

数学建模竞赛

——获奖论文精选与点评

(第二卷)

主 编 韩中庚

副主编 马晓军 胡宗云



科学出版社

数学建模竞赛

——获奖论文精选与点评

(第二卷)

主 编 韩中庚

副主编 马晓军 胡宗云

科学出版社

北 京

序

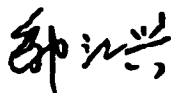
随着教育转型的推进,培养具有创新精神和创新能力的高素质复合型人才,现已成为高校教育改革、人才培养的共同目标,也是我国实现“科教兴国”基本国策的客观要求,创新教育已成为高等教育的核心.中国自改革开放以来,在“科学技术是第一生产力”的方针指引下,发展科学技术,培养人才是关键.高校作为人才培养的基地,围绕加快培养创新型人才这个主题,积极探索教学改革之路是广大教育工作者所面临的一项重要任务.正是在这种形势下,数学建模与数学建模竞赛这个新生事物一出现,就受到了各级教育管理部门的关心和重视,也得到了科技界和教育界的普遍关注.

近二十年的教学实践雄辩地证明,数学建模的教学与竞赛活动在高等学校创新教育中具有重要的地位和作用,数学建模是数学知识和应用能力共同提高的桥梁;是启迪创新意识和创新思维、锻炼创新能力、培养创新人才的一条重要途径;也是激发学生学习兴趣,培养研究探索意识、锐意进取学风和团结协作精神的有力措施.数学建模的教学和竞赛活动是近些年来最成功、最有影响力的一项教学改革实践活动,是培养大学生创新思维 and 创新能力的一种重要方法,也对所提倡的素质教育有重要贡献.

二十年来,数学建模等相关课程的教学和实践活动,为大学的数学基础课教学改革找到了一个强有力的突破口,以数学建模为主题内容的数学教学改革成果层出不穷.解放军信息工程大学是开展数学建模课程教学和组织数学建模竞赛活动较早的学校之一.在各级领导的关心支持下,通过以本书主编韩中庚教授为代表的教师团队的辛勤工作,在校园营造出了领导关心数学建模、教师支持数学建模、学生喜爱数学建模的良好氛围,数学建模已经成为在校大学生科技创新活动的重要组成部分.我校在数学建模课程教学,参加大学生数学建模竞赛,乃至数学教学改革等方面都取得了突出的成绩.通过数学建模活动我校为部队和地方培养了一大批具有创新精神、创新意识和创新能力的高素质人才,他们都受到了用人单位的好评与重用.

本书收录的 18 篇获奖论文,都是我校信息工程学院学员近 6 年在全国大学生数学建模竞赛中获一等奖的论文.这些论文都是在校大学生在三天之内完成的,所解决的问题涉及多个领域的实际问题,思路清晰,方法各异;文字简练,表述准确;语言流畅,语义完整.字里行间,反映出了同学们具有广泛的知识面、扎实的数学功底、解决实际问题的综合技能和科研创新的综合能力.同学们所取得的成绩也包

含着广大教师的心血和汗水. 本书主编韩中庚教授, 二十年如一日, 在数学建模的教学、应用研究和组织竞赛活动中, 勤勤恳恳、默默奉献、积极探索、勇挑重担、著作等身、成绩骄人. 副主编马晓军副教授、胡宗云副教授及所有参编者都是信息工程学院数学建模教学和竞赛活动的直接组织者, 也为数学建模的教学和实践做出了很大贡献. 希望本书的出版, 能够进一步扩大受益面, 提高数学建模的水平, 促进数学建模活动的健康有序发展, 培养出更多的高素质创新人才.



中国工程院院士
解放军信息工程大学校长
2012 年 5 月于郑州

前 言

全国大学生数学建模竞赛以辉煌的成绩走过了 20 个年头. 20 年的征程岁月里, 从无到有, 从小到大, 不断发展, 全国大学生数学建模竞赛现已成为大学校园里参与人数最多、受益面最广的科技竞赛活动, 2011 年参赛队数达到 1251 所高校的 19490 队, 近 6 万名在校大学生参赛. 目前, 就数学建模竞赛活动而言, 已经形成了包括全国竞赛、美国竞赛, 面向全国高校的“电工杯”数学建模竞赛、统计数学建模竞赛、华东地区邀请赛、苏北地区联赛、东北地区联赛、华中地区邀请赛、全军院校军事建模竞赛等多种不同规模和区域性的数学建模竞赛, 以及各学校的竞赛活动, 充分体现了数学建模的魅力, 也说明了数学建模活动在大学教学改革和人才培养中的作用和地位. 前教育部副部长周远清教授曾指出: “数学建模竞赛是涉及多学科的比赛, 是培养学生知识、能力与素质相结合的赛事, 是促进教学改革与人才培养相结合的赛事.”

全国大学生数学建模竞赛活动为了推动高校的教学改革、更好地培养学生解决实际问题的能力和创造精神, 是由国家教育部高教司直接组织领导, 面向全国高校的规模最大、参与院校最多、涉及面最广的一项科技竞赛活动. 竞赛的宗旨是“创新意识, 团队精神; 重在参与, 公平竞争”. 也正是数学建模活动的深入开展, 积极地推动了大学数学教学改革地开展, 并已取得了显著的成果. 数学建模的教学和竞赛活动有利于人才的培养, 特别是在人才的综合能力、创新意识、科研素质的培养过程中的作用和地位已被人们所认识. 正因为如此, 数学建模活动的实际效果正在不断地显现出来, “数学建模的人才”和“数学建模的能力”正在实际工作中发挥着积极的作用. 数学建模活动的发展前景是无限的, 数学建模的人才一定会大有作为.

解放军信息工程大学信息工程学院自 1992 年开展数学建模活动以来, 在大学和学院各级领导的关心指导下, 组织学生参加全国大学生数学建模竞赛, 共获得全国一等奖 40 多项, 全国二等奖 50 多项, 省一等奖 200 余项. 目前, 在信息工程学院内已形成了一个领导关心数学建模、教师支持数学建模、学生喜欢参与数学建模的良好氛围. 在这样的氛围之下, 数学建模已成为一项重要的第二课堂活动. 以学生为主体; 以兴趣小组为单位; 以讨论班为活动形式; 以老生带新生, 老生传新生的传统, 使得数学建模成为校园里的一项群众性的科技活动. 这也为参加大学生数学建模竞赛取得好成绩打下了坚实的基础. 多年来, 在数学建模的教学、竞赛的组织方法和技巧、论文的写作风格等方面都总结出一套成功的经验, 得到了专家和同行们的充分肯定和高度评价. 我们于 2006 年编辑出版了《数学建模竞赛——获奖论文

精选与点评》(下简称“第一卷”)一书,收录了信息工程学院 2006 年之前的 19 篇获奖论文,产生了很好效果和影响力.应同行和广大读者的建议与要求,将 2006~2011 年解放军信息工程大学信息工程学院在全国大学生数学建模竞赛中获全国一等奖论文加工整理成第二卷,与第一卷的内容没有交叉.第二卷共收入了 18 篇获全国大学生数学建模竞赛一等奖的论文,每篇论文的风格相近,方法各异,各有特色,很值得广大参加数学建模活动的广大师生参考借鉴.同时,收录了本书主编作为命题人撰写的两篇综合评述文章,结合学生的参赛论文更有利于全面地学习和把握竞赛的问题.

为了保证全书的系统性和完整性,本书所收录的论文在原参赛获奖论文的基础上,对论文进行了统一的编排整理,但论文的主体内容、基本模型、建模方法、计算数据和结果、论文结构等都保持了论文的原貌.在每篇论文的最后,编者都给出了简要点评,可供读者在学习时参考.本书可供从事数学建模教学工作的教师参考,特别是对全国大学生数学建模竞赛培训活动的指导教师和在校学生有一定的参考价值,也可以供从事相关教学和应用研究工作的人员参考.

本书主编韩中庚,副主编马晓军、胡宗云,参编人员杜剑平、张秀钢、刘靖旭、赵涛、金晓磊、雷明.所有参编人员从组织选材、编辑修改、分析点评、排版打印到审核校对等都做了大量的工作.中国工程院院士、解放军信息工程大学校长邬江兴教授,多年来一直关心支持数学建模工作,非常支持本书的编辑出版,并在百忙之中为本书作序.作为本书第一卷的副主编,信息工程大学训练部部长宋明武教授也一直关心该书的编辑出版工作.本书的出版得到了解放军信息工程大学及信息工程学院各级领导的关心指导,同时也得到了机关各部门及相关各系的支持,特别是得到了学院训练部的大力支持和资助;信息工程学院竞赛获奖的学员都给予了大力的配合.在此,对他们的关心、支持和帮助一并表示衷心的感谢.在这里还要感谢多年来同我们一起并肩战斗过的同事,以及所有参加过数学建模竞赛活动的同学们,感谢他们的充分合作和付出的努力.同时,我们更要感谢科学出版社责任编辑卓越高效的工作.愿这本书作为献给全国大学生数学建模竞赛二十周年的一份礼物,能够对大学生数学建模竞赛活动的健康发展起到一点促进作用.

由于时间仓促,编者水平有限,书中肯定有许多不妥之处,敬请批评指正.

编 者

2012 年 5 月

目 录

序

前言

第 1 篇	出版社书号资源的优化配置模型	1
第 2 篇	出版社资源配置的博弈模型	27
第 3 篇	艾滋病疗法评价与疗效预测模型	47
第 4 篇	中国人口发展的预测模型	65
第 5 篇	公交线路的最优选择模型	82
第 6 篇	数码相机精确定位的数学模型	98
第 7 篇	高等教育学费标准的数学模型	118
第 8 篇	制动器试验台的控制方法评价与设计模型	141
第 9 篇	基于排队论的眼科病床安排模型	160
第 10 篇	眼科病床安排的优化模型	188
第 11 篇	储油罐的变位识别与罐容表标定模型	215
第 12 篇	基于微积分的储油罐变位识别与罐容表标定模型	234
第 13 篇	基于双层小世界模型的世博会影响力模型	255
第 14 篇	世博会对市民幸福指数影响的模型	283
第 15 篇	城市表层土壤重金属污染分析模型	303
第 16 篇	基于遗传算法的土壤重金属污染分析模型	332
第 17 篇	交巡警服务平台最佳设置与调度模型	359
第 18 篇	交巡警服务平台的优化设置与调度模型	376
第 19 篇	储油罐的变位识别与罐容表标定模型与评述	396
第 20 篇	交巡警平台的设置与调度优化模型及评述	412
附录	中国大学生数学建模竞赛题 (2006~2011)	426

第1篇 出版社书号资源的优化配置模型*

摘要 本文围绕着出版社的书号资源分配问题进行讨论,建立了一次优化配置和二次优化配置两种配置模型.利用统计理论、灰色系统理论、层次分析和整数规划等方法分别建立配置模型,给出了资源的配置方案.并对这两种配置模型进行比较,分析其优劣性.

首先,通过对A出版社的结构进行分析,确定出版社为两层结构(总社、分社),其资源配置方案可分为总社直接将书号分配到课程的一次分配方案和总社将书号分配到分社、再由分社将书号分到课程的二次分配方案.

然后,考查总社在分配书号时所关注的信息(申请书信息、人力资源信息和市场信息),并对各类信息进行处理和量化分析;通过对历年数据的统计,可知近期总社每年的书号资源数是固定的,均为500个;根据历史数据,用灰色预测方法预测出各门课程的市场需求、市场占有率、每个书号的平均销售量、计划准确度和各分社的人力资源等数据.接下来,建立一次分配模型和两次分配模型:

在一次优化配置模型中,总社直接对每门课程分配书号.考虑到分配书号的目的是利用有限资源获得最好的经济效益,因此建立以经济效益最大为目标的整数规划模型,并用各类信息作为其约束条件.注意到数学类学科获得的书号数总是大于其生产能力的,考虑到可以通过加班的方式超负荷工作来增加其生产能力.因此对人力资源的约束采用软约束,取最高允许超出率为28%.用Lingo求解,得到具体的分配方案,对应销售额最优解为2992.5万元.对属于同一科目的课程所分配的书号数进行加和,即可得到各分社所分配到的书号数目分别为(63, 44, 154, 71, 72, 35, 16, 22, 24).

在二次优化配置模型中,总社不考虑分配给每门课程的书号个数,而是将书号分配给各分社,由分社经过再次分配,将书号分配给其所属课程.根据总社对各分社支持力度的不同,对书号进行分配.首先,不考虑总社对强势分社的支持,即总社对各分社支持力度相同,则对分社的批复率均值为63.7%;然后考虑总社对强势分社的支持,根据对支持力度的预测,对各分社批复率进行调整,得到总社对强势分社增加支持的条件下各分社申请批复率.将批复率与申请的书号个数相乘,并对其值进行调整得各分社的分配方案,则各分社的书号个数分别为(76, 39, 143, 83, 42, 45, 24, 25, 23).然后,各分社对其书号进行二次分配,以其经济效益最大为目标,以各类信

*本篇是根据解放军信息工程大学信息工程学院王科人、王军杰、王小哲2006年获全国竞赛一等奖的论文整理.

息作为约束建立整数规划模型, 分别进行求解, 并对各分社的最优销售额进行加和, 则可得总销售额为 2578.5 万元.

通过对这两个模型进行比较分析知, 一次优化模型的经济效益高于二次优化模型, 但在一次优化模型中, 总社对各门课程的限制, 不利于分社根据自身情况进行调整.

最后, 利用一次优化模型对 2007 年的分配方案进行预测, 并对未来的发展趋势进行分析, 依此给出版社提出建议, 并对模型作出了分析与评价.

关键词 量化分析; 灰色预测; 整数规划; 资源配置; 优化模型

1. 问题的重述

出版社的资源都捆绑在书号上, 经过各个部门的合理利用和运作, 形成资源的成本和利润.

对于某个以教材类出版物为主的出版社, 总社每年需要针对各分社提交的生产计划申请书、人力资源情况和市场信息的分析情况, 将总量一定的书号资源合理地分配给各个分社, 使出版的教材产生最大的经济效益. 事实上, 由于各个分社提交的需求书号总量远大于总社的书号总量, 因此总社一般以增加强势产品支持力度的原则优化资源配置. 资源配置完成后, 各个分社 (分社以学科划分) 根据分配到的书号数量, 再重新对学科所属每门课程制定出版计划, 付诸实施.

由于市场信息 (主要是需求与竞争力) 通常是不完全的, 企业自身的数据收集和积累也不足, 在这种情况下的决策问题是我国企业普遍存在的问题.

问题的附录中给出了该出版社所掌握的一些数据资料, 请根据这些数据资料, 利用数学建模的方法, 在信息不足的条件下, 提出以量化分析为基础的资源 (书号) 配置方法, 给出一个明确的分配方案, 向出版社提供有益的建议.

2. 问题的分析

该问题要求对 A 出版社的书号资源进行优化配置.

首先已知 A 出版社的书号总量数是固定的, 需要确定该数值为多少. 已知出版社的各项资源都捆绑在书号上, 由书号的优化配置来实现资源的优化配置. 通过对 2004~2005 年各门课程所分配的书号数进行统计分析, 发现该出版社每年的书号资源应为 500 个.

然后对 A 出版社的结构和分配书号的过程进行分析, 不难看出, 该出版社为一个二层结构, 即总社与分社 (9 个). 其资源的分配过程为两次分配: 其中每年由分

社提出申请,总社根据各分社的申请、市场情况等因素对书号资源数进行第一次分配;在各分社得到书号后,根据自身的情况再进行第二次分配给各门课程。

考虑到总社在第一次分配的细节问题,可考虑总社将书号具体按每门课程分配和将书号按分社分配的两种情况:

(1) 在总社将书号按具体每门课程分配的情况下,总社将 500 个书号对 72 门课程进行分配,则分给各分社的书号数目为该分社所负责的各门课程相对应书号数目的总和。

(2) 在总社将书号按分社分配的情况下,总社将 500 个书号对 9 个分社进行分配,从而只对每个分社分多少书号进行关注,而不关注究竟每门课程分得多少书号数。

在建立模型之前,首先对所用到的信息进行量化和处理。然后,针对这两种分配方法的细节,分别建立不同的模型,对其分配方案进行研究。

2.1 按各门课程的分配方案

由于总社分配书号资源的目的是总收益最大,应考虑总社如何将 500 个书号分配到 72 门课程,从而使得能有最大的经济收益。因此,可建立以最大收益为目标的整数规划模型。由于这 72 门课程在市场条件、申请书号量、定价等方面的具有不同的特性,因此分析各方面的因素对该模型的限制条件。因为总社在分配书号时,主要参考的信息有市场信息、申请书号信息、人力资源信息,因此需要对这些方面的信息进行分析处理,确定模型的约束条件。

市场信息主要包括一门课程的市场需求和市场竞争力;在申请书号信息中,由 2001~2005 年的计划销售量和实际销售量表,从而可以预测出 2006 年的市场需求量和各门课程的计划准确度等信息,从申请书中也可以得到每门课程的书号申请数量;人力资源信息可以反映出分社的工作能力,也制约着书号数目的分配,但是数学分社所分得的书号数超出了其人力资源的限制范围,因此可以把人力资源的限制作为一个软约束,认为其可以超负荷工作,从而放宽对人力资源的约束条件。通过对各方面信息的量化,确定该规划模型的约束条件,从而建立以最大收益为目标整数规划模型,并对规划模型的求解,进而得到总社对各门课程分配书号资源的最优分配方案。

2.2 按分社的分配方案

由于总社在分配书号的过程中,考虑对强势的产品增加支持度来达到资源优化配置的目的,因此在这个模型中,考虑总社对不同分社的支持度对书号资源进行配置。考察用分社计划的准确度来刻画总社对分社的支持度,这是因为计划的准确度即为总社对分社申请书号数目的批复率,可以认为总社是以其批复率来支持分社的

申请书号数目的. 利用 2001~2005 年的数据对 2006 年支持度作出预测, 从而得到总社对各分社的支持度, 由于存在对强势分社特别支持的情况, 则对各分社支持度之间是存在差别的.

考虑到若不存在强势支持的情况, 则对各分社的支持度应当相等, 因此用支持度均值来刻画不考虑强势支持条件下的支持度. 在考虑强势支持度时, 根据支持度的预测值来反映各分社的强势与弱势, 在平均支持度的基础上, 增加或减小各分社的支持度, 从而确定总社对各分社的支持度, 并结合申请书号的数目确定总社分给各分社的书号数量, 从而完成第一次分配. 在第二次分配中, 仍考虑与第一个模型相同的方法完成第二次的分配方案, 最终得到各门课程的书号资源分配方案.

3. 模型的假设及符号的说明

3.1 模型的假设

- (1) 问题所给的调查数据真实可靠, 能够有效地反映市场信息;
- (2) 同一课程不同书目价格差别不大, 同时销售量也相近;
- (3) 不同分社之间的人员不能互相调用, 各分社的人力资源在短时间内保持不变;
- (4) 每一个分社只能出版其所属类型的教材;
- (5) 市场条件是稳定的, 短时间内不会出现突变的情况.

3.2 符号的说明

- a_i 表示学习第 i 门课程的学生中选用 A 出版社教材的人数;
- b_i 表示学习第 i 门课程的学生数;
- $G_i (i = 1, 2, \dots, 9)$ 表示第 i 个分社年生产能力;
- a_{ij} 表示第 $j (j = 1, 2, \dots, 6)$ 门课程 $i (i = 1, 2, \dots, 72)$ 分配到的书号数;
- α_{ij} 表示第 $j (j = 1, 2, \dots, 6)$ 门课程 $i (i = 1, 2, \dots, 72)$ 平均每个书号的销售量;
- b_{ij} 表示第 $j (j = 1, 2, \dots, 6)$ 门课程 $i (i = 1, 2, \dots, 72)$ 申请书号数;
- $p_i (i = 1, 2, \dots, 72)$ 表示课程 i 平均每本教材的售价.

4. 模型的准备

由于建模需要对市场、申请书、人力资源等方面信息进行预测分析, 因此首先对问题所给出的相关信息进行量化处理, 并对数据进行统计预测.

4.1 灰色预测方法

在对市场信息进行分析预测时,考虑到问题所给出的只有 2001~2005 年 5 年的统计数据,其样本量较小,因此考虑采用适合小数据样本的灰色预测方法对未来的指标数据进行预测.其具体步骤如下:

4.1.1 数据的检验与处理

设参考数据列为 $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(5))$, 计算数列的级比为

$$\sigma(j) = \frac{x^{(0)}(j-1)}{x^{(0)}(j)} \quad (j = 2, 3, 4, 5). \quad (1.1)$$

对数列 $x^{(0)}$ 做必要的变化处理,使其级比落入可容覆盖范围内,这样序列满足级比要求.

4.1.2 建立模型 GM(1,1)

对参考数据列做 1 次累加 (AGO) 生成新的数据列

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(1) + x^{(0)}(2), \dots, x^{(1)}(4) + x^{(0)}(5)),$$

其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) (k = 1, 2, \dots, 5)$. 求均值数列

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1), \quad k = 2, 3, 4, 5,$$

即 $z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), z^{(1)}(4), z^{(1)}(5))$. 于是建立模型的白化微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)}(t) = b.$$

记 $u = (a, b)^T$, $Y_1 = (x_i^{(0)}(2), x_i^{(0)}(3), x_i^{(0)}(4), x_i^{(0)}(5))^T$, $B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ -z^{(1)}(5) & 1 \end{bmatrix}$, 则由

最小二乘法求解得到

$$\hat{u} = (\hat{a}, \hat{b})^T = [B^T \cdot B]^{-1} \cdot B^T \cdot Y_1,$$

于是,求解微分方程得到

$$\hat{x}^{(1)}(k) = \left(x^{(1)}(1) - \frac{b}{a}\right) \cdot e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (k = 2, 3, 4, 5),$$

则可以得到预测值为

$$\hat{x}_i^{(0)}(k) = \hat{x}_i^{(1)}(k) - \hat{x}_i^{(1)}(k-1) = \left(x_i^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right) \cdot (e^{-ak} - e^{-a(k-1)}).$$

4.1.3 检验预测值

残差检验: 定义数据残差为

$$\varepsilon(k) = \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \quad (k = 1, 2, \dots, 5),$$

若 $\varepsilon(k) < 0.2$, 则可认为达到要求;

级比偏差值检验: 求出级比偏差

$$\rho(k) = 1 - \left(\frac{1 - 0.5a}{1 + 0.5a} \right) \lambda_0(k),$$

如果 $\rho(k) < 0.2$, 则认为达到要求.

4.2 各类信息的量化和数据处理

4.2.1 市场信息

定义 A 出版社各门课程教材的市场占有率为

$$s_i = \frac{a_i}{b_i} \quad (i = 1, 2, \dots, 72),$$

其中 a_i 为选修第 i 门课程的学生中选用 A 出版社教材的人数, b_i 表示选修第 i 门课程的学生总数. 对问题所给数据进行统计得到 A 出版社各门课程教材的市场占有率表; 由于各门课程的重要性不同, 市场对各门课程教材的需求量不同, 因此定义 72 门课程教材的市场相对需求率为

$$S_i = \frac{b_i}{b_1 + b_2 + \dots + b_{72}} \quad (i = 1, 2, \dots, 72),$$

其中 b_i 表示选修第 i 门课程的学生数, 由统计数据可得到各门课程教材的市场相对需求率表.

利用前 5 年的数据对 2006 年的市场占有率 s_i 及需求率 $S_i (i = 1, 2, \dots, 72)$ 进行预测. 由于只有 5 年的数据, 考虑采用灰色预测的方法处理小数据量的预测, 并通过检验, 说明用灰色预测对数据的预测处理是合理的. 其预测结果如附表 1-1 和附表 1-2 所示.

4.2.2 申请书信息

由问题中的数据可知, 同一门课程的不同书目的年销售量与定价近似相等, 在此即认为是相等的, 因此对某一年来说, 有以下关系式成立:

$$\text{某一课程不同书目平均销售量} = \frac{\text{该课程计划销售量}}{\text{申请书号数}} = \frac{\text{该课程实际销售量}}{\text{获批书号数}},$$

将上式变换得:

$$\text{某一课程的计划准确度} = \frac{\text{该课程实际销售量}}{\text{该课程计划销售量}} = \frac{\text{该批书号数}}{\text{申请书号数}},$$

从历年的各门课程的计划销售量和实际销售数据表,可以看出每年计划销售量与实际销售量呈现一定的稳定趋势,由于数据量较小,这里采用灰色预测的方法对 2006 年计划销售与实际销售量进行预测.且对预测结果通过检验分析可知达到要求,因此认为这种预测方法是合理的.根据所得数据,按照以上所给出的计划准确度、平均销售量关系式,则得到 2006 年各门课程的计划准确度与每一门课程的平均销售量(见附表 1-3).

4.2.3 各分社人力资源信息

由于各分社生产能力受到人力资源的限制,因此其分配到的书号数量也会因此受到影响.且由于问题数据中所给出的是各分社每人每年最多完成的书号个数,因此在各项人力资源中最小的资源量决定了其生产能力.通过对某分社其各类人力资源的计算取最小值得到该分社的年生产能力 $G_i (i = 1, 2, \dots, 9)$, 如表 1-1 所示.

表 1-1 各分社人力资源相关数据(单位: 个书号)

分社编号	策划能力	编辑能力	核对能力	工作能力值
1	144	140	114	114
2	114	144	114	114
3	120	144	144	120
4	105	102	144	102
5	140	114	111	111
6	75	72	78	72
7	80	63	44	44
8	116	69	63	63
9	90	96	72	72

5. 模型的建立与求解

5.1 模型 (1): 一次优化配置模型

由于出版社的各种资源均捆绑在书号上, 因此书号可以完全反映出版书目的信息. 可以认为同一门课程的不同书目, 其价格差别不大且销量相近.

以 2001 年为第一年, 设第 $j (j = 1, 2, \dots, 6)$ 年的课程 $i (i = 1, 2, \dots, 72)$ 分配到的书号数量为 a_{ij} , 其平均每个书号的销售量为 α_{ij} , 申请书号数为 b_{ij} , 则 2006 年课程 $i (i = 1, 2, \dots, 72)$ 平均每个书号的销售量为 α_{i6} , 且其分到的书号个数为 a_{i6} ,

申请书号为 b_{i6} , 平均每本教材的售价为 $p_i (i = 1, 2, \dots, 72)$, 则以收益最大为目标建立优化模型, 其中 $\alpha_{i6} (i = 1, 2, \dots, 72)$ 的计算在模型准备中给出, 如附表 1-3 所示.

5.1.1 模型的优化目标

由于教材定价是以相同的利润率为原则进行定价, 因此不需考虑不同科目教材利润率的差异, 设固定利润率为 λ , 则总收益为

$$c = \lambda \left(\sum_{i=1}^{72} a_{i6} \alpha_{i6} p_i \right).$$

由于 λ 为固定的值, 因此在优化模型中可以不考虑 λ , 而直接将销售额最大作为优化目标. 事实上, 销售额的最大即保证了总收益的最大, 因此, 建立优化目标为

$$\max c = \sum_{i=1}^{72} a_{i6} \alpha_{i6} p_i.$$

下面考虑该规划模型的各约束条件.

5.1.2 模型的约束条件

(1) 出版社书号资源的约束. 对历史数据进行统计, 可以看出该出版社每年的书号资源是固定的, 即为 500 个书号, 则出版社资源有限的约束为

$$\sum_{i=1}^{72} a_{i6} = 500.$$

(2) 申请书信息的约束. 由于 A 出版社在分配书号时为保持工作的连续性和对各分社的出版计划在一定程度上认可, 因此, 总社要按照至少满足各分社申请数量一半的原则, 即给各分社的书号数不能少于申请数的一半. 设第 $l (l = 1, 2, \dots, 9)$ 个分社负责 k 个学科的教材出版, 设这些学科分得的书号个数分别为 $a_{l_1 6}, a_{l_2 6}, \dots, a_{l_k 6}$, 其中

$$l_1, l_2, \dots, l_k \in \{1, 2, \dots, 72\}, \quad a_{l_1 6}, a_{l_2 6}, \dots, a_{l_k 6} \in \{a_{1,6}, a_{2,6}, \dots, a_{72,6}\},$$

则有

$$\sum_{i=l_1}^{l_k} a_{i6} \geq \frac{1}{2} \sum_{i=l_1}^{l_k} b_{i6}.$$

考虑总社对分社分配书号的实际情况, 因为分社可能会主观夸大申请的书号数, 因此总社对各课程分配的书号数不会大于申请的书号数, 即有约束条件:

$$a_{i6} \geq b_{i6} \quad (i = 1, 2, \dots, 72).$$

(3) 分社人力资源的约束. 由于在对 2006 年进行书号分配时, 不考虑新的人力资源计划, 因此每个分社的人员数量是固定的, 且生产能力也是固定的. 在表 1-1

中给出了第 l 个分社的生产能力为 $G_l (l = 1, 2, \dots, 9)$, 则有约束条件:

$$\sum_{i=l_1}^{l_k} a_{i6} \leq G_l \quad (l = 1, 2, \dots, 9).$$

(4) 市场信息的约束. 考虑市场因素对书号分配的影响, 市场因素主要包括市场需求和市场竞争能力两个方面:

I. 72 门课程的市场需求

考虑到该出版社为了保证各门课程相关教材供应的重要性, 在进行书号资源分配时, 要充分考虑满足市场的需求. 根据这一要求, 取 2001~2005 年这些课程分配书号数的最小值为其约束条件的下界, 即

$$a_{i6} \geq \min_{1 \leq j \leq 5} a_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, 72).$$

II. 市场的竞争力情况

各门课程教材的市场竞争力, 主要由市场的占有率和满意度评价来体现. 由于要考虑 A 出版社书号资源的分配问题, 则各门课程的市场占有率可有 A 出版社各门课程教材的市场需求刻画, 因此不对其进行单独考虑.

在问题的附件中, 对满意度的统计是从教材内容、教材作者、印刷质量、教材价格四个方面进行统计的, 需要对这些满意度指标给出一个综合满意度指标. 由于这四个方面的的重要性不同, 考虑赋予不同的权值. 下面用层次分析法确定各评价指标的权值.

根据实际情况, 学生在选择教材时, 通常对这四个方面按照重要性从大到小的排序应为教材内容、教材作者、教材质量、教材价格, 分别用因素 C_1, C_2, C_3, C_4 表示, 据此构造判断矩阵 $A = (a_{ij})_{4 \times 4}$, 即

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3/2 & 5/2 & 3 \\ 2/3 & 1 & 5/3 & 2 \\ 2/5 & 3/5 & 1 & 6/5 \\ 1/3 & 1/2 & 5/6 & 1 \end{pmatrix},$$

从而得到 C_1, C_2, C_3, C_4 的权重分别为 (0.417, 0.278, 0.167, 0.138). 通过线性加权可得到综合满意度评价. 由于问题的附件所给出的调查样本数很大, 因此可以用综合满意度均值来体现总体满意度.

根据以上方法对每一学科相关教材的历年满意度进行统计, 则得到总体满意度的评价, 并做出总体满意度与时间的直方图如图 1-1 所示, 各分社的满意度直方图如图 1-2 所示.

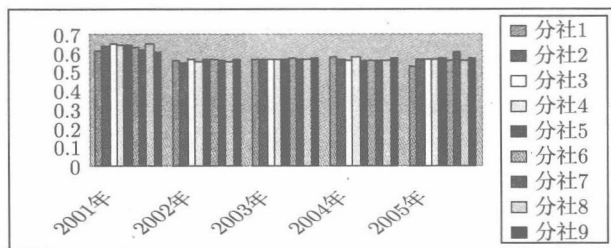


图 1-1 总体满意度与时间的关系图

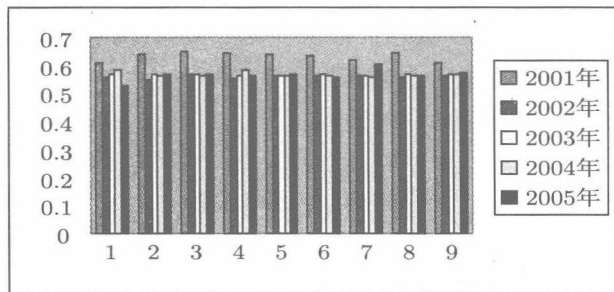


图 1-2 各分社的满意度值

从图 1-2 可以看到, 通过对各分社的满意度和 2001~2005 年的满意度变化都集中在区间 $[0.5, 0.65]$ 之内, 并没有太大的差别. 因此, 认为在一定的时期内各分社的满意度不会发生太大的变化, 对书号分配的影响可以忽略不计.

5.1.3 建立一次优化配置模型

综合考虑上面目标函数和约束条件, 则可以得一次优化配置书号资源的整数规划模型为

$$\begin{aligned}
 \max \quad & c = \sum_{i=1}^{72} a_i \alpha_{i6} p_i; \\
 \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{i=1}^{72} a_i = 500, \\ \sum_{i=l_1}^{l_k} a_i \geq \frac{1}{2} \sum_{i=l_1}^{l_k} b_i, \\ \sum_{i=l_1}^{l_k} a_i \leq G_l \quad (l = 1, 2, \dots, 9), \\ a_i \leq b_i \quad (i = 1, 2, \dots, 72), \\ a_{i6} \geq \min_{1 \leq j \leq 5} a_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, 72), \\ a_i \alpha_{i6} \leq w_i, a_i \text{ 为整数} \quad (i = 1, 2, \dots, 72). \end{cases}
 \end{aligned}$$