大学数学与计算机
公共基础课程的教学研究

刘念祖 主编

Study on the Teaching of Public University Mathematics
and Computers Foundation Courses

立信会计出版社
LIXIN ACCOUNTING PUBLISHING HOUSE

大学数学与计算机公共基础课程的教学研究

Study on the Teaching of Public University Mathematics and Computers Foundation Courses

主　编　刘念祖

立信会计出版社
LIXIN ACCOUNTING PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

大学数学与计算机公共基础课程的教学研究/刘念祖主编. 一上海:立信会计出版社,2012.1
ISBN 978-7-5429-3284-6

Ⅰ.①大… Ⅱ.①刘… Ⅲ.①高等数学—教学研究—高等学校 ②电子计算机—教学研究—高等学校 Ⅳ.①O13—42 ②TP32—42

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第006612号

责任编辑 陈 旻
封面设计 周崇文

大学数学与计算机公共基础课程的教学研究

出版发行	立信会计出版社		
地　　址	上海市中山西路2230号	邮政编码	200235
电　　话	(021)64411389	传　　真	(021)64411325
网　　址	www.lixinaph.com	电子邮箱	lxaph@sh163.net
网上书店	www.shlx.net	电　　话	(021)64411071
经　　销	各地新华书店		

印　　刷	常熟市梅李印刷有限公司		
开　　本	787毫米×1092毫米	1/16	
印　　张	11.5	插　　页	1
字　　数	220千字		
版　　次	2012年1月第1版		
印　　次	2012年1月第1次		
书　　号	ISBN 978-7-5429-3284-6/TP		
定　　价	45.00元		

《大学数学与计算机公共基础课程的教学研究》编委会

本书获得上海市第四期本科教育高地建设项目资助


上海市第四期教育高地(立信公共基础课)建设研讨会


国高校计算机基础教育研究会荣誉会长
名计算机教育专家谭浩强教授
海立信会计学院数学与信息学院教师
座谈会
二〇一〇年十月九日

目　　录

Contents

将经济案例融入经济数学课程教学的探索与实践

陈玲伶

摘　要： 本文讨论了经济数学课程教学面临的经济案例问题，分析了经济数学课程教学的现状，从教学资源建设的角度出发，提出了将更多更新的经济问题和概念引入数学课程教学中，以加强学生应用能力和创新能力的培养。

关键词： 经济数学教学；经济案例；应用

The Exploration and Practice for Integrating Economic Cases into Economic Mathematics Teaching

Chen Lingling

Abstract: This article discusses the economic cases problems in the teaching course of economic mathematics, analyzes the current situation of economic mathematics teaching. From the point of view of the teaching resource construction, puts forward to introduce more updated economic problems and concepts into the mathematics teaching, to enhance students' application ability and innovative ability.

Keywords: Economic mathematics teaching; Economic cases; Application

针对大学数学课程，这些年来研究工作有了明显的进步，以"问题驱动的应用数学研究"更是讨论热点。数学应用的范围已大大扩大，从以往传统的、数学处理方法相对成熟的领域（如力学、物理、天文以及传统工业领域）扩展到原先非传统的、数学处理相

对说来不算成熟的化学、生物、其他各门自然科学及高新技术领域，甚至进入经济、金融、保险及很多社会学领域，深入各行各业，可以说无所不在，并发挥着越来越重要的作用。

经济数学课程是高等学校经济管理类专业的一门重要的基础课程，但经济数学课程教学面临一些问题，由于经济数学教学开展的时间不长，课程体系和教学内容还不够完善，课程建设相对滞后。在传统的经济数学教材中，大多数案例还援引工科数学的案例，经济案例很少且脱离实际，造成的后果是学生学习数学主要还是为了考试，与应用基本不搭界，对问题的模型及来龙去脉也不甚了解，在将来工作中的运用更是无从谈起。因此，经济数学教学内容和方式要求有所变革，以适应社会的发展。

近 20 多年来，尽管许多数学教育工作者和专家对经济数学的课程体系和教学内容的建设和改革做了大量的工作，但仍然没有比较好地解决空洞的解题训练不能引导学生对数学真正的理解和深入的独立思考这个问题。笔者在多年从事经济数学课程教学的基础上，尝试将一些简单适用的经济知识引入课堂，并在以下几个方面有所感悟：

(1) 针对经济和数学结合不够，寻找并引入经济案例，更好地满足经济数学的教学需要。

(2) 针对教学内容简单和陈旧，缺少趣味，适当添加数字和概念后面的经济含义。

(3) 针对专业特点，为后续学科夯实数学基础。

(4) 针对数学概念理论的抽象性，尽可能应用几何形式加以直观。

例如，传统的数列问题是用截尺作为引例，因此太陈旧，而用经济学里的蛛网理论作为引用的案例既新颖又更透彻。

一、蛛网理论

蛛网理论[1]是一种研究商品的市场价格、供给量和需求量随时间变化而出现的时涨时跌、时增时减、交替变化规律的理论。商品的需求或供给状况决定了一个均衡价格和均衡交易量，当商品的需求或供给状况发生变动时，均衡价格也发生的相应的变动，从原来的均衡点到达新的均衡点是一个变化过程，美国经济学家马歇尔(Alfred Marshall)认为，均衡只是一种永远的趋势，在现实生活中，很少真正达到均衡，而多半是处于走向均衡的过程之中，这种过程可能是收敛的，也可能是发散的或循环振荡的。虽然从理论上讲，均衡价格和均衡交易量总是存在的，但当市场偏离均衡时，靠自发的力量并非必然能达到均衡点。我们经常会发现这样的现象：在某种商品市场上，某个时期内价格很高，交易量很小，而下一个时期，交易量激增，价格暴跌，这样的周期循环往复。例如生猪市场，某一年卖猪难，而下一年却买肉难，其中一个重要的原因是人们决定生产商品的数量与实际提供给市场的数量之间有一个时滞。

蛛网理论对供给函数和需求函数都有一些基本假定。

1. 供给函数

有些产品从生产到实际向市场提供,需要经历一个时期。例如生猪的生产,本期生猪的上市数量等于上一期的饲养量。因此,我们假定本期市场上的成交价格决定生产者的饲养量,从而决定下一期的供给量;同样,下一期的成交价格决定着再下一期的供给量,如此等等。因此,供给函数为:

$$Q_{st} = f(P_{t-1})$$

式中:Q_{st} ——第 t 期的供给量;

P_{t-1} ——第 $t-1$ 期的市场价格。

为说明方便起见,我们假定供给函数为线性函数,其表达式如下:

$$Q_{st} = -a + bP_{t-1}$$

式中:a,b ——均为常数,与时间无关。

2. 需求函数

假定本期的需求量是本期的价格的函数,即:

$$Q_{dt} = f(P_t)$$

式中:Q_{dt} ——第 t 期的需求量;

P_t ——第 t 期的市场价格。

它表示本期的成交价格将是本期的实有上市量得以全部出清时购买者所愿意支付的价格。或者说,下一期的成交价格是这样决定的,即在该价格下产生的需求量可以使下一期实有的供给量全部卖出去。总之,任何一期的成交价格将是所给定的供给量得以全部出售的价格,而该期的成交价格决定着下一期将会有的上市量。为说明方便起见,我们假设需求函数也为线性函数,其表达式如下:

$$Q_{dt} = c + dP_t$$

式中:c,d ——均为不随时间变化的常数。

3. 市场出清

市场出清表示每年的供给量等于需求量,即:

$$Q_{st} = Q_{dt}$$

现在我们讨论市场价格 P_t 的变化,可得均衡价格 P 为:

$$P_s = \frac{a+c}{b-d}$$

可得：
$$P_n=(P_0-P_s)\left(\frac{b}{d}\right)^n+P_s$$

我们可以用上式来讨论价格和交易量波动的几种情况。

(1) 收敛型蛛网。当 $|b/d|<1$ 时，即需求曲线斜率的绝对值大于供给曲线斜率的绝对值，得：

$$\lim_{n\to\infty}P_n=P_s$$

市场价格将无限趋近均衡价格，蛛网模型是收敛的。在收敛型蛛网中，价格变动引起的需求量的变动大于价格变动引起的供给量的变动，因而任何超额需求或超额供给只需较小的价格变动即可消除；同时，价格变动引起的下一期供给量的变动较小，从而对当期价格发生的变动的作用较小。这意味着超额需求或超额供给偏离其均衡量的幅度以及每期成交价格偏离均衡价格的幅度，在时间序列中将是逐渐缩减的，并终将趋向其均衡交易量和均衡价格，如图 1 所示。如果市场已处在均衡点，又没有新的因素干扰供需关系，这种均衡状态将稳定地保持下去。这种在均衡状态被破坏以后能自动回归到稳定状态的均衡称为动态稳定均衡(stable equilibrium)。

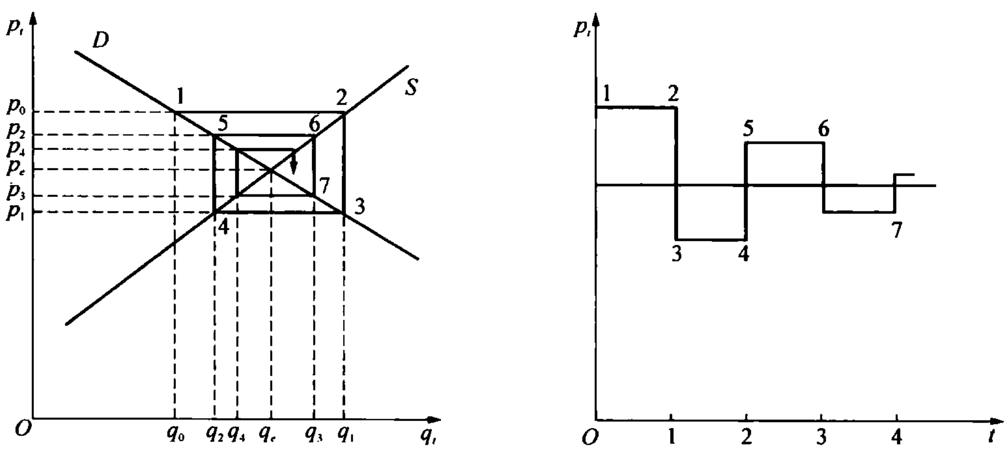

图 1 收敛型蛛网

(2) 发散型蛛网。当 $|b/d|>1$ 时，即需求曲线斜率的绝对值小于供给曲线斜率的绝对值，得：

$$\lim_{n\to\infty}P_n=\infty$$

市场价格将振荡至无穷大，这种蛛网模型称为发散型蛛网。在发散型蛛网中，价格变动引起的供给量的变动大于价格变动引起的需求量的变动。当出现超额供给时，为使市场上供给者出清已有的供给量，要求价格大幅度下降，这将导致下一期的供给大量减少，以致该期出现大量的供给短缺。供给的严重不足导致价格大幅度上扬，由此导致下

一期供给量大幅度增加和价格大幅度下降。在这种情况下，一旦失去均衡，以后各期的供给过剩或短缺的波动幅度以及成交价格上下起伏的幅度，都将离均衡值越来越远，如图 2 所示。因此，价格和交易量变动的时间序列是发散型的，这种情况称为动态不稳定均衡(unstable equilibrium)。

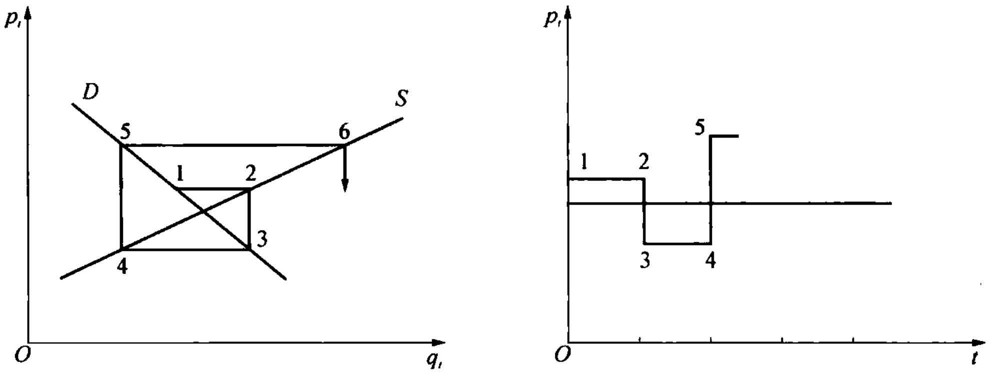

图 2　发散型蛛网

(3) 振荡型蛛网。当$|b/d|=1$时，即供给曲线斜率的绝对值与需求曲线斜率的绝对值相等，则有：

$$P_{2n}=P_0,\ P_{2n+1}=2P_s-P_0$$

市场价格一旦偏离均衡状态，则以后各期的价格与交易量的变动序列，就表现为围绕均衡值循环往复地上下振荡，振荡幅度既不增大也不减小，如图 3 所示。

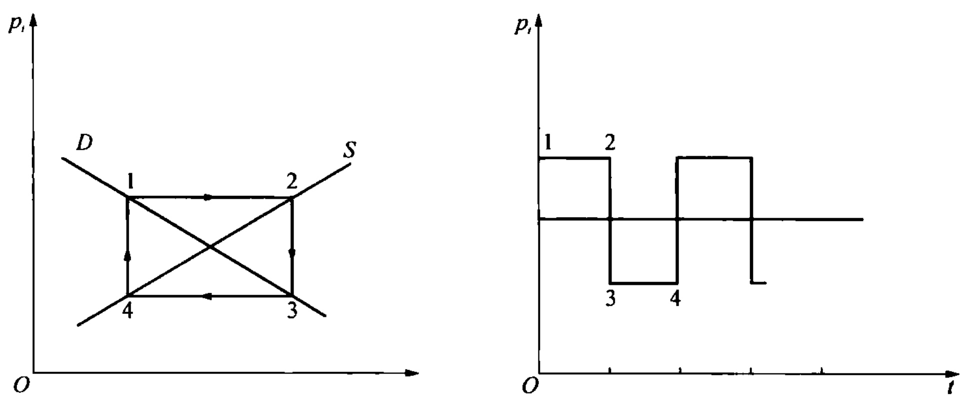

图 3　振荡型蛛网

蛛网理论不仅展示了一个数列模型，而且同时出现了收敛和发散两种情形，并伴有直观的几何形式。若对其中的 b, d 进一步分析，可以在导数部分的边际问题上加以经济应用。

二、波浪理论

再例如，传统的线性代数理论抽象计算单调，很难调动学生学习的主动性。我们引入“开放”的列昂惕夫投入产出模型[2]，能很好地将线性代数形象丰满起来。

这一模型将经济视为一系列相互关联的产业部门。产业部门之所以是相互关联的，是因为一个产业部门的产出，一般是作为另外一些产业的生产过程的投入品，并且可能进入消费者的最终需求。因此，每一种产业都是一种潜在的可能用于最终消费的中间产品的生产者。我们的问题就是求出刚好可满足产业和消费者需求的每种产业的生产水平。

在建立这样一个模型时，我们用货币表示所有的产出和需求。因为价格被假设是固定的，我们可以用产出和需求除以相应的单位价格，求出产品的数量。设 n 个产业生产 n 种产品，用 x_i 表示第 i 个产业的产量的货币价值，故用货币表示的产量向量是 $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}\geqslant 0)$，用 d_i 表示的消费者对第 i 个产业的产品的最终需求，则最终需求向量 $\boldsymbol{d}(\boldsymbol{d}\geqslant 0)$，最后我们需要说明每种产业对投入品的需求。用 a_{ij} 表示生产 1 单位 j 产业的产品所需要的 i 产业产品的货币价值，这是固定的技术性需求。整个经济的生产要素需求方阵 $\boldsymbol{A}$(a_{ij} 可能为 0)，即产业 j 不会将产业 i 的产品作为生产要素。

全部产业部门对产业 i 的产品需求的货币价值为

$$\sum\nolimits_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n$$

整个经济对产业 i 的产品的总需求为

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + d_i$$

对 i 部门的需求等于 i 部门的供给，我们有

$$x_i = \sum\nolimits_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + d_i$$

如果经济中的需求都被满足，那么，上面的公式适用于全部 n 个产业部门：

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{AX} + \boldsymbol{d}$$

现在我们可以对此模型提出一个问题了：给定生产系数矩阵 $\boldsymbol{A}$(整个经济对生产要素的需求)和最终需求向量 $\boldsymbol{d}$，求满足上式的产量向量 $\boldsymbol{X}$。

如果 $(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}$ 存在，那么

$$\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{d}$$

以 3 个部门的投入产出模型为例。在这个例子中，经济包括 3 个产业部门，即农业、矿业和制造业。为生产 1 单位的农产品，农业部门需投入 0.3 美元农产品、0.2 美元

的矿业产品和 0.4 美元的制造业产品;为生产 1 单位的矿业产品,矿业部门需投入 0.5 美元的农产品、0.2 美元的矿业产品和 0.2 美元的制造业产品;为生产 1 单位的制造业产品,制造业部门需投入 0.3 美元的农产品、0.3 美元的矿业产品和 0.3 美元的制造业产品。消费者对农产品、矿业产品和制造业产品的最终需求分别为 2 万美元、1 万美元和 4 万美元,求这 3 个生产部门的均衡产量。

用上述方法求得当经济达到均衡时,农业部门应生产价值 265 177 美元的产品,矿业部门应生产价值 175 892 美元的产品,制造业部门应生产价值 258 927 美元的产品。

又如,在讲解数列附带介绍斐波纳契数列,其与黄金比率共同奠定了股市技术分析中波浪理论的数学基础[3]。

斐波纳契数列是由 13 世纪的意大利数学家、来自比萨的里昂纳多·斐波纳契(Leonardo Fibonacci)发现的(确切地说是重新发现的)。艾略特在撰写《自然法则》时曾经解释说,斐波纳契数列提供了波浪理论的数学基础。

在名为《计算的书》中提出了这样一个问题:如果一对兔子从第二个月开始,每个月生一对新兔子,那么置于封闭地区中的一对兔子在一年内总共会发展成多少只兔子?

每一对兔子,包括第一对,需要 1 个月的时间成熟,而一旦在生育中,则每个月都会生出一对新兔子。在头 2 个月的每一个月开始,兔子的对数是一样的,所以数列是 1,1。第一对兔子成熟后,在第二个月,兔子的数量翻番,所以在第三个月开始时,就有了 2 对兔子。在这 2 对兔子中,成熟的那对在接下来的 1 个月里又生了第三对兔子,所以在第四个月的开始,数列扩大为 1,1,2,3。在这 3 对兔子中,2 对成熟的兔子,再次生育,这样兔子数量就扩大为 5 对。在下一个月里,这 3 对成熟的兔子再次生育,因此数列扩大到了 1,1,2,3,5,8,依此类推,就产生了数列 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144…,这就是著名的斐波纳契数列。

这个数列的排列规律是任意前两位数之和等于后一位数。数列中前一项与后一项之比的极限为(黄金分割)数 ϕ,ϕ 是无理数 0.618 034……数列中间隔的数字之间的比率的极限是 0.382,其倒数是 2.618。而这四种主要比率的某些关联性质可以如下列举:$1.618-0.618=1$,$1.618\times0.618=1$,$1-0.618=0.382$,$0.618\times0.618=0.382$,$2.618-1.618=1$,$2.618\times0.382=1$,$2.618\times0.618=1.618$,$1.618\times1.618=2.618$。

黄金分割与黄金矩形代表了自然和人工美学及功能的静态形态,而黄金螺线代表的是一种生长或发展的有序过程,是宇宙中最独特的形态之一。在黄金螺线进化的任何一点,弧长与直径的比率是 1.618,黄金螺线的直径和半径依次与相距 90 度的直径和半径以 1.618 相联系,如图 4a～4f 所示。对数螺线(黄金螺线是对数螺线的一种类型)是在整个宇宙中发现的自然生长现象的精华表述。它覆盖了小到原子粒子,大到银河系

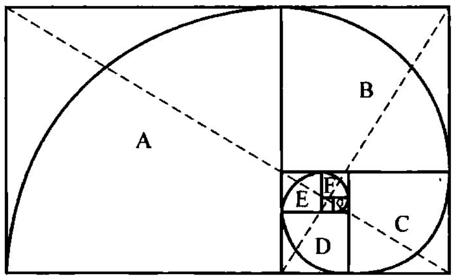

图 4a　对数螺线(一)

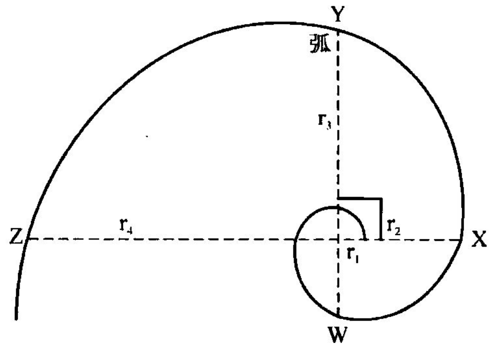

图 4b　对数螺线(二)

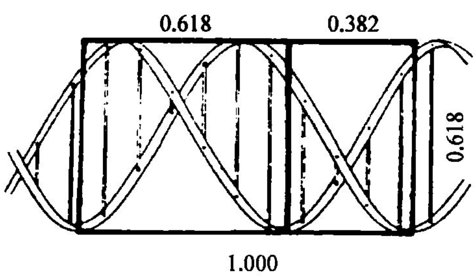

图 4c　DNA 图

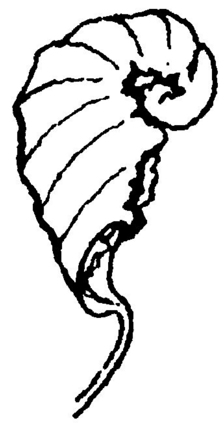

图 4d　一品红叶子

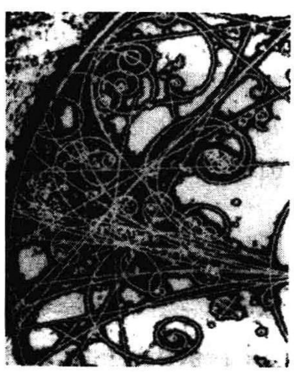

图 4e　原子粒子

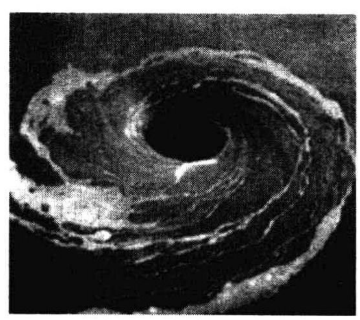

图 4f　台风眼