《大专物理》习题解答

邝志雄　张淑娟　丘月明　叶英模　编写

華南工學院

一九八六年七月

《大专物理习题解答》说明

为了方便教学，我们编写了这本习题解答供使用《大专物理》上、下册的教师参考。各人负责编写习题解答的内容如下（按原来编写《大专物理》的内容分工）：

丘月明：力学

张淑娟：机械振动与机械波

邝志雄：电学、波动光学

叶英模：热学、近代物理学基础

由于我们水平不高，习题解答中难免有错误，恳请读者指正。

编者

1986年7月 于华南工学院

目录

第一篇 力学

第一章 质点运动学

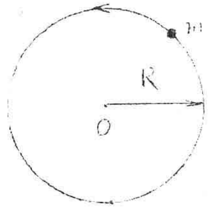
1、(1)一个质量为m的小球，在水平桌面上某一点出发，绕半径为R的圆一周回到原点。它所通过的位移和路程相等吗？各是多少？

(2)它的平均速度和平均速率相同吗？各是多少？

解：(1)不相等。

它所通过的位移大小 $\Delta r=|\vec{r}_2-\vec{r}_1|=0$，因小球回到原点前后两个时刻的位置没有变化；它所通过的路程：

$S=2\pi R$ 如图1-1-1所示。



题1-1-1图

(2)它的平均速度和平均速率不相同。根据平均速度的定义，得小球的平均速度为零。即：

$$\bar{v}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{\Delta t}=0$$

它的平均速率不为零。即：

$$v=|v|=\frac{S}{\Delta t}=\frac{2\pi R}{\Delta t}$$

2、(1)一个物体可否具有零速度而仍然还在作加速运动中呢？

(2)一个物体可否具有恒定的速率而其速度仍然在改变呢？

(3)一个物体可否具有恒定的速度而其速率仍然在改变呢？

答：(1)可以。例如单摆，当摆锤摆到最右端（或最左端）时，其速度为零，而加速度不为零，摆球仍然在作加速运动。

(2)可以。例如一小球在光滑水平桌面上做匀速圆周运动时，它具有恒定的速率，但其速度方向仍然不断改变着。（速度是矢量，它包含大小和方向）所以速度仍然在改变。

(3)不可以。因为物体具有恒定的速度，则速度的大小和方向都不变，所以速率不变。

2.

3. 离地面附近某一高度 h 有两个完全相同的小球，一个沿光滑的斜面滑下；另一个自由落下。试问：(1)哪一个先落到地面？(2)它们着地的速度大小及其方向是否相同？

答：(1)两个完全相同的小球同时落到地面，时间 t 为：

$$h=\frac{1}{2}gt^2$$

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (s)$$

(2)不相同。自由下落的物体着地的速度只有铅直方向的分量，其方向铅直向下；沿着斜面滑下的物体，其着地的速度由水平分量和铅直分量合成而得，其运动方向与水平方向成某一角度 θ（自由下落的物体着地的速度与沿斜面滑下的物体着地速度的铅直分量相同）。

4. 一质点其运动方程为 $x=5t+6t^2$ (m)，作直线运动，求从第9秒末到第11秒末这段时间内的平均速度，及两时刻的瞬时速度。

解：(1)求平均速度：

已知运动方程： $x=5t+6t^2$ ------ (1)

在 t 时刻质点的位置为 x

在 $t+\Delta t$ 时刻质点的位置为 $x+\Delta x$

则

$$x+\Delta x=5(t+\Delta t)+6(t+\Delta t)^2$$

$$=5t+6t^2+(5+12t+6\Delta t)\Delta t \quad \text{------ (2)}$$

(2)－(1)： $\Delta x=(5+12t+6\Delta t)\Delta t$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=5+12t+6\Delta t$$

故得： $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=5+12t+6\Delta t$ ------ (3)

令 $t=9$， $\Delta t=t_2-t_1=11-9=2$

代入(3)式得第9秒末到第11秒末时间内的平均速度为：

$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=5+12\times9+6\times2=125$ (m/s)

(2)求瞬时速度

根据速度定义：$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}(5t+6t^2)$

$$=5+12t$$

可得两时刻质点的瞬时速度分别为：

$$v_{t=9}=5+12\times9=113\ (m\cdot s^{-1})$$

$$v_{t=11}=5+12\times11=137\ (m\cdot s^{-1})$$

然而也可求出第9秒末和第11秒末两个瞬时速度的平均值为：

$$\bar{v}_{9-11}=\frac{v_9+v_{11}}{2}=\frac{113+137}{2}=125\ (m\cdot s^{-1})$$

可见，在匀变速直线运动中，在某一段时间内质点的平均速度大小等于这段时间初、末两个瞬时速度大小的平均值。

5. 有一物体在空间某一位置按 $x=4.9\,(m\cdot s^{-2})\,t^2$（$x$ 的单位为 m，t 的单位为 s）的规律由静止自由落下。试分别求时间间隔分别为：1～1.1 s、1～1.01 s、1～1.001 s、1～0.0001 s 内的平均速度；求第一秒末的瞬时速度，并说明时间 Δt 越小的物理意义。

解法一：

(1)设 $t_1=1s$，　$t_2=1.1s$

在 1 s 内物体落下的位移为 $x_1=4.9\times1^2=4.9\,(m)$　在 1.1 s 内物体落下的位移为 $x_2=4.9\times1.1^2=5.929\,(m)$　在 Δt 时间内的平均速度：

$$\bar{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{5.929-4.9}{1.1-1}=10.29\ (m\cdot s^{-1})$$

(2)同理在 1～1.01 s 内的平均速度：

$$x_1=4.9\,(m)$$

$$x_2=4.9\times(1.01)^2=4.9985\ (m)$$

平均速度：$\bar{v}=\frac{4.9985-4.9}{1.01-1}=9.95\ (m\cdot s^{-1})$

(3)在 1～1.001 s 内的平均速度

4.

$x_1 = 4.9$ (m)

$x_2 = 4.9 \times 1.001^2 = 4.9098$ (m)

平均速度： $\bar{v} = \dfrac{4.9098 - 4.9}{1.001 - 1} = 9.80$ ($m \cdot s^{-1}$)

(4) 在 1～1.0001 秒内的平均速度：

$x_1 = 4.9m$

$x_2 = 4.9 \times 1.0001^2 = 4.90098$ (m)

平均速度： $\bar{v} = \dfrac{4.90098 - 4.9}{1.0001 - 1} = 9.80$ ($m \cdot s^{-1}$)

(5) 第一秒末的瞬时速度：

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(4.9t^2) = 4.9 \times 2t$$

将 $t = 1S$ 代入上式得：

$$v = 4.9 \times 2 \times 1 = 9.8 \ (m \cdot s^{-1})$$

(6) 说明 Δt 愈小的物理意义：

从上面各式计算可知，当 $t_2 - t_1 = \Delta t$ 愈小时，平均速度大小 $\bar{v}$ 就愈接近它在 t 秒末的瞬时速度的大小 v。

方法二：

将原方程 $x = 4.9(m \cdot s^{-2})t^2$ 改写为：

$$x = \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{--------(1)}$$

物体在 t 时刻的位置为：x
在 $t + \Delta t$ 时刻的位置为：$x + \Delta x$ } 代入(1)有：

$$x + \Delta x = \frac{1}{2}g(t + \Delta t)^2$$

$$= \frac{1}{2}gt^2 + (gt + \frac{1}{2}g\Delta t) \cdot \Delta t \qquad \text{--------(2)}$$

(2) − (1)： $\Delta x = (gt + \frac{1}{2}g\Delta t)\Delta t$ --------(3)

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = (gt + \frac{1}{2}g\Delta t) \qquad \text{--------(4)}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = (gt + \frac{1}{2}g\Delta t) \qquad \text{--------(5)}$$

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(gt+\frac{1}{2}g\Delta t\right)=gt \quad \text{------} \quad (6)$$

或 $v=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}gt^2\right)=gt$

所以(1)在 1～1.1 S 内，令 $t=1$，$\Delta t=0.1$ 代入(5)式可得：

$$\overline{v}_1=gt+\frac{1}{2}g\Delta t=9.8+\frac{1}{2}\times 9.8\times 0.1=10.29\ (m\cdot s^{-1})$$

(2)在 1～1.01 S 内：

$$\overline{v}_2=9.8+\frac{1}{2}\times 9.8\times 0.01=9.849\ (m\cdot s^{-1})$$

(3)在 1～1.001 S 内：

$$\overline{v}_3=9.8+\frac{1}{2}\times 9.8\times 0.001=9.8049\ (m\cdot s^{-1})$$

(4)在 1～1.0001 S 内：

$$\overline{v}_4=9.8+\frac{1}{2}\times 9.8\times 0.0001=9.80049\ (m\cdot s^{-1})$$

(5)求第一秒末的瞬时速度大小：

将 $t=1$ S 代入(6)式，则有：

$$v=gt=9.8\times 1=9.8\ (m\cdot s^{-1})$$

(6)讨论几点：

1° 当 Δt 愈小，Δx 也愈小，从(3)式可知，当 Δt 为无限小，Δx 也为无限小，但是 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 则为有限值；再从(4)式可以看出：Δt 愈小，$\overline{v}$ 就愈接近 v。

2° 第一秒末物体速度大小 $v_1=9.8\ (m\cdot s^{-1})$ 那么，第1.1秒时的 $v_{1.1}=9.8\times 1.1=10.78\ (m\cdot s^{-1})$ 这两个时刻的瞬时速率平均值为：

$$\overline{v}=\frac{v_{1.1}+v_1}{2}=\frac{10.78+9.8}{2}=10.29\ (m\cdot s^{-1})$$

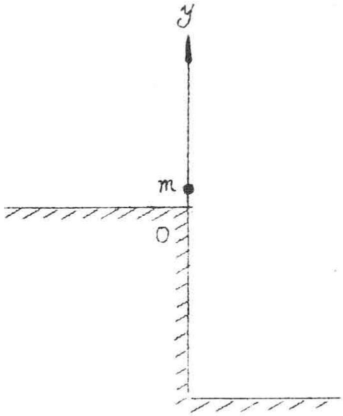
此值正好等于在 1～1.1 S 内的平均速度值。

同理可以得出在 1～1.01 S 内的平均速度值为：

$\overline{v}_2$ 等于在 1～1.01 S 内两个时刻的瞬时速度的平均值。所以，在某段时间内的平均速度值等于这段时间初、末两个瞬时速度

的平均值。这一结论只适用于匀变速直线运动的情况。在一般变速直线运动中，两者并不相等。

6. 在某一高台的边缘上以初速度 $v_0=490\,cm\cdot s^{-1}$ 铅直向上抛出一物体。问经过2秒后，物体与平台的距离是多少？物体所通过的路程是多少？



题 1-1—6 图

解：如题 1-1—6 图所示，选平台为坐标原点，y 轴向上为正向，根据已知条件：

$t=0$ 时，$y_0=0$，v_0 的方向与 y 轴正向一致，$v_0=4.9\,(m\cdot s^{-1})$，g 与 y 轴反向，$g=-9.8\,(m\cdot s^{-2})$

由变速直线运动公式：

$$y-y_0=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

式中的 y 为末位置，$y-y_0$ 为位移。

代入已知数值，得

$$y=4.9\times2-\frac{1}{2}\times(9.8)\times2^2=-9.8\,(m)$$

负号表明位移为负值，即表示物体经 2 S 后，已达到平台的下方，而物体与平台的距离为：9.8 m。由此可知：物体是上升至最高点而落到平台以下 9.8 m 处，则所求的路程 x 应为此物体到达最大高度 H 的 2 倍及物体与平台距离之和。即

$x=2H+9.8$，而 2H 则由下式求得：

$$2gH=v_0^2 \quad 得 \quad 2H=\frac{v_0^2}{g}=2.45\ (m)$$

所以：$x=2.45+9.8=12.25\ (m)$

通过解这题可知：①因为位移、速度、加速度都是矢量，所以解运动学问题时，必须先建立坐标系，才能明确上述各物理量的方向性；②一般把坐标原点选在物体开始（$t=0$）运动时的位置，则从公式：$y-y_0=v_0t+\frac{1}{2}at^2$

便可直接求出位移，可避免用分段方法计算上抛物体到达最高点所需要的时间及位移，再求整段时间内物体的位移。③一般

坐标原点是可以按题目的方便而任意选择的。然而，坐标原点不同，代入公式所得到的各量数值也就不同，但所反映的运动结果则是一样的。

7. 一质点作直线运动，它的运动方程为：$x=6t^2-3t^3$（x的单位为m，时间的单位为s）试求：

(1)质点在第二秒时间内的平均速度；

(2)第三秒末的速度；

(3)第一秒末的加速度；

(4)这一质点是作何种类型的运动？

解：原方程 $x=6t^2-3t^3$ ------ ①

则 $v=\frac{dx}{dt}=12t-9t^2$ ------ ②

$a=\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dv}{dt}=12-18t$ ------ ③

(1)第二秒时间内的平均速度为：

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{(6t^2-3t^3)_{t=2}-(6t^2-3t^3)_{t=1}}{2-1}$$

$$=-3\ (m\cdot s^{-1})$$

(2)第三秒末的速度：

$$v_{t=3}=(12t-9t^2)_{t=3}=-45\ (m\cdot s^{-1})$$

(3)第一秒末的加速度：

$$a_{t=1}=(12-18t)_{t=1}=-6\ (m\cdot s^{-2})$$

式中的负号表示加速度a与运动方向相反。

(4)从公式③可以看出加速度a是时间t的函数，而且位移x仅限制在x轴方向上，y、z轴方向上没有位移（或位移为零），因此这个运动是一般的变速直线运动。

从计算(2)中得速度为负值，说明v与运动方向相反，不反映物体作减速运动，加速度的负值（$-a$）才是反映物体作减速运动。

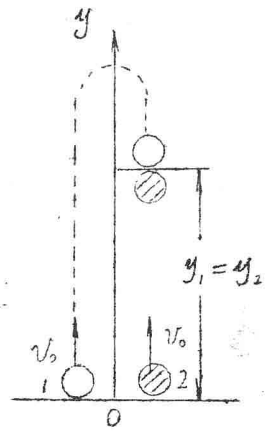
8. 有两个小球以相同初速度 $v_0=24.5\ (m\cdot s^{-1})$ 从同一点

8.

铅直向上抛出，抛出的时间相隔0.5 S。试问：(1)第二个小球抛出后出后多少时间，两小球才相遇？相遇时的高度h是多少？(假定从抛出点开始计时)。

解：设 Oy 为坐标轴正向，O为坐标原点。并设第二个小球抛出第 t_2 秒钟与第一个小球相碰撞，则相遇时两小球的位移值相等，即：$y_1=y_2$ ------ ①

相遇时，第一个小球运动的时间应为 (t_2+t)



题1-1-8 图

则有 $y_1=v_0(t_2+t)-\frac{1}{2}g(t_2+t)^2$ --- ②

$$y_2=v_0t_2-\frac{1}{2}gt_2^2 \quad ---- ③$$

联立求解方程①、②、③式，得：

$$t_2=\frac{v_0}{g}-\frac{t}{2}=\frac{24.5}{9.8}-\frac{0.5}{2}=2.25(S)$$

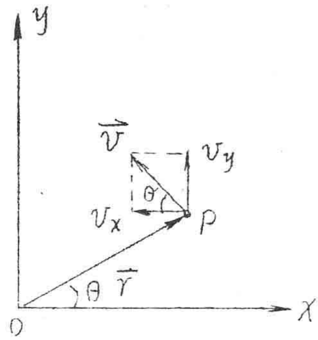
相遇时的高度为：$h=y_2$ 即

$$y_2=v_0t_2-\frac{1}{2}gt_2^2=24.5\times2.25-\frac{1}{2}\times9.8\times(2.25)^2$$

$$=30.3\ (m)$$

9. 在直角平面坐标系中，已知 $\vec{r}=3\cos\frac{\pi}{6}t\,\vec{i}+3\sin\frac{\pi}{6}t\,\vec{j}$。试求任一时刻质点P的速度和加速度的大小和方向。

解：作直角平面坐标系 Oyx，O为坐标原点，根据题意，知道质点P的运动方程为：



题1-1-9 图

$$\begin{cases} x=3\cos\frac{\pi}{6}t & --- ① \\ y=3\sin\frac{\pi}{6}t & --- ② \end{cases}$$

由①、②式，得到它的轨道方程为：

$$\begin{cases} x^2+y^2=(3\cos\frac{\pi}{6}t)^2+(3\sin\frac{\pi}{6}t)^2 \\ \quad =9. \\ \text{轨道半径：}\ R=3 \end{cases}$$

任一时刻质点速度的分量为：

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{6}t \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{6}t \end{cases}$$

所以 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(-\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{6}t\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{6}t\right)^2}$

$= 1.57\ (m\cdot s^{-1})$

$tg\theta' = \frac{v_y}{v_x} = -ctg\frac{\pi}{6}t$, $\quad tg\theta = \frac{y}{x} = tg\frac{\pi}{6}t$

所以 $tg\theta \cdot tg\theta' = -1$

任一时刻质点P的加速度分量为：

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{\pi^2}{12}\cos\frac{\pi}{6}t \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{12}\sin\frac{\pi}{6}t \end{cases}$$

所以 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(-\frac{\pi^2}{12}\cos\frac{\pi}{6}t\right)^2 + \left(-\frac{\pi^2}{12}\sin\frac{\pi}{6}t\right)^2}$

$= \frac{\pi^2}{12} = 0.82\ (m\cdot s^{-2})$

$tg\alpha = \frac{a_y}{a_x} = tg\frac{\pi}{6}t$ （α为a与a_x夹角）

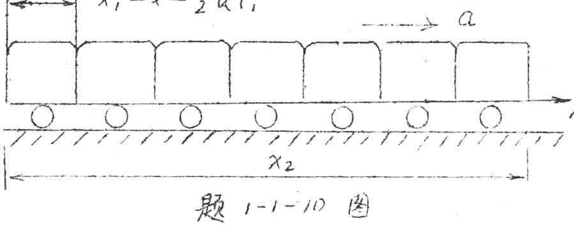
则有： $\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y = -\frac{\pi^2}{12}\cos\frac{\pi}{6}t\,\vec{i} + \left(-\frac{\pi^2}{12}\sin\frac{\pi}{6}t\,\vec{j}\right)$

$= -\frac{\pi^2}{36}\left(3\cos\frac{\pi}{6}t\,\vec{i} + 3\sin\frac{\pi}{6}t\,\vec{j}\right)$

$= -\frac{\pi^2}{36}\vec{r}$

其方向：$\vec{a}$与$\vec{r}$反向。

10. 站台上有一乘客，当火车开动时他站在第一节车厢最前列的近旁。若第一节车厢在4秒钟内驶过其身旁，假设车厢作匀加速运动。问：第7节车厢驶过他身旁需要多少时间？（每节车厢的长度均相同）。



题 1-1-10 图

解：设每节车厢的长度为 $l = x$，火车的加速度为 a，以 t_n 表示从开动到第n

节车厢所经过的时间，火车的运动方程：$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$

由于火车从静止开出，则 $x_0=0$，$v_0=0$，

第一节车厢通过的位移为：$x_1=l=\frac{1}{2}at_1^2$ ------ ①

第n节车厢通过的位移：$x_2=nl=\frac{1}{2}at_n^2$ ------ ②

②除以①得：$t_n=\sqrt{n}\,t_1$，通过 $n-1$ 节车厢所经历的时间为：

$\sqrt{n-1}\,t_1$

当第n节车厢驶过所需要的时间为 Δt_n，

则 $\Delta t_n=\sqrt{n}t_1-\sqrt{n-1}t_1=(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})t_1$

那么，第七节车厢驶过他身旁需要的时间：

$\Delta t=t_7-t_6=\sqrt{n}\,t_1-\sqrt{n-1}\,t_1=(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})t_1$

$=(\sqrt{7}-\sqrt{6})\times 4=0.78\ (s)$

方法二：根据火车作的是匀加速直线运动，

则其通过的位移公式：$x=\frac{1}{2}at^2$

由上式得：$a=\frac{2x}{t^2}$（其中 $t=4s$，第一节车厢通过观察者身旁的时间）则：

通过7节车厢的总位移：$7x=\frac{1}{2}at_1^2$，得：

$t_1=\sqrt{\frac{14x}{a}}=\sqrt{\frac{14x\cdot t^2}{2x}}$，$t_1=\sqrt{7}\,t$

通过6节车厢的位移：$6x=\frac{1}{2}at_2^2$

$t_2=\sqrt{\frac{12x}{a}}=\sqrt{\frac{12s\,t^2}{2s}}$，$t_2=\sqrt{6}\,t$

所以第七节车厢所经历的时间为 Δt，

则 $\Delta t=(\sqrt{7}-\sqrt{6})\times 4=0.78\ (s)$

11. 一石子从高楼的平台上以初速度为 $v_0=14.7\ (m\cdot s^{-1})$ 沿直向上抛出，当其达到最高点后正好沿楼的墙边而下，试求：

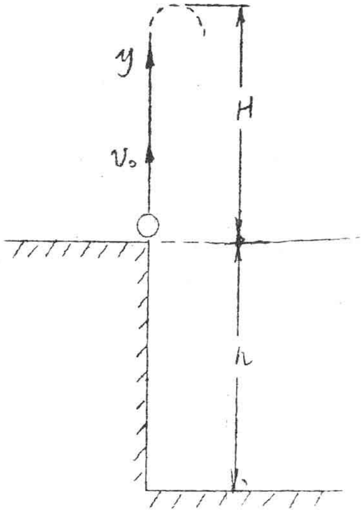
(1) 石子到达最大高度H和所经历的时间；

(2) 自开始抛出，至第2秒末时，石子的位置、速度以及速

度的方向；

(3) 已知平台离地面的高度为 $49m$，石子落地时的速度和所经历的时间各是多少？

解：(1) 取平台为坐标原点 O，y 轴向上为正。设最高点离平台的高为 H，所经历的时间为 t_H，则其运动方程为：



题 1-1—11 图

$$y-y_0=v_0t_H+\frac{1}{2}at_H^2$$

由已知条件，$y_0=0$，$y=H$，$a=-g$

则有：
$$y=H=v_0t_H-\frac{1}{2}gt_H^2$$

当石子到达最高时，$v_t=0$，

$$0=v_0^2-2gH$$

所以：
$$H=\frac{v_0^2}{2g}=\frac{14.7^2}{2\times9.8}=11.025\ (m)$$

t_H 可由
$$\left.\begin{cases}H=v_0t_H-\frac{1}{2}gt_H^2\\ H=\frac{v_0^2}{2g}\end{cases}\right\}$$
两式求得：

$$\frac{v_0^2}{2g}=v_0t_H-\frac{1}{2}gt_H^2$$

则有：
$$gt_H^2-2v_0t_H+\frac{v_0^2}{g}=0$$

解得：
$$t_H=\frac{+2v_0\pm\sqrt{4v_0^2-4v_0^2}}{2g}$$

$$=\frac{v_0}{g}=\frac{14.7}{9.8}=1.5\ (S)$$

也可从
$$0=v_H=v_0-gt_H$$

得
$$t_H=\frac{v_0}{g}=\frac{14.7}{9.8}=1.5\ (S)$$

(2) 2 秒末时石子的位置和速度分别为：

12.

$$y_{t=2}=v_0t-\frac{1}{2}gt^2=14.7\times2-\frac{1}{2}\times9.8\times2^2$$

$$=9.8\,(m)$$

正号说明石子在平台之上方，距平台9.8m处，此时的速度为：

$$v_{t=2}=\frac{dy}{dt}=v_0-gt=14.7-19.6$$

$$=-4.9\ (m\cdot s^{-1})$$

负号说明石子的运动方向竖直向下，即 $v_{t=2}$ 的方向与 y 轴正向相反。

(3) 重新建立坐标系，取地面为坐标原点。

则 $y_0=h=49\,(m)$

由 $y-y_0=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$

落地时，$y=0$，则有 $-h=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$

上式改写成： $gt^2-2v_0t-2h=0$

解得： $t=5\,(s)$，（$t=-2s$，舍去）

石子落地时的速度为 $v=v_0-gt=14.7-9.8\times5=-34.2\ (m\cdot s^{-1})$

负号说明石子的速度与 y 轴正向相反。

12. 一质点作曲线运动，有下面两种说法：(1)质点曲线运动时，必定有加速度，加速度的法向分量必定不为零；(2)质点作曲线运动时，其速度的方向必定沿轨道的切线方向和法向速度恒为零，其法向加速度也必定为零。试判断它们是否正确。

解：(1)是对的，因质点作曲线运动，速度的方向是时刻在改变着的，所以加速度的法向分量不为零（加速度的法向分量起着改变速度方向的作用），所以有加速度。(2)的说法有对及不对的地方，正确的说法应该是，质点作曲线运动时，其速度的方向必定沿轨道的切线方向，所以法向速度恒为零，但其法向加速度不为零，理由见(1)所述。

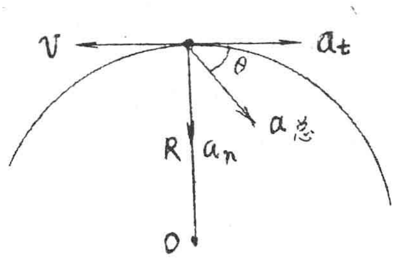
13. 一列火车在轨道上作减速运动。其轨道半径为400米(m)，火车的速度为每秒10米（$m\cdot s^{-1}$），切向加速度为每秒每秒0.2米

$(m\cdot s^{-2})$，方向与速度的方向相反。试求

(1) 此时刻火车的法向加速度和总加速度。

(2) 总加速度方向与速度方向所成的夹角。

解：根据已知条件，作出火车在轨道上运动的图如题1-1—13图所示，



题1-1—13 图

$$a_t = 0.2\ (m\cdot s^{-2})$$
$$v = 10.0\ (m\cdot s^{-1})$$
$$R = 400\ (m)$$

其法向加速度为：

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{10.0^2}{400} = 0.25\ (m\cdot s^{-2})$$

总加速度为：

$$a_总 = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.25^2}$$
$$= 0.32\ (m\cdot s^{-2})$$

设 $\vec{a}_总$ 与 $\vec{v}$ 的夹角为 θ'，则由

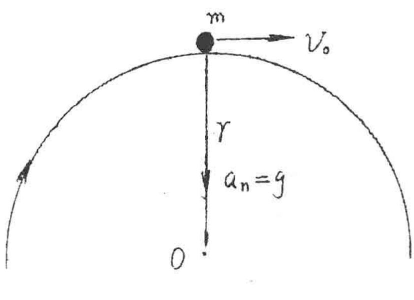
$$tg\theta = \frac{a_n}{a_t} = \frac{0.25}{0.2} = 1.25$$

$$\theta = 51°20'$$

$$\therefore\ \theta' = 180° - 51°20' = 128°40'$$

(14) 一个质点静止于半径为 r 的半球顶点上。试求为使质点脱离半球而不沿半球滑下所必须给予此质点的最小的水平速度应是多少？

解：根据已知条件作出质点在半球顶点上的图示，见题1-1—14图。



题1-1—14 图

当速度 v_0 增大到刚好可使质点不沿圆周运动时，也就是说当使得球面对质点运动无影响时，其法向加速度

正好等于质点的重力加速度，即：

$$a_n = g$$

此后，当 $v > v_0$ 时，所需要的法向加速度必定大于重力加速度 g，但此时最大只能等于 g，所以，在这种情况下，质点必定脱离圆周而作抛体运动。那么，开始脱离圆周的最小速度，可从法向加速度公式 a_n 求得，即：

$$a_n = g = \frac{v_0^2}{r}$$

所以 $v_0 = \sqrt{rg}$ $(m \cdot s^{-1})$

即质点最小的水平速度应是 $v_0 = \sqrt{rg}$ $m \cdot s^{-1}$ 。

15. 一辆汽车沿 x 轴作直线运动，其运动方程为 $x = bt - ct^2$，式中的 b、c 均为正整数恒量。试求：

(1) 汽车的速度和加速度与时间 t 的函数关系。

(2) 以 t 为横坐标，以 x、v、a 分别为纵坐标，作出位移 $x \sim$ 时间 t 的曲线图；速度 $v \sim$ 时间 t 的曲线图和加速度 $a \sim$ 时间 t 的曲线图。

(3) 试问：$x \sim t$、$v \sim t$ 的曲线上任一点的切线斜率各表示什么意义？

(4) 汽车在运动过程中，从时刻 t_1 到 t_2 这一段时间内，$v \sim t$、$a \sim t$ 的曲线与横坐标轴所围成的面积各表示什么物理意义？

解：(1) 将汽车的运动方程对时间的一阶导数得到它的速度为：

$$v = \frac{dx}{dt} = b - 2ct$$

汽车的速度对时间的一阶导数，得到其加速度为：

$$a = \frac{dv}{dt} = -2c$$

(2) 汽车运动的 $x \sim t$ 曲线，$v \sim t$ 曲线以及 $a \sim t$ 曲线如图，题 1-1-15 图的 (a)、(b)、(c) 所示。

(3) $x \sim t$ 曲线和 $v \sim t$ 曲线上一点的斜率分别代表其相