全国系统可靠性分析方法学习班

讲义之一

系统可靠性基础

陈志钧　刘　群

余承安　曹晋华

全国系统可靠性学习班筹备组

1982.8

前言

随着我国科学技术和经济建设事业的发展，可靠性工程越来越受到普遍重视。近年来系统可靠性理论在工程技术各个领域中的应用取得了可喜的成绩。1981年8月，运筹学会可靠性专业委员会委托清华大学核能研究所和六机部系统工程部筹备"全国系统可靠性分析方法学习班"，目的是促进系统可靠性分析方法的推广和应用，交流经验，进一步推动可靠性技术的发展。

本讲义是为这个学习班而编写的。主要对象是要做可靠性工作的工程技术人员，也可供高等学校有关专业高年级学生研究生参考。

讲义共分三册印出，第一册是系统可靠性基础，第二册是故障树分析方法，第三册包括十多个专题。

这是第一册，共四章，内容包括：系统可靠性基本概念及所使用的概率分布，不维修系统的可靠性，网络系统分析方法，马尔可夫型可修系统。本册第一章由陈志钧同志执笔编写，第二章由刘群同志执笔编写，第三章由余承安同志执笔编写，第四章由曹晋华同志编写。

由于时间仓促，水平所限，经验不足，讲义中难免存在不少缺点和错误，欢迎同志们批评指正。

全国系统可靠性分析
方法学习班筹备组

1982.8.

目录

第一章 系统可靠性中的基本概念及寿命分布

§1.1 系统可靠性及故障分类

所谓系统是为了完成某一特定的功能，将若干个彼此有联系又能相互协调工作的部件有机地组合在一起而形成的综合体。“部件”和“系统”概念是相对的。例如在火炮系统中，计算机看做该系统中的一个部件，而当把计算机单独拿出来讨论时，又可把它看成为系统。计算机又是由许多元件、部件所组成。

任何一个系统都有许多固有的性能需要我们去研究，如系统的增益性、系统的可靠性、系统的经济性、系统的工程周期，系统的适用性等。现在，我们仅讨论系统的可靠性有关问题。

什么是可靠性？

人们对可靠性并不陌生，在长期的生产活动中，早已应用可靠性概念了。人们历来都关心如何做出故障少而不易损坏的劳动工具，也关心使用工具时发生故障后能尽快修理好。在日常生活中也一样，例如，手表是一种系统，我们除关注它的款式、走时误差、防水、防磁、防震性能之外，也关心它的使用寿命以及发生故障后修理的难易程度。

但是，作为一门学问来研究可靠性问题是从第二次世界大战开始的。可靠性技术经过三、四十年的发展，如今已经成为一门完整的、综合性很强的应用学科。在可靠性工程中有了一套的较为严格的方法，在一些先进的工业国内做到了规范化。

可靠性的经典定义是：“系统在规定的条件下，在规定的时间内，完成规定功能的能力。”

用概率定量地描述系统的可靠性就是可靠度。可靠度定义为：“系统在规定的条件下，在规定的时间内，完成规定功能的概率。”这样，将含糊不清的可靠性、用技术上统一的明确

的尺度——概率来定义可靠度后，系统或部件的可靠程度就一目了然了，系统或部件的可靠性程度的测量、比较、选择、保证、管理等就有了基础。

可靠度的定义中强调四个方面，即条件，时间，功能和概率。现分述如下：

1. “规定的条件”，除了温度、湿度、气压、冲击、震动、应力等环境条件外，其使用方法，维修保养方法对系统或部件的可靠度都有直接影响。因此必须详细地明确地规定清楚条件，可靠度概念才是清楚的。

2. “规定的时间”，可以理解为技术文件中所要求的执行任务时间，或者可以给出的相当于时间的指标，如开关的动作次数，疲劳循环次数等，对时间的规定，因对象不同而有所不同，有的要求使用几十年仍能保持功能，有的只要求保证一次动作，只要求在极短时间内发挥作用，有的要求在存放的状态下性能不下降。

3. “规定功能”实际上就是在产品技术文件中对元件、部件、分系统、系统严格规定的技术性能或增益，如船舶动力装置的基本功能是为船舶航行提供规定的功率，推进口要达到规定的转速和具有规定的倒体性能。

元件、部件、系统丧失功能就是故障，但有时候，故障的定义很难下，关系到生产单位和使用单位的责任界限划分问题，要慎重。如轮船不能开动，电视机的显象管完全失去作用，当然称作故障，电视机画面稍有失真，还能勉强使用，只是性能下降，对基本功能影响不大，也许不称故障。

4. “概率”。

在可靠性工程中，所研究的是大量的随机现象。例如由于生产过程中原材料的质量，成分的不稳定，元部件加工程度的

偏差，生产工艺的波动，在使用过程中电源电压的波动、操作人员的操作水平的差异，部件或系统所处环境条件、运输条件的差异等许多随机因素的形响，部件或系统的性能特征参数是随机变量，发生突然故障的时间是随机变量，部件或系统发生故障后的修复性维修时间也是随机变量，而大量的同类型产品在相同的环境条件和使用条件下的运行，却呈现出它的统计规律性，因此可靠度必须要用概率来描述。

根据环境条件、使用条件，可靠性可分为几类：

1）固有可靠性：指系统在设计、制造时内在可靠性，包括原材料、电路设计技术、机械结构、制造工艺等等。

2）使用可靠性：指使用维护人员对系统可靠性的形响，包括使用人员操作技术水平，维护人员的技术水平以及各种人为因素等。

3）环境适应性：指系统所处的环境条件对于系统可靠性的形响，包括环境温度、湿度、辐射、振动、运输、包装等々，如船用设备在试验水池上和在江河上以及在大海中的使用条件不同可靠性也会不同。

4）搁置可靠性：设备系统虽然没有使用，处于存放状态，但是其性能却要随着保存时间增加而下降。如炸药、引信等的搁置可靠性，搁置可靠性在可靠性工程中也是一个比较有用的指标。

在可靠性工程中对元件、部件或系统的故障要进行科学的分类。这项工作十分重要，怎样进行分类，在许多可靠性文献中都有论述。可以按故障的后果，排除故障的方法，故障特征、产生故障的原因等对故障进行分类。而最常用的是按形响系统功能的后果来分类：

1）致命性故障，在故障未排除之前，系统不能投入运行；

2）缺陷或毛病：系统的缺陷或毛病只会给系统或部件的运行带来不方便。这些缺陷或毛病在可靠性中常常不看作丧失功能。

有时，系统故障又可根据故障的特征不同而分成：

1）突发性故障：故障是突然发生的，它通常会使系统完全丧失规定的功能，最典型的例子是电站的断电事故；

2）退化性故障：由于原材料的老化，元部件的腐蚀，磨损而使部件或系统的性能参数逐渐变化而引起的故障称为退化性故障。

对于可修系统来说，不仅有可靠度问题，而且也有发生故障后复原的能力及复原速度问题，这是系统的维修性问题。

系统的维修性取决于系统的部件的结构形式、布置状况、连接方式、备用件贮备状况、故障诊断水平及维修手段等。与可靠度相对应的叫做功能的维修度，其含义是："按照规定的程序和方法进行维修时，系统在给定的时间内保持住或修复到规定状态的概率。"

不发生故障的可靠度与排除故障的维护度可称作广义的可靠度。

§1.2　不维修系统可靠性的数量指标

由于系统的复杂性，我们应该从不同方面、使用不同的数量指标来评定系统完成规定功能的能力大小，才能在系统与系统之间，同一系统的不同方案之间作可靠性定量比较，最后给出提高系统可靠性的切合实际的办法和措施。

1.2.1　寿命分布函数及寿命分布密度函数

在讨论寿命分布以前，我们先考察一个试验。测得某型号

的 $N=110$ 个产品的故障前的工作时间（即寿命）列于表 1.2.1，最短的为 160 小时，最长的为 3100 小时，将它们从小到大分成 8 组，组距皆为 $\Delta t_i = 400$ 小时。落入第 i 组的数目 ν_i 称为频数，

$$S_i = \frac{\nu_i}{N} \qquad i=1,\cdots\cdots,8, \tag{1.2.1.1}$$

称为频率，

$$f_i = \frac{S_i}{\Delta t_i} = \frac{\nu_i}{N\cdot\Delta t_i} \tag{1.2.1.2}$$

$$i=1,\cdots\cdots,8$$

称为密度，

$$F_i = \sum_{l=1}^{i} f_l\cdot\Delta t_l \qquad i=1,\cdots\cdots,8 \tag{1.2.1.3}$$

称为累积频率。

表 1.2.1.1　寿命试验数据（小时）

160	200	260	300	350	390	450	460	480	500
510	530	540	560	580	600	600	610	630	640
650	650	670	690	700	710	730	730	750	770
770	780	790	800	810	830	840	840	850	860
870	880	900	920	920	930	940	950	970	980
990	1000	1000	1010	1030	1040	1050	1070	1070	1080
1100	1100	1130	1130	1140	1150	1180	1180	1190	1200
1200	1210	1220	1230	1240	1240	1260	1260	1270	1290
1290	1300	1330	1380	1400	1430	1450	1490	1500	1500
1530	1500	1570	1590	1640	1700	1730	1750	1790	1800
1820	1870	1890	2050	2070	2180	2250	2380	2750	3100

表1.2.1.2　寿命试验数据整理

组号	时间范围（小时）	组中值 t_i	频数 ν_i（个）	频率 S_i	累积频率 F_i
1	0 ～ 400	200	6	0.05	0.05
2	400 ～ 800	600	28	0.25	0.30
3	800 ～ 1200	1000	37	0.34	0.64
4	1200 ～ 1600	1400	23	0.21	0.85
5	1600 ～ 2000	1800	9	0.08	0.93
6	2000 ～ 2400	2200	5	0.05	0.98
7	2400 ～ 2800	2600	1	0.01	0.99
8	2800 ～ 3200	3000	1	0.01	1.00

表1.2.1.2列出了各组数据，根据这些数据画出密度 $f_i \sim t$ 的关系折线就是频率直方图（如图1.2.1.1），画出累积频率 $F_i \sim t$ 关系折线就是累积频率直方图（如图1.2.1.2）。

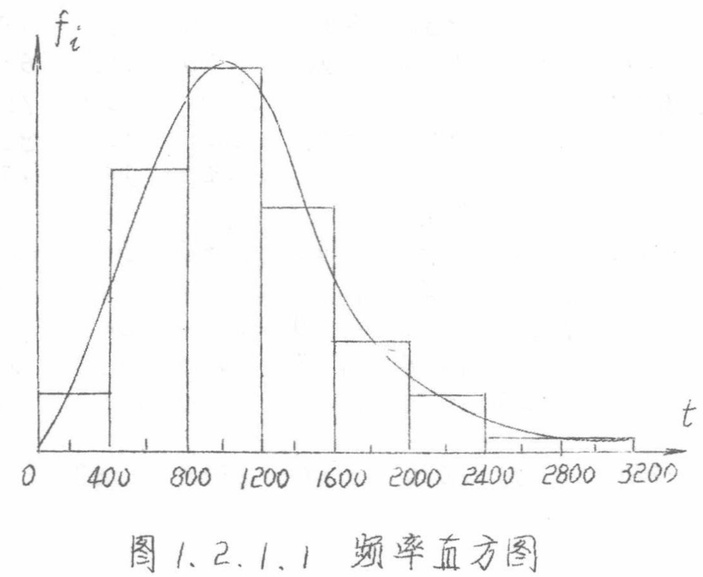

图1.2.1.1　频率直方图

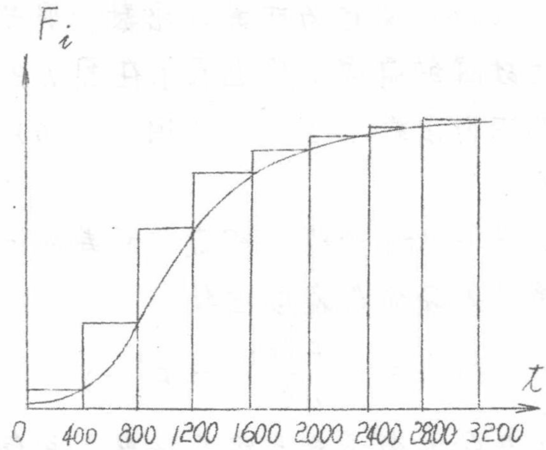

图1.2.1.2 累积频率直方图

可以设想，如果参加试验的电子管的个数N越来越多，分组越来越小，那么相邻的矩形的高度的差别就会越来越小。当$N\to\infty$, $\Delta t\to 0$,折线就成了光滑的曲线，图1.2.1.1的频率直方图就成了寿命的概率分布密度函数，图1.2.1.2的累积频率直方图就成了寿命的分布函数。

下百从概率论观点出发，更严格地讨论寿命分布问题。

产品（系统或部件）的首次故障时间，即寿命τ是一个非负的随机变易，它的概率分布函数是

$$P(\tau \leqslant t)=F(t), \qquad t \geqslant 0 \tag{1.2.1.4}$$

它是寿命τ不超过规定时间t的概率，即产品在规定时间t以前发生故障的概率，是t的函数，如图1.2.1.3所示。

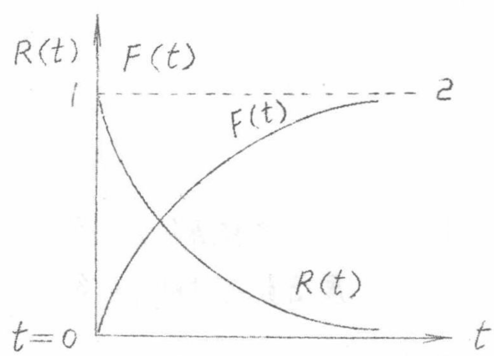

图1.2.1.3 寿命分布函数、可靠度函数与时间的关系曲线

$F(t)$是连续的单调上升函数，当$t=0$时$F(0)=0$，当$t=\infty$时$F(t)\longrightarrow 1$

寿命分布函数$F(t)$有时也称为不可靠度，可靠度是

$$R(t)=1-F(t)=P\{\tau>t\} \tag{1.2.1.5}$$

$R(t)$ 又称为可靠度函数，它是产品在规定时间 t 以前不发生故障的概率，它也表示在图 1.2.1.3 中。$R(t)$ 是连续的单调下降函数，当 $t=0$ 时 $R(0)=1$，当 $t\to\infty$ 时 $R(t)\to 0$。

若 $F(t)$ 连续且可微，称寿命分布函数 $F(t)$ 的导数 $f(t)$ 为系统寿命分布密度函数

$$f(t)=\frac{dF(t)}{dt}=F'(t) \qquad (1.2.1.6)$$

显然寿命分布函数与密度函数之间存在关系，

$$F(t)=\int_0^t f(t)\,dt \qquad (1.2.1.7)$$

系统寿命分布密度函数，如图 1.2.1.4 所示，$f(t)\,dt$ 则表示在时间 t 到 $t+dt$ 内发生故障的概率，即图 1.2.1.4 阴影部分面积。

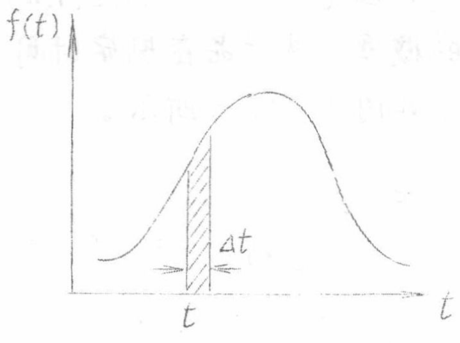

图 1.2.1.4　系统寿命分布密度函数与时间的关系

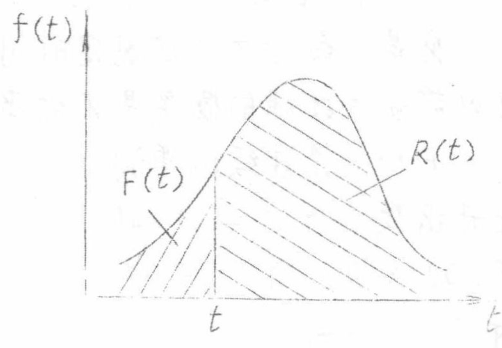

图 1.2.1.5　可靠度函数与时间的关系

由积分公式(1.2.1.7)看出，对于给定的时刻 t，系统的寿命分布函数 $F(t)$ 就是密度函数 $f(t)$ 这一曲线在 $0\sim t$ 之间的积分（面积），而可靠度是

$$R(t)=1-\int_0^t f(t)\,dt=\int_t^{\infty} f(t)\,dt \qquad (1.2.1.8)$$

它就是曲线 $f(t)$ 在 $t\sim\infty$ 之间的积分（面积）（见图1.2.1.5）。

1.2.2 故障率

让一批 $N(0)$ 个相同的产品同时独立工作，记 $N(t)$ 为在 t 时刻还在正常工作的数目，那么在 t 到 $t+\Delta t$ 内发生故障的数目是

$N(t)-N(t+\Delta t)$，在 t 时刻的故障率为

$$\lambda(t)\cong\frac{N(t)-N(t+\Delta t)}{N(t)}\cdot\frac{1}{\Delta t}\qquad(1.2.2.1)$$

就是说，在产品已经工作到 t 时刻的条件下，产品在 t 以后的单位时间内发生故障的产品数目，相对于 t 时刻还在正常工作的产品数的百分比，称为产品在该时刻的瞬时故障率 $\lambda(t)$。简称故障率。

通常用每小时或每千小时的百分比来作为故障率的单位，对具有高可靠度要求的产品来说，还需要用更小的单位来作为故障率的基准。现在常用菲特作基准单位，

$$1\text{菲特}(Fit)=1\times10^{-9}/\text{小时}\qquad(1.2.2.2)$$

当故障率为常数（寿命分布为指数分布）时，常根据它的大小将产品分为若干等级。

故障有如下严格的概率解释，故障率 $\lambda(t)$ 是产品在时刻 t 以前没有发生故障的条件下，在时刻 t 发生故障的条件概率密度，

$$\begin{aligned}\lambda(t)dt&=P\{t<\tau\leqslant t+dt\mid\tau>t\}\\&=\frac{P\{t<\tau\leqslant t+dt,\ \tau>t\}}{P\{\tau>t\}}\\&=\frac{P\{t<\tau\leqslant t+dt\}}{P\{\tau>t\}}\end{aligned}$$

$$= \frac{f(t)\cdot dt}{R(t)}$$

$$= \frac{-\frac{dR(t)}{dt}\cdot dt}{R(t)} \qquad (1.2.2.3)$$

因此有

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{F'(t)}{1-F(t)} = \frac{-R'(t)}{R(t)} \qquad (1.2.2.4)$$

可以看出，从(1.2.2.1)式，当$N(t)$很大，$\Delta t \to 0$，用概率来表示频率，则

$$\lambda(t) \cong \frac{N(t)-N(t+\Delta t)}{N(t)}\cdot\frac{1}{\Delta t}$$

$$= \frac{\frac{N(t)-N(t+\Delta t)}{N(0)}\cdot\frac{1}{\Delta t}}{\frac{N(t)}{N(0)}}$$

$$\cong \frac{f(t)}{R(t)}$$

这与(1.2.2.4)是一致的。

由(1.2.2.4)，我们还可以直接得到两个重要的关系式

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(u)du} \qquad (1.2.2.5)$$

$$f(t) = F'(t)$$

$$= \lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(u)du} \qquad (1.2.2.6)$$

1.2.3 平均寿命

平均寿命是指产品发生故障前的工作或贮存时间的平均值，通常记作 MTTF，或T。

假定有N个产品，在代表点为 $t_1, t_2, \cdots, t_i \cdots t_K$ 的各时间区间的故障数分别为 $\nu_1, \nu_2, \cdots \nu_i, \cdots \nu_K$，那么，它们在故障前的平均工作时间应是

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{k} t_i \nu_i}{N} = \sum_{i=1}^{k} t_i \frac{\nu_i}{N}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} t_i f_i \qquad (1.2.3.1)$$

其中 f_i 为产品在 t_i 时刻故障的频率。当重复性独立试验的试验次数无限增加时，频率趋向于该事件的概率。当时间区间分组越来越小时，和式的极限用积分代替。因此，上述平均寿命的表式如下，对连续寿命分布函数，

$$T = E(\tau) = \int_0^{\infty} t f(t)\, dt \qquad (1.2.3.4)$$

对于离散分布函数，

$$T = E(\tau) = \sum t_i P_i \qquad (1.2.3.5)$$

可以证明[8]

$$T = E(\tau)$$

$$= \int_0^{\infty} R(t)\, dt \qquad (1.2.3.6)$$

§1.3. 可修系统可靠性的数量指标

工程实践中有许多系统或部件都是可修的。系统发生故障后，经过维修又可以恢复到正常工作状态。系统总是正常与故障交替出现。第i个周期的正常工作时间与故障（在维修）时的停工时间用（τ_i，τ_{Mi}）表示。首次故障前的时间τ_1的概念与不维修系统的寿命τ的概念相同。

1.3.1. MTBF

可修系统的平均寿命是指产品两次相邻故障间工作时间的平均值，通常记作MTBF，这与不维修系统的MTTF的概念相同。

1.3.2. 维修时间的分布函数、维修率和平均停工时间

被修系统或部件的停工时间τ_M是一个非负的随机变量。

维修度$M(t)$是停工时间τ_M的分布函数，

$$M(t)=P\{\tau_M\leq t\} \quad (1.3.1)$$

不可修复概率可写作

$$G(t)=1-M(t)=P\{\tau_M>t\} \quad (1.3.2)$$

停工时间τ_M的密度函数是

$$m(t)=\frac{dM(t)}{dt} \quad (1.3.3)$$

可修系统的维修率可写作

$$\mu(t)=\frac{m(t)}{G(t)} \quad (1.3.4)$$

它表示到时刻t前还没有结束维复，而在时刻t时结束维修的条件概率的密度。

平均维修间隔时间 MTBM 是修工时间 τ_M 的数学期望值，记作 MTBM 或 MTTR。

$$MTBM = E(\tau_M) = \int_0^{\infty} t\, m(t)\, dt = \int_0^{\infty} G(t)\, dt \qquad (1.3.5)$$

1.3.3 可用率

可用率 $A(t)$（Availability）是可修系统的一个重要指标，定义为系统（或部件）在时刻 t 处于正常工作的概率。可用率只与一个点 t 有关，有时又叫做点可用率。在 $A(t)$ 的定义中，我们不关心时刻 t 以前系统是否发生过故障或修理，而只关心时刻 t 系统的状态。

如果极限

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t)$$

存在，则称 A 为平稳状态下的可用率，而且为

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTBM} \qquad (1.3.6)$$

在 $[t_1, t_2]$ 上的平均可用率是

$$\tilde{A}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} A(x)\, dx$$

当 $t_1 = 0$，$t_2 = t$ 时，表示成 $\tilde{A}(t)$

若极限

$$\tilde{A} = \lim_{t \to \infty} \tilde{A}(t)$$

存在，则称它为极限平均可用率。