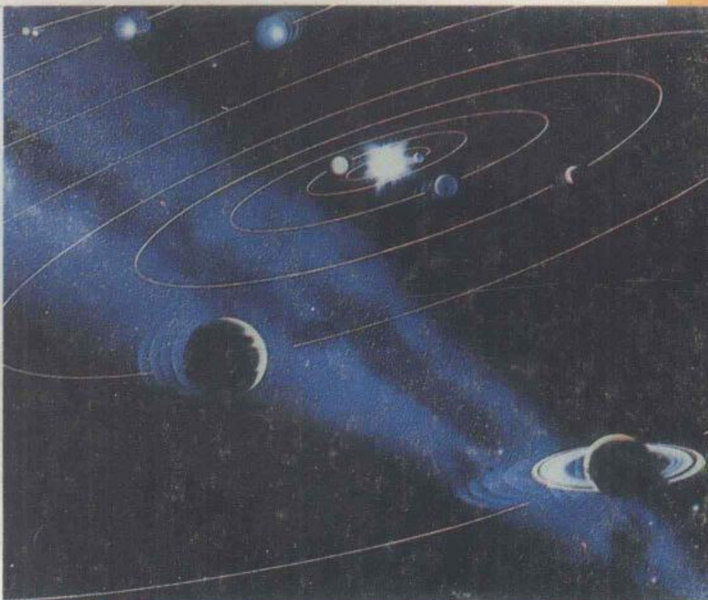
高等学校试用教材

物理实验

李寿松　主编



江苏省《物理实验》编写组

江 苏 教 育 出 版 社

高等学校试用教材

物 理 实 验

江苏省《物理实验》编写组

李寿松 主编

江 苏 教 育 出 版 社

内 容 提 要

本书参照国家教委于1987年颁布的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》编写。全书共分实验绪论、前导实验、基本实验、提高实验和物理实验的基本测量方法等五部分，编选了39个实验项目，其中前导实验6个，基本实验26个，提高实验7个。书末备有附录和附表。

本书可作为工科院校和高等工业专科学校各专业的实验教材，也可供职业大学、职工大学、函授大学、夜大学等选用。

前　言

本书第一版自1989年发行以来，已经过了6年。在江苏省教委高教局的支持下，1992年11月在扬州工学院召开了《物理实验》教材研讨会，会上编者就本书修订工作与参加会议的老师进行了商讨，这对搞好本书的修订工作，提供了良好的基础。

在保持第一版特点和体系的基础上，第二版在内容上主要作了如下的调整和补充：一、在实验绪论中增加标准误差及其传递公式，可供各院校不同专业选用；二、在实验项目上合并1个、充实1个、增加10个；三、增加了第五部分物理实验的基本测量方法。此外，改正了第一版中一些不妥和不确切之处。全书共分实验绪论、前导实验、基本实验、提高实验和物理实验的基本测量方法等五部分。编选39个实验项目，其中前导实验6个、基本实验26个、提高实验7个。书末备有附录和附表。此外，本书还选编了3个设计性实验(冠以"*"号)，旨在培养学生独立进行科学实验的能力。

本书由扬州大学工学院李寿松主编，参加编写工作的有(以姓氏笔划为序)孙日新、孙文浩、刘兆平、伍彩萍、李平、李锦英、汪珠荣、陈授五、金寅和、陶冶、曹兆健、戴琳。扬州大学工学院张祖寿对修订稿进行了认真审阅并提出了较详细的修改意见和建议。邰志华、沈汉西、李锦英、陶玉荣为本书绘制了全部插图。

由于编者水平有限，书中还会有不妥和错误之处，敬请使用本书的教师和读者批评指正。

编　者

1995年3月

目　　录

第一部分　绪论

第二部分　前导实验

第三部分　基本实验

第四部分　提高实验

第五部分　物理实验的基本测量方法

附　　录

附　　表

第一部分　绪　论

第一节　物理实验课的目的

科学的理论来源于科学的实验，并受到科学实验的检验。物理学的理论，就是通过观察、实验、抽象、假说等研究方法，并通过实践的检验而建立起来的。

观察和实验是物理学的基础。观察就是对自然界中发生的某种现象，在不改变自然条件的情况下，按照原来的样子加以观察研究。而实验则是在人工控制的条件下，使现象反复重演所进行的观察研究。在实验中，常常把复杂的条件加以简化，以起到突出主要因素，排除或减少次要因素的作用，这是一种非常重要的研究方法。在物理学的发展史上，实验物理占有重要的地位，现代物理学所以能取得今天这样的成就，是与精密的实验设备和高超的实验技巧分不开的。

物理实验是学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修课程。它是学生进入大学后，受到系统的实验技能训练的开端，是后续课程实验的基础。物理实验课的任务是：

一、通过基本物理实验方法与技术，常用物理量测量及常用仪器使用的训练，提高物理实验能力。

要使学生掌握一些常用物理量的测量方法，熟悉常用实验仪器的基本原理、性能和使用方法，理解研究各种不同物理现象的基本实验方法。

二、培养与提高学生阅读实验教材、理解原理、查阅资料的能力；藉助实验指导书或仪器说明书正确使用仪器并进行正确测定的实践能力；正确记录与处理实验数据，分析说明实验结果，书写和设计实验报告的能力；仔细观察现象，思维分析并作出判断的能力等。使学生在获取知识和运用知识两方面都得到训练与提高。

三、培养学生对待科学实事求是的素养；不怕困难、主动研究的素养；相互合作、共同探索的素养。使学生逐步养成实事求是的科学态度和严肃认真的工作作风。

第二节　测量与误差

一　直接测量和间接测量

进行物理实验时，不仅要定性地观察所发生的物理现象，而且要定量地测定物理量的大小及其变化，因此物理实验离不开对物理量的测量。**测量就是将待测量与一个选作单位的同类量进行比较，其倍数即为该待测量的测量值。**

测量分直接测量与间接测量两种。直接测量就是直接用仪器测出待测物理量的大小，相应的物理量称为直接测量量。例如，用米尺测量物体的长度，用电流表读取通电电路中的电流强度等都是直接测量。在物理实验中，还有不少物理量不能或不便于直接用仪器测出，而要根据可直接测量的物理量的数值，通过一定函数关系计算出来，这种测量称为间接测量。相应的物理量称为间接测量量。例如，用伏特表量出电阻两端的电压 U，用安培表测 出电阻中通过的电流 I，根据欧姆定律，可以算出电阻 $R=\frac{U}{I}$。此时电阻值就是间接测量量。

直接测量是间接测量的基础，但直接测量量和间接测量量之间的界限并不是绝对的，在很大的程度上，取决于实验的方法和选用的仪器。例如，用万用电表的欧姆挡测量电阻时，此时电阻值就成为直接测量量了。

二　误差及其分类

不论是直接测量或是间接测量，其最终目的都是要获得物理量的真值，所谓**真值就是被测物理量所具有的、客观的真实数值**。然而进行测量时，都必须使用一定的仪器，通过一定的方法，在一定的环境下由某一观测者去完成，由于仪器、方法、环境和观测者都不可避免地存在某些不理想的情况，因此测量结果和客观的真值之间总有一定的差异。这种测量结果与真值之间的偏离，就是**误差**。

测量值 x 与真值 X 之差称为**测量误差**。以 Δ 表示，则

$$\Delta = x - X$$

误差自始至终存在于一切科学实验的过程之中，虽然随着科学技术的日益发展和人们认识水平的不断提高，误差可能被控制得越来越小，但始终不可能完全消除。

误差按其性质和产生原因，可分为系统误差、随机误差和疏失误差三种。

1. 系统误差

在相同的条件下，多次测量同一物理量时，若误差的大小和正负总保持不变或按一定的规律变化，这种误差称为**系统误差**。系统误差是带有系统性和方向性的误差。

系统误差的来源主要有：仪器的因素，如仪器的零点不准，仪器安装不正确，元件老化等；环境的因素，如温度、湿度、气压、电源电压的变化等；测量方法的因素，如理论公式本身 是近似的，测量方法不当等；还有观测者的因素，如观测者读数时，有偏大或偏小的固癖，动态测量的滞后等。

系统误差有些是定值的，如游标尺的零点不准；有些是积累性的，如用受热膨胀的钢卷尺进行测量时，其测量值就小于真值，误差值随待测长度成比例的增加；还有些是周期性变化的，如停表指针的转动中心与表面刻度的几何中心不重合，造成偏心差，其读数的误差就是一种周期性的系统误差。

系统误差是测量误差的重要组成部分，发现、估计和消除系统误差，对于一切测量工作 都是非常重要的。因此，观测者必须在测量前对影响实验结果的各种因素进行分析研究，预见、发现、估算、检验一切可能产生系统误差的来源，并设法消除或修正。

2. 随机误差

在相同的条件下，多次测量同一物理量时，若误差的符号时正时负，其绝对值时大时

小，没有确定的规律，这种误差称为**随机误差**。

随机误差的产生，取决于测量过程中一系列随机因素的影响。其来源主要有：环境的因素，如温度、湿度、气压的微小变化等；观察者的因素，如瞄准、读数的不稳定等；测量装置的因素，如零部件配合的不稳定性，零件间的摩擦等。

随机误差的存在，使得测量值时而偏大，时而偏小，看来似乎没有规律，但实际上，随机误差总是服从一定的统计规律的。我们可以利用这种规律对实验结果作出随机误差的误差估算。

3. 疏失误差

由于观测者使用仪器的方法不正确，实验方法不合理，读错数据，记错数据等错误，使得测量结果明显地被歪曲。这种由错误引起的误差称为**疏失误差**。只要观测者具有严肃认真的科学态度，一丝不苟的工作作风，疏失误差是可以避免的。

三　测量的精密度、准确度和精确度

在科学实验中，常用精密度、准确度和精确度来评价测量的结果。这三个概念的涵义不同，使用时应加以区别。

测量的精密度高，是指测量数据比较集中，随机误差较小，但系统误差大小不明确。

测量的准确度高，是指测量数据的平均值偏离真值较少，测量结果的系统误差较小，但随机误差大小不明确。

测量的精确度高，是指测量数据集中在真值附近，即测量的随机误差和系统误差都比较小，精确度是对测量的随机误差和系统误差的综合评定。

以打靶时弹着点的分布为例，说明三者的区别，如图 0-1 所示。图 0-1*a* 表示射击的精密 度高，但准确度差；图 0-1*b* 表示射击的准确度高，但精密度差；图 0-1*c* 表示精密度和准确度均较高，即精确度高。

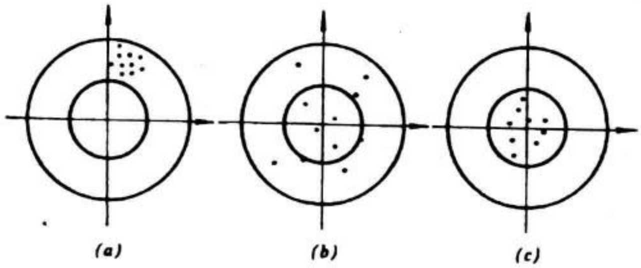


图 0-1　以弹着点分布说明精密度、准确度和精确度

四　直接测量结果及其误差的估算

前面我们讨论误差的产生和分类，下面将学习误差的估算。通过误差的估算，可以对我 们所做的实验作一个较为科学的、客观的、恰如其分的评价。应当指出，在下面的讨论中，我们是在假定没有系统误差和疏失误差的前提下，研究随机误差的问题。

1. 随机误差的统计规律

大量的实验事实和统计理论都证明，在大多数情形下，随机误差服从正态分布，如图 0-2 所示。图中横坐标为误差 Δ；纵坐标为误差分布概率密度函数 $f(\Delta)$，它表示在误差 Δ

附近处单位误差间隔内出现的概率。由图可见，随机误差具有以下几个特性。

(1) **单峰性**。绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

(2) **对称性**。绝对值相等的正、负误差出现的概率相同。

(3) **有界性**。在一定的测量条件下，误差的绝对值不超过一定限度。

(4) **抵偿性**。随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零。即

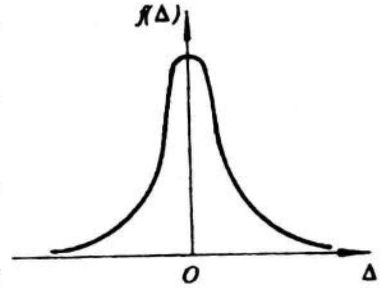


图 0-2　正态分布的误差曲线

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i=0$$

因此，增加测量次数可以减小随机误差，随机误差是一种具有抵偿性的误差。

2. 多次测量的平均值

如上所述，增加测量的次数可以减少随机误差，因此，在可能的情况下，总是采用多次测量。如果在相同的条件下，对某物理量 x 进行了 n 次测量，其测量值分别是 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，根据误差的统计理论，在一组 n 次测量的数据中，算术平均值 $\overline{x}$ 最接近真值，称为**测量的最佳值**或**近真值**。由于测量的误差总是存在的，真值总是不能确切地知道，所以**用算术平均值表示测量结果**，则

$$\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{0-1}$$

3. 算术平均偏差

由于测量真值是一个理想的值，是未知的，因此实际测量中一般用测量偏差代替测量误差。我们**将每次测量值 x_i 与算术平均值 $\overline{x}$ 之差**称为**该次测量的偏差**。以 d_i 表示，则

$$d_i=x_i-\overline{x}$$

设测量值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 与算术平均值 $\overline{x}$ 的偏差，分别用 $d_1, d_2, \cdots, d_n$ 表示，即 $d_1=x_1-\overline{x}, d_2=x_2-\overline{x}, \cdots, d_n=x_n-\overline{x}$。取 $d_1, d_2, \cdots, d_n$ 的绝对值 $|d_1|, |d_2|, \cdots, |d_n|$ 的算术平均值，称为**算术平均偏差**。以 η_x(或 Δx) 表示，则

$$\begin{aligned}\eta_x&=\frac{1}{n}(|d_1|+|d_2|+\cdots+|d_n|)\\&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|d_i|\\&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i-\overline{x}|\end{aligned} \tag{0-2}$$

误差和偏差是有区别的，误差表示测量值与真值之差，而偏差表示测量值与算术平均值之差。由于测量次数很多时，多次测量的算术平均值最接近于真值，因此，各次测量值与算术平均值的偏差就接近于它们与真值的误差。为此我们就不去区分偏差和误差的细微区别，而**把算术平均偏差称为算术平均误差**。

应当指出，算术平均误差 η_x(或 Δx) 与各次测量的误差 Δ_i，有着完全不同的含意。$\Delta_i=x_i-X$ 表示第 i 次测量时，测量值 x_i 与真值 X 的差，它是一个实在的误差，亦称**真误差**。而

η_x 并不是一个具体的测量误差值，它反映在相同条件下进行一组测量后，随机误差概率分布情况，只具有统计性质的意义，是一个统计性的特征值。为了说明算术平均误差 η_x 的意义，我们在图 0-2 所示的曲线中标出 $-\eta_x$ 和 η_x 的位置，如图 0-3 所示。经计算可以得到，在 $-\eta_x \sim \eta_x$ 范围内，分布曲线所包围的面积(图中画有斜线的部分)占总面积的 57.5%。也就是说，在相同条件下进行一组测量时，如测量次数 n 很大，则所获的数据中，将有 57.5% 个数据的误差绝对值 $|\Delta_i|$ 将比算术平均误差 η_x 小。由此可见，算术平均误差 η_x 所表示的意义为：**在相同条件下进行一组测量时，其中任一个测量值的误差落在 $-\eta_x$ 到 η_x 之间的可能性为** 57.5%。

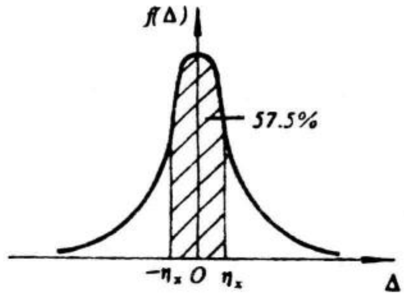


图 0-3

4. 平均值的算术平均误差

当我们通过测量获得一组数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，并算出平均值 $\overline{x}$ 作为测量结果。如果在完全相同的条件下，我们重复上述实验时，由于随机误差的影响，不一定能得到完全相同的 $\overline{x}$ 值。若干组 n 次测量所获得的平均值之间的差异就表示 $\overline{x}$ 本身亦具有离散性。当然，平均值 $\overline{x}$ 肯定比每次测量值 x_i 更可靠，$\overline{x}$ 的分布比 x 的分布更集中在真值附近，经理论推导得到平均值的算术平均误差为 $\eta_{\overline{x}}$ 为

$$\eta_{\overline{x}} = \frac{\eta_x}{\sqrt{n}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}|}{\sqrt{n}\ n} \tag{0-3}$$

上式表明，**平均值的算术平均误差是 n 次测量中任一次测量值算术平均误差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍。**

从式(0-3)可知，当增加测量次数时，$\eta_{\overline{x}}$ 会越来越小，这就是通常所说的增加测量次数，可以减小随机误差。但是，由于减小是按 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 的比例变化的，当 $n > 10$ 时，随 n 的增大，$\eta_{\overline{x}}$ 的减小实际上已不很明显。因此，在进行多次测量时，一般取 10 次左右就够了。

应当指出，当被测量本身不稳定时，即此量没有确定的真值，计算平均值的算术平均误差就没有意义了。只须计算单次测量的算术平均误差 η_x。例如，测量一个钢球的直径 D，由于钢球本身不圆，在各方向测量后，所得的 $\overline{D}$ 只代表钢球直径的平均效应，而 η_D 反映的仅是测量的波动性。多次测量并不减小对象本身的波动性，所以可以不必计算 $\eta_{\overline{D}}$。只有当被测对象是稳定的(如物理常数等)，由于测量误差纯属随机性，所以具有抵偿性，这时算术平均值更接近于被测对象的真值，其平均值的算术平均误差 $\eta_{\overline{x}}$ 才理应小于单次测量值的算术平均误差 η_x。

5. 单次直接测量的误差估算

在物理实验中，有时测量不能重复，有时不需要精确的测量，我们对某个物理量只进行了一次测量。对于一次直接测量的误差只能估算，估算时要根据具体情况进行具体分析，不能一概而论。如果随机误差很小，可以按仪器厂检定书或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，也可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的误

差。一般情况下，应根据所用仪器、测量对象、实验方法和观测者的经验来估算误差。

6. 多次直接测量的误差估算

对于多次直接测量的物理量，我们通常把测量结果表示为

$$x = \bar{x} \pm \eta_{\bar{x}}(\text{单位}) \tag{0-4}$$

根据对算术平均误差统计意义的认识，上式表示，**在 $\bar{x} - \eta_{\bar{x}}$ 到 $\bar{x} + \eta_{\bar{x}}$ 范围内包含真值 x 的可能性为 57.5%**。

由于 $\eta_{\bar{x}} < \eta_x$，通常粗略地把 η_x 看成 $\eta_{\bar{x}}$ 的误差限，把实验结果写成

$$x = \bar{x} \pm \eta_x(\text{单位}) \tag{0-5}$$

7. 绝对误差和相对误差

上式中的 η_x 是以误差的绝对值来表示测量值的误差，称为**绝对误差**。但是衡量测量结果的优劣，还需要参考测量值本身的大小。为此，将绝对误差 η_x 和最佳值（平均值）之比，称为**相对误差**，以 E_r 表示，则

$$E_r = \frac{\eta_x}{\bar{x}} \tag{0-6a}$$

相对误差常用百分数来表示，又称**百分误差**，即

$$E_r = \frac{\eta_x}{\bar{x}} \times 100\% \tag{0-6b}$$

如果待测量有理论值（或公认值）时，则用百分误差来表示测量的优劣：

$$E_r = \frac{|\bar{x} - x_0|}{x_0} \times 100\% \tag{0-6c}$$

式中 x_0 为待测物理量的理论值（或公认值）。

［**例 1**］用物理天平测量某物体质量 5 次，得到的测量值分别为

$$x_1 = 56.72\text{g}$$
$$x_2 = 56.74\text{g}$$
$$x_3 = 56.70\text{g}$$
$$x_4 = 56.76\text{g}$$
$$x_5 = 56.74\text{g}$$

则算术平均值

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{5}(56.72 + 56.74 + 56.70 + 56.76 + 56.74) \\ &= 56.73(\text{g})\end{aligned}$$

各次误差的绝对值分别为

$$|d_1| = |56.72 - 56.73| = 0.01(\text{g})$$
$$|d_2| = |56.74 - 56.73| = 0.01(\text{g})$$
$$|d_3| = |56.70 - 56.73| = 0.03(\text{g})$$
$$|d_4| = |56.76 - 56.73| = 0.03(\text{g})$$
$$|d_5| = |56.74 - 56.73| = 0.01(\text{g})$$

算术平均误差为

$$\eta_x = \frac{\sum_{i=1}^{n} |d_i|}{n}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{5}(0.01 + 0.01 + 0.03 + 0.03 + 0.01) \\
&\approx 0.02(\mathrm{g})
\end{aligned}
$$

通常测定值表示为

$$x = \overline{x} \pm \eta_x = (56.73 \pm 0.02)\mathrm{g}$$

百分误差为

$$E_r = \frac{\eta_x}{\overline{x}} \times 100\% = \frac{0.02}{56.73} \times 100\% = 0.04\%$$

五　间接测量结果误差的计算

前面讨论了直接测量结果及其误差的估算，但在实验中大多数物理量的求得，往往是由一些直接测得量通过一定的公式计算得到的。由直接测得量代入公式计算得到的结果，称为**间接测得量**。将各个直接测得量的最佳值(算术平均值)代入测量公式计算，得到的结果为**间接测量的最佳值**。当测量次数无限增多时，此最佳值与间接测得量的算术平均值是一致的。由于各个直接测得量的最佳值都有一定误差，因此，求得的间接测量结果也必然具有误差。表达直接测量误差与间接测量误差之间的关系式，称为**误差传递公式**。下面先推导几个典型的误差传递公式，最后介绍误差传递的基本公式。

1. 加法运算中的误差

设间接测得量 $N = A + B$，式中 A、B 为直接测得量，可分别表示为 $A = \overline{A} \pm \Delta A$；$B = \overline{B} \pm \Delta B$。则有

$$
\begin{aligned}
\overline{N} \pm \Delta N &= (\overline{A} \pm \Delta A) + (\overline{B} \pm \Delta B) \\
&= (\overline{A} + \overline{B}) + (\pm \Delta A \pm \Delta B)
\end{aligned}
$$

显然

$$\overline{N} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\Delta N = \pm \Delta A \pm \Delta B$$

上式右端是不确定项，它们有四种可能的组合，这里我们考虑在最极端的情况下，可能出现的最大误差，即

$$\Delta N = \Delta A + \Delta B \tag{0-7}$$

我们把极端情况下，出现的最大误差称为**间接测量的误差**。相对误差则为

$$E_r = \frac{\Delta N}{\overline{N}} = \frac{\Delta A + \Delta B}{\overline{A} + \overline{B}} \tag{0-8}$$

2. 减法运算中的误差

设间接测得量 $N = A - B$，式中 A、B 为直接测得量，可分别表示为 $A = \overline{A} \pm \Delta A$；$B = \overline{B} \pm \Delta B$。则有

$$
\begin{aligned}
\overline{N} \pm \Delta N &= (\overline{A} \pm \Delta A) - (\overline{B} \pm \Delta B) \\
&= (\overline{A} - \overline{B}) + (\pm \Delta A \mp \Delta B)
\end{aligned}
$$

显然

$$\overline{N} = \overline{A} - \overline{B}$$

$$\Delta N = \pm \Delta A \mp \Delta B$$

如上所述，在极端情况下，可能出现的最大误差为

$$\Delta N = \Delta A + \Delta B \tag{0-9}$$

相对误差为

$$E_r = \frac{\Delta N}{\overline{N}} = \frac{\Delta A + \Delta B}{\overline{A} - \overline{B}} \tag{0-10}$$

由上可见，**几个直接测得量相加(或相减)之和(或差)的绝对误差等于各直接测得量的绝对误差之和。**

3.乘法运算中的误差

设间接测得量 $N = A \cdot B$，式中 A、B 为直接测得量，可分别表示为 $A = \overline{A} \pm \Delta A$；$B = \overline{B} \pm \Delta B$。则有

$$\begin{aligned}\overline{N} \pm \Delta N &= (\overline{A} \pm \Delta A)(\overline{B} \pm \Delta B) \\ &= \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A}(\pm \Delta B) + \overline{B}(\pm \Delta A) + (\pm \Delta A)(\pm \Delta B)\end{aligned}$$

显然

$$\overline{N} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

由于 $\Delta A \cdot \Delta B$ 为二级小量，可以忽略不计，则

$$\Delta N = \overline{A}(\pm \Delta B) + \overline{B}(\pm \Delta A)$$

在极端情况下，可能出现的最大误差为

$$\Delta N = \overline{A} \cdot \Delta B + \overline{B} \cdot \Delta A \tag{0-11}$$

相对误差为

$$\begin{aligned}E_r &= \frac{\Delta N}{\overline{N}} \\ &= \frac{\overline{A} \cdot \Delta B + \overline{B} \cdot \Delta A}{\overline{A} \cdot \overline{B}} \\ &= \frac{\Delta A}{\overline{A}} + \frac{\Delta B}{\overline{B}}\end{aligned} \tag{0-12}$$

4.除法运算中的误差

设间接测得量 $N = \frac{A}{B}$，式中 A、B 为直接测得量，可分别表示为 $A = \overline{A} \pm \Delta A$；$B = \overline{B} \pm \Delta B$。则有

$$\begin{aligned}\overline{N} \pm \Delta N &= \frac{\overline{A} \pm \Delta A}{\overline{B} \pm \Delta B} \\ &= \frac{(\overline{A} \pm \Delta A)(\overline{B} \mp \Delta B)}{(\overline{B} \pm \Delta B)(\overline{B} \mp \Delta B)} \\ &= \frac{\overline{A} \cdot \overline{B} \pm \overline{B} \cdot \Delta A \mp \overline{A} \cdot \Delta B \mp \Delta A \cdot \Delta B}{\overline{B}^2 - (\Delta B)^2}\end{aligned}$$

忽略二级小量 $(\Delta B)^2$ 和 $\Delta A \cdot \Delta B$，则平均值

$$\overline{N} = \frac{\overline{A} \cdot \overline{B}}{\overline{B}^2} = \frac{\overline{A}}{\overline{B}}$$

绝对误差

$$\Delta N = \frac{\pm \overline{B} \cdot \Delta A \mp \overline{A} \cdot \Delta B}{\overline{B}^2}$$

在极端情况下，可能出现的最大误差为

$$\Delta N = \frac{\overline{B} \cdot \Delta A + \overline{A} \cdot \Delta B}{\overline{B}^2} \tag{0-13}$$

相对误差为

$$E_r = \frac{\Delta N}{\overline{N}} = \frac{\left(\dfrac{\overline{B} \cdot \Delta A + \overline{A} \cdot \Delta B)}{\overline{B}^2}\right.}{\left(\dfrac{\overline{A}}{\overline{B}}\right)} = \frac{\Delta A}{\overline{A}} + \frac{\Delta B}{\overline{B}} \tag{0-14}$$

由上可见，几个**直接测得量相乘（或相除），其结果的相对误差等于各直接测得量相对误差之和。**

5. 误差传递的基本公式

设间接测得量 $N = F(A, B, C, \cdots)$，式中 A、B、C、$\cdots$ 为各独立的直接测得量，它们分别表示为 $A = \overline{A} \pm \Delta A$；$B = \overline{B} \pm \Delta B$；$C = \overline{C} \pm \Delta C$；$\cdots$。考虑误差后，则有

$$\overline{N} \pm \Delta N = F(\overline{A} \pm \Delta A, \overline{B} \pm \Delta B, \overline{C} \pm \Delta C, \cdots)$$

按泰勒公式展开，并忽略二阶小量及以后的各项，可得

$$\overline{N} \pm \Delta N = F(\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, \cdots) + \left(\pm \frac{\partial F}{\partial A}\Delta A \pm \frac{\partial F}{\partial B}\Delta B \pm \frac{\partial F}{\partial C}\Delta C + \cdots\right)$$

绝对误差

$$\Delta N = \pm \frac{\partial F}{\partial A}\Delta A \pm \frac{\partial F}{\partial B}\Delta B \pm \frac{\partial F}{\partial C}\Delta C + \cdots$$

在极端情况下，可能出现的最大误差为

$$\Delta N = \left|\frac{\partial F}{\partial A}\right|\Delta A + \left|\frac{\partial F}{\partial B}\right|\Delta B + \left|\frac{\partial F}{\partial C}\right|\Delta C + \cdots \tag{0-15}$$

相对误差为

$$\frac{\Delta N}{\overline{N}} = \left|\frac{\partial F}{\partial A}\right|\frac{\Delta A}{F} + \left|\frac{\partial F}{\partial B}\right|\frac{\Delta B}{F} + \left|\frac{\partial F}{\partial C}\right|\frac{\Delta C}{F} + \cdots \tag{0-16}$$

式（0-15）称为**误差传递的基本公式。**

为了方便，下面将常用运算关系的误差传递公式列入表 0-1，以供查找。

在计算间接测得量误差时，除相加、相减的情况外，一般先求其相对误差 E_r，然后通过 $\Delta N = E_r\overline{N}$ 求出 ΔN，最后将实验结果写成 $\overline{N} \pm \Delta N$（单位）。

表 0-1　　常用运算关系的误差传递公式

运算关系	绝对误差 ΔN	相对误差 $E_r = \dfrac{\Delta N}{\overline{N}}$
$N = A + B$	$\Delta A + \Delta B$	$\dfrac{\Delta A + \Delta B}{\overline{A} + \overline{B}}$
$N = A - B$	$\Delta A + \Delta B$	$\dfrac{\Delta A + \Delta B}{\overline{A} - \overline{B}}$
$N = A \cdot B$	$\overline{A} \cdot \Delta B + \overline{B}\Delta A$	$\dfrac{\Delta A}{\overline{A}} + \dfrac{\Delta B}{\overline{B}}$

$N=\frac{A}{B}$	$\frac{\overline{B}\cdot\Delta A+\overline{A}\cdot\Delta B}{\overline{B}^2}$	$\frac{\Delta A}{\overline{A}}+\frac{\Delta B}{\overline{B}}$
$N=A^n$	$n\overline{A}^{n-1}\cdot\Delta A$	$n\frac{\Delta A}{\overline{A}}$
$N=\sqrt[n]{A}$	$\frac{1}{n}\overline{A}^{\frac{1}{n}-1}\cdot\Delta A$	$\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta A}{\overline{A}}$
$N=\sin A$	$\lvert\cos\overline{A}\rvert\cdot\Delta A$	$\lvert\mathrm{ctg}\overline{A}\rvert\cdot\Delta A$
$N=\cos A$	$\lvert\sin\overline{A}\rvert\cdot\Delta A$	$\lvert\mathrm{tg}\overline{A}\rvert\cdot\Delta A$
$N=\mathrm{tg}A$	$\frac{\Delta A}{\cos^2\overline{A}}$	$\frac{2\Delta A}{\lvert\sin 2\overline{A}\rvert}$
$N=\mathrm{ctg}A$	$\frac{\Delta A}{\sin^2\overline{A}}$	$\frac{2\Delta A}{\lvert\sin 2\overline{A}\rvert}$

第三节　有效数字及其运算

一　有效数字

物理实验离不开物理量的测量，直接测量需要记录数据，间接测量不仅需要记录数据，而且要进行数据的计算。记录时应取几位数字，运算后应保留几位数字，这是实验数据处理中一个重要问题。为了正确地反映测量的精密程度，引入有效数字的概念。我们把测**量结果中可靠的几位数字加上可疑的一位数字**统称为**测量结果的有效数字**。有效数字的最后一位虽然是可疑的，但它在一定程度上反映了客观实际，因此它也是有效的。

从仪器上读出的数字，通常都应尽可能地估计到仪器最小刻度线以下一位。例如，用最小刻度为厘米的米尺来测量某物体的长度（如图 0-4*a*），可以读出这物体的长度大于 11cm，小于 12cm，虽然米尺上没有刻到毫米，但可以凭目力估计到毫米（尺上最小刻度的 $\frac{1}{10}$），因而可以读出物体的长度为 11.5cm、11.6cm 或 11.7cm。前二位数可以从尺上直接读出来，是可靠数字；而第三位数是观测者估读出来的，估读的结果因人而异，因此这一位数字是有疑问的，通常称为存疑数字。由于第三位数字已是可疑的，所以在它以下的各数字的估计就没有必要了。这样，这个测量值包含三位有效数字。如果想把物体测量得更准确一些，用这个尺子是办不到的，只有更换精度更高的尺子才行。如果改用最小刻度为毫米的米尺来测这个物体的长度（图 0-4*b*），则可直接读出这个物体的长度大于 11.6cm 而小