方式。

数学实验的基本目的,是使学生能够掌握数学的基本思想和方法,即不把数学看成先验的逻辑体系,而是把它视为—门“实验科学”。从问题出发,借助计算机和数学软件,通过学生亲自设计和动手,体验解决问题的过程,从实验中去学习、探索和发现数学规律。

数学实验的环境是计算机和数学软件,常用的数学软件有: MATLAB、Mathematica、Maple、Lingo 等。

目前,数学软件能够解决:

- 数学概念、思想、方法直观的几何解释问题;
- 复杂繁琐的符号演算与数学计算问题;
- 科学数值计算问题;
- 计算机模拟问题。

## 第二节 数学实验软件 MATLAB 简介

MATLAB 是美国 MathWorks 公司出品的商业数学软件,它集数学计算、可视化和编程等功能于一体,它与 Maple、Mathematica 并称为三大数学软件,在数值计算功能方面功能强大。MATLAB 是矩阵实验室(Matrix Laboratory)的简称,是一个交互式的系统,它的基本运算单元是不需指定维数的矩阵,按照 IEEE 的数值计算标准[能正确处理无穷数 Inf(Infinity)、无定义数 NaN(not - a - number)及其运算]进行计算。MATLAB 系统提供了大量的矩阵及其他运算函数,可以方便地进行一些很复杂的计算,而且运算效率高。

MATLAB 命令和数学中的符号、公式接近,可读性强,容易掌握,还可利用它所提供的编程语言进行编程完成特定的工作。

MATLAB 能够实现:

- MATLAB 科学计算;
- 数据分析与勘测;
- 内建数学算法;
- 建模与仿真;
- 可视化与图像处理;
- 编程与应用发布。

MATLAB 目前主要应用领域有:

- 数值分析;
- 数值和符号计算;
- 工程与科学绘图;
- 控制系统的设计与仿真;
- 数字图像处理技术;
- 数字信号处理技术;
- 通讯系统设计与仿真;
- 财务与金融工程。

MATLAB 简洁易学的工作环境和编程语言,给我们提供了一个方便的数值计算平台。这里以 MATLAB2010 为平台,简要介绍 MATLAB 的应用。

### 一、启动 MATLAB

双击系统桌面的 MATLAB 图标或者在开始菜单的程序选项中选 MATLAB2010 快捷方式,就进入了 MATLAB 的桌面平台。如图 1.1 所示:

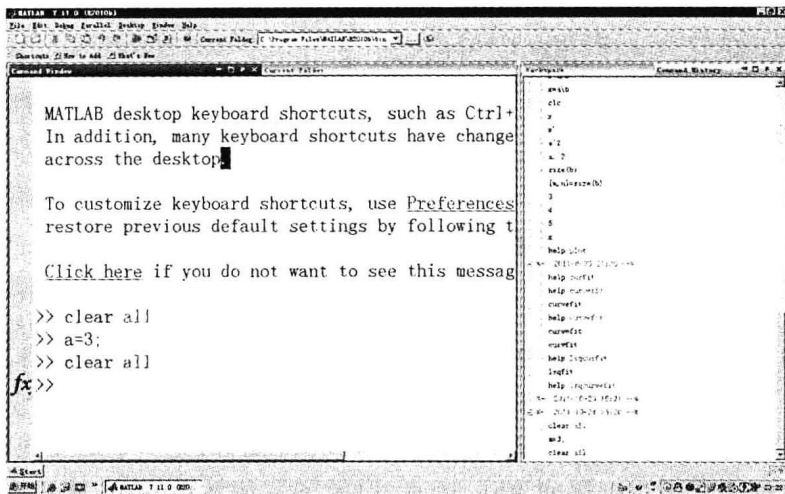


图 1.1 MATLAB 主窗口

默认情况下的桌面平台包括以下几个主要窗口,分别是 MATLAB 主窗口、命令窗口 (Command Window)、历史窗口 (Command History)、当前目录窗口 (Current Directory)、工作空间管理窗口 (Workspace)、交互界面分类目录窗口 (Launch Pad) 等。现在我们就可以在命令窗口提示符后键入各种命令或函数,也可以通过上下箭头调出以前打入的命令。如果对命令或函数的用法有疑问的话,可以用 Help 菜单中的相应选项查询有关信息。也可以在命令窗口直接输入 help 命令查询。常用命令如表 1.1 所示。

表 1.1 MATLAB 常用命令表

命令	含义
help	显示 MATLAB 命令和 M 文件的在线帮助
exit	退出 MATLAB
which	显示文件位置
who	列出内存变量
whos	列出内存变量,同时显示变量维数
workspace	显示工作空间窗口
what	列出当前目录下所有的 M、Mat、Mex 文件
clc	清空命令窗口
clear all	删除内存中的变量与函数
function	函数头
global	定义全局变量
disp	显示文本或数组内容
load	重新载入变量
pause	暂停
edit	编辑文件
format	设置输出显示格式
save	保存变量到文件
length	数组长度(最长维数)
input	交互输入
xlsread	读 EXCEL 文件
xlswrite	写 EXCEL 文件
syms	定义符号变量

下面我们先从输入矩阵开始了解 MATLAB 的功能。

## 二、输入矩阵

输入矩阵的方法是矩阵用方括号括起,元素之间用逗号或空格分隔,矩阵行与行之

间用分号分开。

例如在命令窗口提示符后键入： $A = [3\ 5;7\ 4;8\ 1]$  ( “↵”表示回车)

屏幕显示：

```
A =
3     5
7     4
8     1
```

表示建立矩阵 A。

如果用户没有指定输出参数时，系统将自动创建变量“ans”作为输出参数。

例如在命令窗口提示符后键入： $[3\ 5;7\ 4;8\ 1]$  ↵

```
ans =
3     5
7     4
8     1
```

矩阵太大可以用分行输入，用回车键(Enter)代替分号。

例如在命令窗口提示符后键入：

```
A = [5 6 3 0 9 7
2 0 1 6 8 5
6 2 8 4 3 0] ↵
```

### 三、MATLAB 运算符

MATLAB 运算符主要为算术运算符、关系运算符和逻辑运算符，还包括一些特殊运算符。

#### (一) 算术运算符

MATLAB 算术运算符分为两类：矩阵运算和数组运算。矩阵运算是按线性代数的规则进行运算，而数组运算是数组对应元素间的运算。算术运算符及相关运算方式、说明见表 1.2：

表 1.2 算术运算符表

运算符	说明	运算符	说明
+, -	矩阵加、减	+, -	数组加、减
*, /	矩阵乘、除	.*	数组乘
\	矩阵左除, 左边为除数	./	数组左除
^	矩阵乘方	.\	数组右除
'	矩阵转置	.^	数组乘方
:	矩阵索引, 用于增量操作	.'	数组转置

MATLAB 数组的算术运算,是两个同维数组对应元素之间的运算。一个标量与数组的运算,是标量与数组每个元素之间的运算。

## (二)关系运算符

关系运算用于比较两个同维数组或同维向量的对应元素,结果为一个同维的逻辑数组。关系运算符及说明见表 1.3:

表 1.3 关系运算符表

运算符	说明	运算符	说明
<	小于	> =	大于等于
< =	小于等于	= =	等于
>	大于	~ =	不等于

## (三)逻辑运算符

MATLAB 提供的逻辑运算符如表 1.4:

表 1.4 逻辑运算符表

运算符	说明	运算符	说明
&(and)	逻辑与	~(not)	逻辑非
(or)	逻辑或	xor	逻辑异或

## (四)特殊运算符

除了以上运算符,MATLAB 还经常使用一些特殊的运算符,见表 1.5:

表 1.5 特殊运算符表

运算符	说明	运算符	说明
[ ]	生成向量和矩阵	...	续行符
{ }	给单元数组赋值	,	分隔矩阵下标和函数参数
( )	运算符中最高优先级; 封装函数参数; 封装向量或矩阵下表	;	在括号内结束行; 表达式不显示结果; 隔开声明
=	用于赋值语句	:	创建矢量、数组下标;循环迭代
'	'间的字符为字符串	%	注释
.	域访问	@	函数句柄



## 四、MATLAB 常用数学函数

## (一) 三角函数(见表 1.6)

表 1.6 三角函数表

名称	含义	名称	含义
sin	正弦	asin	反正弦
cos	余弦	acos	反余弦
tan	正切	atan	反正切
cot	余切	acot	反余切

## (二) 指数函数(见表 1.7)

表 1.7 指数函数表

名称	含义	名称	含义
exp	E 为底的指数	log10	10 为底的对数
log	自然对数	log2	2 为底的对数
pow2	2 的幂	sqrt	平方根

## (三) 取整函数和求余函数(见表 1.8)

表 1.8 取整和求余函数表

名称	含义	名称	含义
ceil	向 $+\infty$ 取整	rem	求余数
fix	向 0 取整	round	向靠近整数取整
floor	向 $-\infty$ 取整	sign	符号函数
mod	模除求余		

## (四) 矩阵变换函数(见表 1.9)

表 1.9 矩阵变换函数表

名称	含义	名称	含义
fipplr	矩阵左右翻转	diag	产生或提取对角阵
fipud	矩阵上下翻转	tril	产生下三角
fipdim	矩阵特定维翻转	triu	产生上三角
Rot90	矩阵反时针 90 翻转		