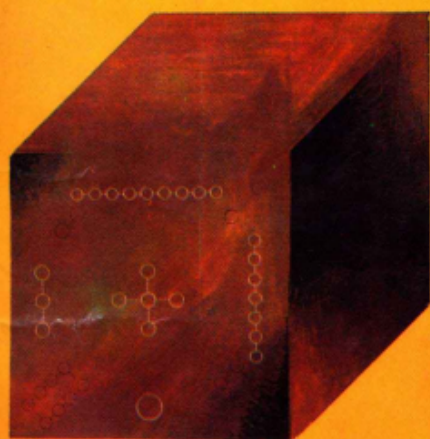


ZHILIWANGGUO HUAN
FANGYUMOSHUZHEN

智力 王国

幻方与魔数阵

施学良 著



古今中外·幻方大全·科学性·趣味性·实用性·史料性



ISBN 7-80583-609-4



9 787805 836096 >

ISBN7-80583-609-4/G·603 定价:(平装)70 元

智 力 王 国

——幻方与魔数阵

施学良 著

贵州教育出版社

智力王国——幻方与魔数阵

作者 施学良

贵州教育出版社出版发行

(贵阳市中华北路 289 号)

贵州煤田地质局地测大队印刷厂印刷

(都匀市剑江北路 37 号)

787×1092 毫米 16 开 40 印张 960 千字

印数 精装 100 册；平装 900 册

1995 年 10 月第一版 1995 年 10 月第一次印刷

ISBN7-80583-609-4/G·603 定价：70 元；精 85 元

献 给

黔南布依族苗族自治州

成立四十周年

中华幻方
智力王国
数海奇观
拍案称绝

王朝文

一九九五年九月

中共中央委员、全国人大民族委员会主任、贵州省人大常委会委员会主任 王朝文题词

加强科学研究
发展黔南经济

李培书

九月二十日
一九五五年

中共黔南布依族苗族自治州委员会书记 李培书题词

推广应用新科研成果
促进黔南经济发展

兰天权九五年十月

内 容 提 要

幻方是中国的发明，源于两千多年前的《洛书》，宋称纵横图，西名 Magic square。近代幻方已从平面发展到了立体，除正方形和立方形外，还出现了非正方形和非立方体的图形，著者分门别类，使成体系，统称之为魔数阵。

本书荟萃古今中外幻方与魔数阵，附图千幅，千姿百态，琳琅满目。书中包括有著者的最新研究成果：在平面幻方方面，研究解决了多重幻方（二次、三次及三次以上的奇阶和偶阶高次方和幻方）和和积幻方的构造方法，这是目前平面幻方的最高形式；在立体幻阵方面，研究设计了各种正多面体和复合多面体数阵，从而建立了立体幻阵系列。

随着现代科学技术的蓬勃发展，幻方与魔数阵已发展成为内容丰富、有自己特色的并已进入理论与应用范围的严谨科学，它是新兴的数学分支组合数学的重要组成部分，在计算机科学、信息编码、程序设计、实验设计、人工智能、图论等方面有着越来越广泛的应用。著者建立的多水平正交设计法是优选法正交设计的新法，可用较少的试验次数获得满意的试验结果，对科学实验有重要意义。

幻方与魔数阵又是整数理论的丰富宝库，是学习掌握整数理论的理想教材。书内附录有目前我国公开出版物中最大的素数表，是数学教学必备的常用数表。它还是一种世界公认的不可思议的益智游戏，书中介绍的拼块游戏、移块游戏和砌块游戏，对青少年开发智力有莫大裨益。本书还根据幻方、魔数阵与美学之间的联系，对幻方建筑艺术作了论述，是装饰建材企业和建筑部门设计、施工不可或缺的参考资料。《河图》和《洛书》是《周易》象数之学的数理基础，本书的出版将对易学的数理研究产生积极影响。

本书具有科学性、知识性、趣味性、实用性和资料性的特点，可供幻方与魔数阵研究者和爱好者、科研技术人员、大中专院校教师和广大青少年学生阅读。

序 言

幻方是中国古代数学中比较特殊的一个门类。它所具有的美妙神奇、变化无穷的特性，令人爱不释手，被誉为一种不可思议的数学益智游戏。随着现代科学技术的日新月异，这门古老的数学学科又焕发出新的活力，发展成为新兴的数学分支组合数学的重要组成部分。

施学良同志博考百籍，荟萃中外，写成《智力王国——幻方与魔数阵》一书，这是建国以来出版的兼论幻方与魔数阵的内容很丰富的著述，对我国组合数学的发展，是一个贡献。

该书史料翔实，论述严密，既吸收了古今数学家们的幻方研究的主要成果，也包括了著者的研究心得，著者设计的构造多重幻方（二次、三次及三次以上的奇阶和偶阶高次方和幻方）和和积幻方的方法将已有成果向前推进了一大步，所构造的立体魔数阵系列，为幻方研究开辟了一个新的领域。此外，他在正交设计、幻方益智游戏、幻方艺术等方面的论述，也颇有潜在的价值。

幻方和魔数阵的设计和求解，需要运用奇数与偶数、素数与合数、约数与倍数、整数与同余、数列与级数等整数基础理论和数的平衡与数矩、互补与置换、排列与组合、抽屉原则、容斥原理、数学归纳等数学方法。掌握巧妙的幻方和魔数阵构造方法，有助于提高综合、分析、推理、演绎、归纳等思维能力和数学解题能力。《智力王国——幻方与魔数阵》一书无疑是学习整数理论的理想读物。因此，我特别向广大读者热忱推荐这本书。

王元
1994.10.14



作者施学良，上海市人，1933年10月生。1951年参军，中央军委三都干部学校英语专业本科毕业，天津大学机械制造工艺专业本科毕业。工程师。先后在电子工业部天津实验工厂、凯旋机械厂、南华仪器厂和长红机器厂任厂部办公室副主任、计划科长、生产处副处长、厂长等职。1983年任都匀市代理市长，1984年当选为市长，1986年全国市长研究班毕业，1987年再次当选为市长。1990年调任黔南州经济体制改革委员会常务副主任。发表有20余篇学术论文，本书为作者兼论幻方与魔数阵的组合数学专著。

前言

我国著名数学家陈景润在他编写的《组合教学》（1983年出版）一书的序言中写道：“组合数学是一门新兴的数学分支，它研究有关离散对象在各种约束条件下的安排和配置的问题；它在理论上与数论、代数学、函数论、概率统计等有密切的关系，在国防工业、物理、化学、生物、计算机科学、空间技术、信息编码、物质结构、遗传工程、实验设计、管理科学、人工智能等二十多个领域内都有重要的应用。因而，成为受到普遍重视的学科。”

“组合数学具有悠久的历史，现在世界上许多组合数学家认为中国是先期组合数学的发源地，这门古老的学问之所以焕发出新的活力，主要是由于计算机的出现和计算机科学的蓬勃发展，提出了一系列传统数学无法解决的理论和实际问题，这促使数学工作者以现代的理论和方法，把组合数学建立在全新的基础之上，成为计算机科学发展的一个不可分割的组成部分。因此，组合数学的发展，对于我国科学技术现代化，具有重要的现实意义。”

陈景润所说的先期组合数学，指的就是中国两千多年前发明的《洛书》，《洛书》是世界上最早的幻方。

自我国宋代数学家杨辉把《洛书》命名为纵横图，并作为数的组合问题加以深入研究开始，经丁易东、程大位、王文素、张潮、保其寿等历代数学家数百年的不懈努力，创作出了种类繁多的数阵，取得了一系列重要研究成果。纵横图由正方形发展到了多边形，由平面形发展到了立体形，由直线形发展到了曲线形，亦即从一般幻方发展到了魔数阵，对近代组合数学的形成和发展作出了巨大的贡献。

西方发现幻方虽然晚于我国，但在幻方研究方面也取得了重要成果。1901年法国人里

列创造的二次和幻方及随后出现的三次和幻方，使平面幻方数的组合达到了一个新的高度，标志着源于中国的幻方已经走向世界。随着现代科学的日益进步，幻方和魔数阵已逐步发展成为内容丰富，有自己鲜明特色，且已进入理论和应用范围的一门严谨的学科，成为新兴的数学新支——组合数学的一个重要组成部分。

我从小爱好数学，长期研究幻方。从1990年开始，历时四年，将研究成果整理成书。本书集古今中外幻方和魔数阵之大成，也包括了笔者的一些研究成果，主要有：

1. 在平面幻方方面，研究解决了多重幻方（二次、三次及三次以上的奇阶和偶阶高次方和幻方）和和积幻方的构造方法，这是目前平面幻方的最高形式。

2. 在幻方设计方面，创造了四方易位法、十字法、斜正易位法、差动易位法等十多种构造幻方的新法，并建立了构造完美幻方（全对角线幻方）、同心幻方和角幻方等优化幻方的一般方法。

3. 在立体幻阵方面，研究创作了各种正多面体和复合多面体幻阵，从而建立了完整的立体幻阵体系。

4. 在幻方应用方面，研究提出了多水平正交设计法，对多水平的实验可用较少的试验次数获得满意的试验结果。对幻方与魔数阵游戏作了全面、系统的论述。揭示了幻方、魔数阵与美学之间的联系，对幻方与魔数阵在建筑艺术上的应用提出了构思。

上述研究成果，特别是多重幻方的最新研究成果表明，我国在幻方研究方面已处于世界领先地位。本书对促进幻方与魔数阵的进一步深入研究和近代组合数学的发展，能有微薄贡献，我感到莫大欣慰。

本书的写作出版，得到了贵州省、黔南州各级领导的亲切关怀，中共中央委员、全国人大民族委员会主任、贵州省人大常委会主任王朝文、中共黔南州委书记李培书、黔南州州长兰天权为本书题了词；得到了贵州大学名誉校长李祥教授的热心指导，并为本书作了序；得到了黔南州常务副州长胡品荣，贵州省出版局副局长、贵州教育出版社副社长、本书顾问张继泽，黔南州土地管理局局长梁厚荣的热忱帮助；得到了贵州省、黔南州科学技术委员会的热情鼓励；得到了黔南州企业家协会及社会各界许多好友的积极支持。

此外，时雅琴、冉太模、张文富、黄培庄、赵杰平、施向红、李庆华、施向阳、施向春等同志为本书制图、作题、计算、校阅和联系出版事宜，做了大量工作。现借本书出版之机，对他们表示衷心的感谢！本书写作过程中，还参考了许多专家、学者的专著，吸取了他们的研究成果，也一并致谢！

笔者不是一个数学专业工作者，对组合数学的理论研究不深，书中不妥或错误之处在所难免，殷切期望专家、学者和广大读者赐教和指正。

目 录

第一章 绪论	1
§ 1 幻方的起源	1
§ 2 河图、洛书与周易象数之学	4
§ 3 幻方发展简史	9
§ 4 从幻方到魔数阵	26
第二章 平面幻方构造法 (一)	28
§ 1 平面幻方概述	28
§ 2 斜向对称易位构造法	32
§ 3 中心对称易位构造法	34
§ 4 原方变序构造法	36
§ 5 二阶方阵易位构造法	40
§ 6 十字构造法	52
§ 7 分组跳步构造法	60
§ 8 互补数配对构造法	81
1. 中心对称配对法	86
2. 二阶方阵斜向配对法	91
3. 杨辉百子图构造法之研究	95
第三章 平面幻方构造法 (二)	103
§ 1 四方易位构造法	103
§ 2 三向易位构造法	108
§ 3 行列对称易位构造法	149
§ 4 互补数易位构造法	154
§ 5 正交方阵构造法	162
1. 拉丁方阵简介	162
2. 幻方之正交方阵构造法原理	167

3. 幻方合成方法	168
4. 幻方合成的公式计算法	173
5. 魔和方阵	176
6. 用正交法构造 4 阶幻方	182
第四章 平面幻方的优化	195
§1 完美幻方(全对角线幻方)	195
1. 4 阶完美幻方构造法	196
2. $n > 4$ 的双偶阶完美幻方构造法	198
3. 奇阶完美幻方直步构造法	199
§2 同心幻方	204
1. 奇阶同心幻方构造法	204
2. 偶阶同心幻方构造法	209
§3 角幻方	213
1. 奇阶角幻方构造法	215
2. 偶阶角幻方构造法	225
§4 子母幻方	232
1. 混合幻方	233
2. 复合幻方	233
3. 完美正方形幻方	237
§5 马步幻方	243
§6 数形美幻方	246
第五章 多重幻方	251
§1 平方和幻方(双重幻方)	251
§2 三次方和幻方(三重幻方)	291
1. 64 阶三次和幻方	291
2. 32 阶三次和幻方	306
3. 奇阶三次和幻方	312
§3 4 次及 4 次以上多重幻方	322
§4 多线魔和幻方	322
第六章 平面幻方的特性	331
§1 魔和	331
§2 平方和	335
§3 循环积和	339
§4 两两相乘和	341
§5 数矩和	343

§ 6 递增和	350
§ 7 正交和	355
第七章 构造幻方的元素和数列	363
§ 1 幻方的元素	363
§ 2 幻方的数列	368
§ 3 素数幻方	372
§ 4 积幻方	387
§ 5 和积幻方	389
1. 偶阶和积幻方构造法	389
2. 奇阶和积幻方构造法	416
第八章 非正方形平面幻阵	417
§ 1 多边形平面幻阵	417
§ 2 幻六角	438
§ 3 幻星	443
§ 4 周径幻阵	445
§ 5 幻圆	447
§ 6 花图(花形幻阵)	452
§ 7 汉字幻阵	455
第九章 立体幻方	457
§ 1 幻立方一——线立方	458
§ 2 幻立方二——面立方	463
§ 3 幻立方三——体立方	466
1. 奇阶体立方构造法	467
2. 双偶阶体立方构造法	507
3. 单偶阶体立方构造法	529
§ 4 正交设计	537
第十章 非立方体立体幻阵	545
§ 1 幻四面体	545
§ 2 幻八面体	548
§ 3 幻二十面体	554
§ 4 幻十二面体	556
§ 5 幻菱面体	558
§ 6 幻复合面体	560
§ 7 幻球	564

第十一章 幻方和魔数阵游戏	569
§ 1 造方和填数游戏	570
1. 造方游戏	570
2. 填数游戏	570
3. 猜数游戏	573
§ 2 拼块游戏积木	575
§ 3 移块游戏	576
1. “重排九宫”和“重排十六宫”	576
2. 华容道	578
3. 魔柱和魔方块	584
§ 4 砌块游戏	585
1. 砌块简介	585
2. 砌块拆方游戏	590
第十二章 魔数阵与建筑艺术	593
§ 1 平面图案	593
§ 2 立体图案	599
§ 3 卦符图案	601
附录一 880 式 4 阶幻方	605
附录二 30030 以内素数表	617
主要参考文献	629
后记	630

第一章 绪 论

§1 幻方的起源

我们伟大的祖国历史悠久，五千年华夏文化源远流长。

人类的文明史是人类物质文明和精神文明的发展史。在人类的知识宝库中，有自然科学、社会科学和哲学三大类知识体系。数学属于自然科学，又是各类科学的重要工具，数文化是物质文化和精神文化的共同基础。

中国是世界上数文化历史最长的国家。据史考，在中国西安半坡遗址中，发现有多种类型的陶器和许多刻有数字符号的陶片，研究表明，约公元前 4000 年的中国半坡人已具有圆、圆柱、圆台、同心圆、球等几何概念，并初步掌握了一定数量的自然数，这比甲骨文字的出现要早 2600 年，比“黄帝时代”也要早 1300 年。中国古代发明的幻方，则把世界带入了一个深邃莫测的数学智力王国。

幻方的发明，可以追溯到中国远古的神话时代。相传距今四千多年前，伏羲氏统治天下，有一匹龙马从黄河里跃出，背驮一幅图画献给他，这幅图画叫做《河图》。在夏禹治洪功成之时，有一只神龟从洛水（即今北洛河，发源于陕西省定边县东南的白於山，流经保安、甘泉、鄜县、朝邑，入黄河）中浮出，背负一张书画献给他，这张书画叫做《洛书》。此《洛书》就是世界上最早出现的幻方，《河图》则是另一形式的幻方。据传《河图》是青色的，《洛书》是红色的。

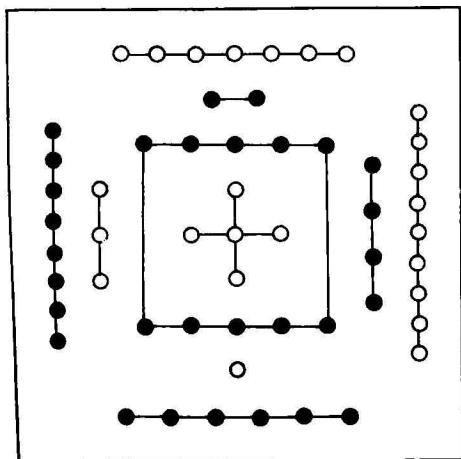


图 1

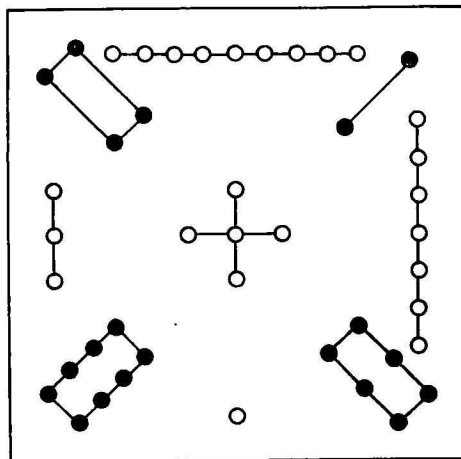


图 2