

油气地球物理技术 新进展

—— 第 79 届 SEG 年会论文概要

中国石化石油物探技术研究院 编

石油工业出版社
Petroleum Industry Press

油气地球物理技术新进展

—第 79 届 SEG 年会论文概要

中国石化石油物探技术研究院 编

石油工业出版社

内 容 提 要

本书根据美国勘探地球物理学家学会（SEG）第79届年会论文摘要分专题编写而成。内容包括：地震理论、岩石物理研究、地震采集设计、地震噪声衰减技术、地震偏移成像研究、地震速度分析技术、层析速度分析技术、地震反演技术、地震解释技术、多方位属性技术、AVO技术、地球物理测井新技术、非常规油气藏井中地球物理技术、VSP技术、时延地震技术、近地表和环境地球物理研究、海洋可控源电磁勘探技术、重力和磁力勘探技术等18个专题，基本反映了近年来物探技术，尤其是地震勘探技术的最新发展。

本书可供从事地球物理勘探技术研究和应用的专业人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

油气地球物理技术新进展：第79届SEG年会论文概要 /
中国石化石油物探技术研究院编. —北京：石油工业出版社，2011.3

ISBN 978 - 7 - 5021 - 8274 - 8

I. 油…

II. 中…

III. 油气勘探：地球物理勘探－学术会议－文集

IV. P618.130.8 - 53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 020545 号

出版发行：石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址：www.petropub.com.cn

发行部：(010) 64523620

经 销：全国新华书店

印 刷：北京晨旭印刷厂

2011 年 3 月第 1 版 2011 年 3 月第 1 次印刷

787×1092 毫米 开本：1/16 印张：23.5

字数：600 千字 印数：1—1000 册

定价：98.00 元

(如出现印装质量问题，我社发行部负责调换)

版权所有，翻印必究

**《油气地球物理技术新进展
——第 79 届 SEG 年会论文概要》
编 委 会**

主任：张永刚

副主任：曲寿利

编 委：管路平 赵改善 杨勤勇 胡中平 曹 辉
关 达 魏 嘉 严建文 陈 伟

目 录

地震理论	孙晶梅	(1)
岩石物理研究	蔡瑞 崔远红 虞立	(16)
地震采集设计	彭代平	(48)
地震噪声衰减技术	谢金娥 刘志成	(58)
地震偏移成像研究	段心标 方伍宝	(79)
地震速度分析技术	吴鹏 孙开峰	(104)
层析速度分析技术	张兵	(124)
地震反演技术	朱海龙 李智宏 顾石庆	(159)
地震解释技术	杨江峰 陈勇 朱蓓蓓 向雪梅	(171)
多方位属性技术	朱珠 徐国庆	(201)
AVO 技术	唐金良	(211)
地球物理测井新技术	张松扬 胡璐 王晚畅 伍燕丹	(229)
非常规油气藏井中地球物理技术	张松扬 张军 胡璐 伍燕丹	(246)
VSP 技术	熊艳梅 陈林	(259)
时延地震技术	陈伟 任鹏 秦瞳 顾石庆 戴春秋	(290)
近地表和环境地球物理研究	朱文杰 顾石庆 任鹏 戴春秋	(311)
海洋可控源电磁勘探技术	肖鹏飞	(327)
重力和磁力勘探技术	汪忠德 刘奇	(351)

地震理论

孙晶梅

一、引言

本次 SEG 年会关于地震理论新进展的论文涉及面很广，这里仅从地震干涉测量、随机介质动力学特征、地震属性提取、地震成像等 4 个方面进行介绍。地震干涉测量介绍一种构建从实际震源到实际检波器路径的格林函数的方法；随机介质的动力学特征介绍由统计齐次相关函数定义的随机非均匀介质有效动力学特征的方法；地震属性提取是用连续小波变换提取地层的方向特性、大套断层和微断裂；地震成像技术主要介绍二阶波动方程的 NPML 边界条件、非线性弹性各向异性介质波传播方程、叠前深度偏移的剩余时差和剩余曲率半径估计及非双曲线共反射面。

二、地震干涉测量

地震（或者说波场）干涉测量法是把检波器作为假想源，反之亦然。记录的波形（理论上是格林函数）能用新的“虚震源”位置构建。到目前为止，干涉测量法仅提供接收器间或震源间的格林函数。Curtis 提出一种新的构建数据的方法：炮—检干涉测量法。以前的研究是把接收点转换为震源点，或把震源点转换为接收点，这种新方法是把真震源转换成虚震源，或把真接收点转换为虚接收点。同理，把真炮—检对转换为虚炮—检对。这种方法的适用性更广。

在声波介质中，把震源和检波器分别放在 x_1 和 x_2 处， $G(x_1, x_2)$ 表示由 x_2 处震源激发在 x_1 处接收的格林函数（波形）。假设接收点围绕 S_1 面，而震源位于 S_2 面（图 1a）[●]。

x_1 和 x_2 间的格林函数为

$$G^h(x_1 | x_2) \approx \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{C}{R(x_1, x_2)} G^*(x_1 | x') G(x' | x'') G(x'' | x_2) dx'' dx' \quad (1)$$

式中： $R(x_1, x_2) = \rho(x_1) \rho(x_2)$ ； ρ 是质量密度； $G^h(x_A | x_B)$ 是均匀格林函数； $G^h(x_A | x_B) = G(x_A | x_B) - G^*(x_A | x_B)$ ；* 表示复共轭； C 是常数。实际上，图 1a 所示的观测系统并不常见，因此，这里提出一个并不十分均匀的介质（图 1d）。图 2 表示用图 1d 观测的几套格林函数生成 x_1 和 x_2 之间的近似格林函数。颠倒炮点与检波点的关系是可能的，如果这样，图 1 和图 2 中的所有震源可以与接收点交换，反之亦然，而式（1）的形式不变。

● 本书图件主要源自第 79 届 SEG 年会论文摘要，对彩色说明感兴趣的读者请查阅相关原文的彩图。

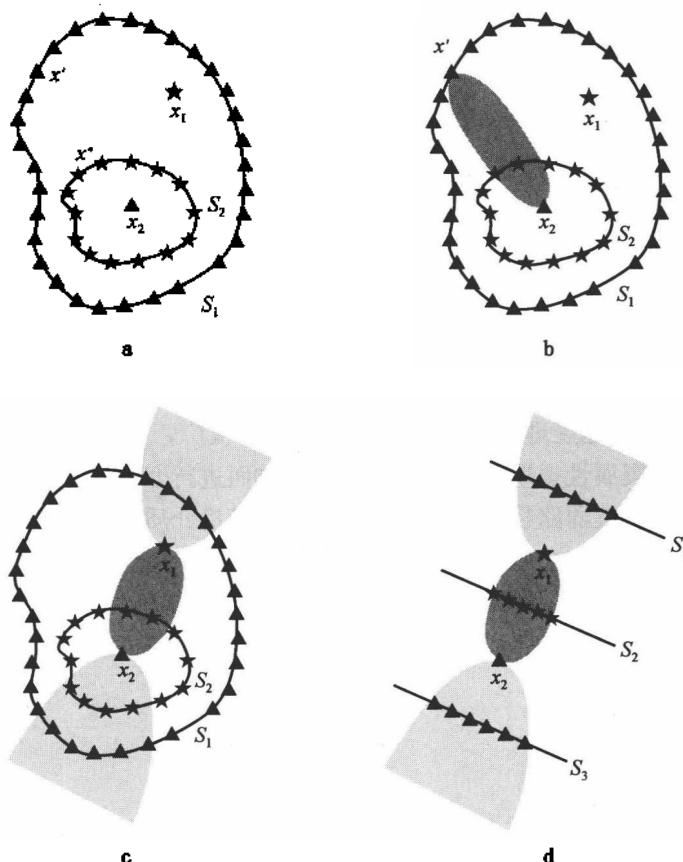


图 1 几何图

三角形表示接收点，五角星表示炮点， S_1 和 S_2 是三维面的闭合线，
双曲线阴影区表示相干性干涉区的固定相域，而封闭的椭圆区
表示结合性干涉区（参见 STP 1.8, Figure 1）

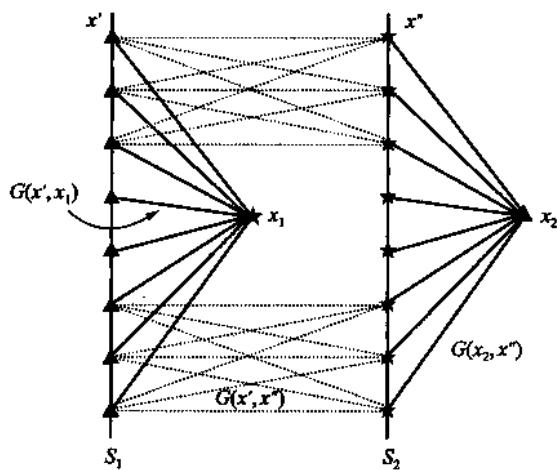


图 2 源于式 (1) 的三套测量格林函数的几何图
符号与图 1 相同（参见 STP 1.8, Figure 2）

三、随机介质的动力学特征

Vikhorev 提出由统计齐次相关函数定义的随机非均匀介质有效动力学特征，这种关于随机非均匀介质平均格林函数的 Dyson 级数求和是在假设多点相关函数被因式分解条件下实现的。随机非均匀介质动力学特征的理论描述对解决广泛的波传播的正、反演问题是十分重要的。例如，对含裂缝储层地震波信号频谱分析表明，横波分裂影响频率变化。此外还发现含垂直裂缝的储层都有由于方向性和频率引起波的误差现

象，这个现象在实验室是可以复制的。

数值计算的模型是一个圆盘，模型参数为：纵横比 0.0024，直径 8.25mm，充满空气，圆盘固体样本体积浓度 0.0015。图 3 是衰减谱，图 4 是纵波速度 (v_p) 与频率的对应关系，图 5 和图 6 是纵横波速度与角度的对应关系。由图可见，在平行于圆盘方向衰减为零，而垂直于圆盘方向衰减最大。衰减因子与频率成正比，而与相速度的各向异性成反比。图 7 是纵波各向异性与频率的关系。图 8 是不同方向纵波衰减因子与角度的关系。

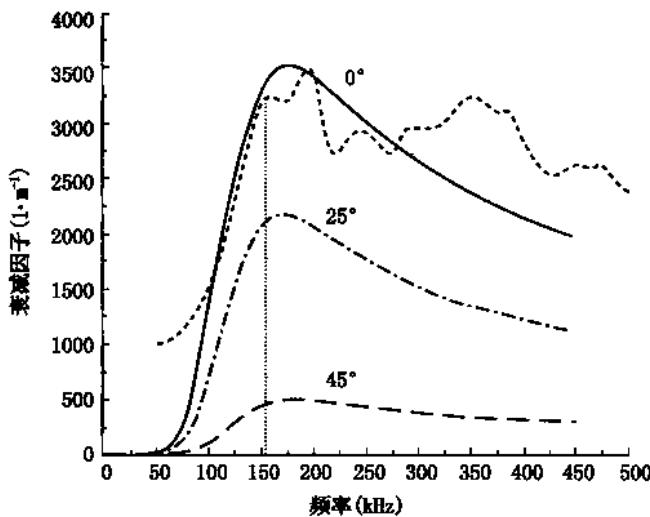


图 3 不同方向纵波衰减因子与频率的关系

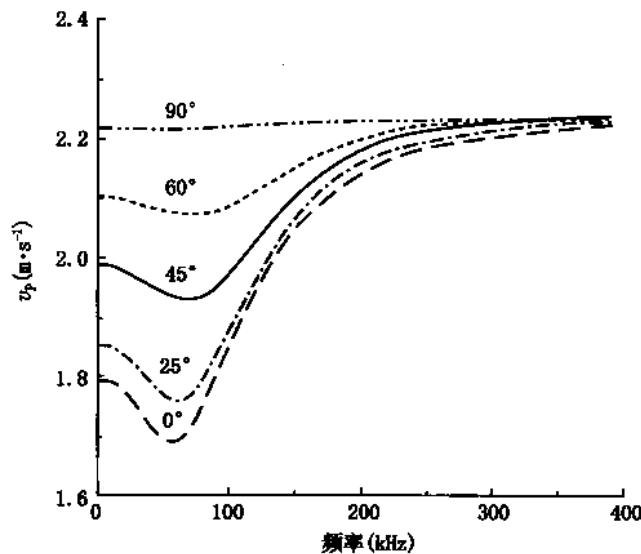


图 4 不同方向纵波相速度与频率的关系

四、地震属性提取

地层属性在地震资料解释如储层特征描述中起重要作用。Wang 提出基于二维连续小波变换的二维地震属性提取。

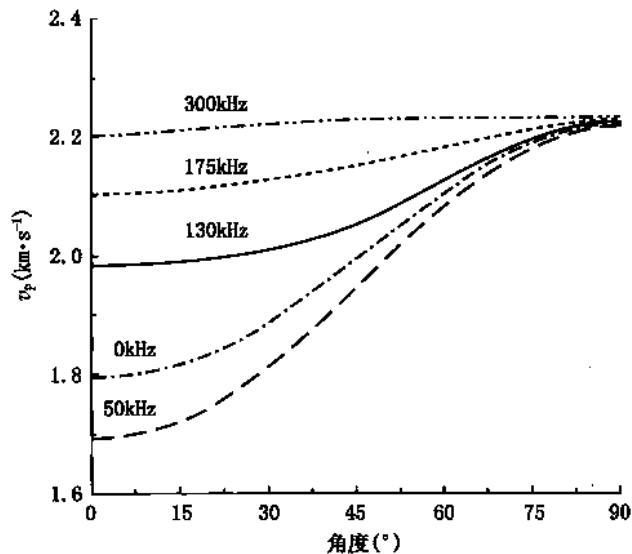


图 5 不同方向纵波速度 (v_p) 与角度的关系

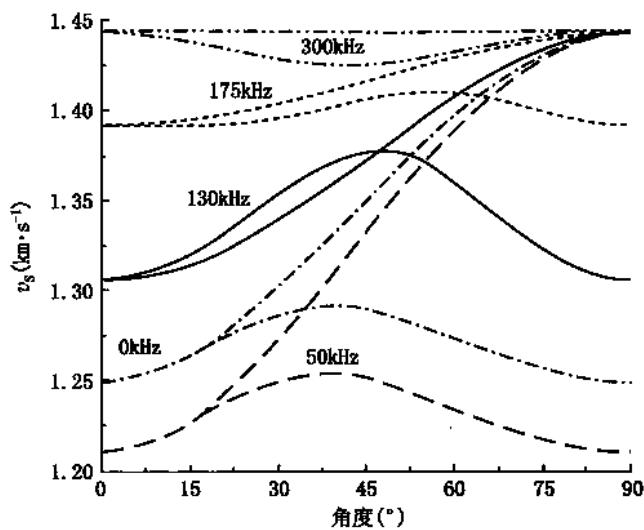


图 6 不同方向横波速度 (v_s) 与角度的关系

小波变换是地震处理的有效工具。单道小波变换可有效提取瞬时属性，如瞬时频率等，但是相邻道之间的相互关系并没有被充分利用，且没有方向信息。二维离散小波变换被广泛用于图像压缩和图像去噪。虽然二维离散小波变换能部分确定相邻道的相关性，但仅能提供3个方向的信息：水平、垂直和倾斜，不足以估算油田的方向信息。二维连续小波变换比二维离散小波变换计算更复杂，但选择方向和尺度比二维离散小波变换更自由。因此，它更适合于诸多领域。二维连续小波变换可用于检测各向异性的地质断层。

1. 局部倾角估计

图9是一个倾角估计实例，其中，图9a是合成数据，图9b为图9a的倾角估计结果，图9c为一段实际数据，图9d为图9c的倾角估计结果。从图9可以看出，二维连续小波变

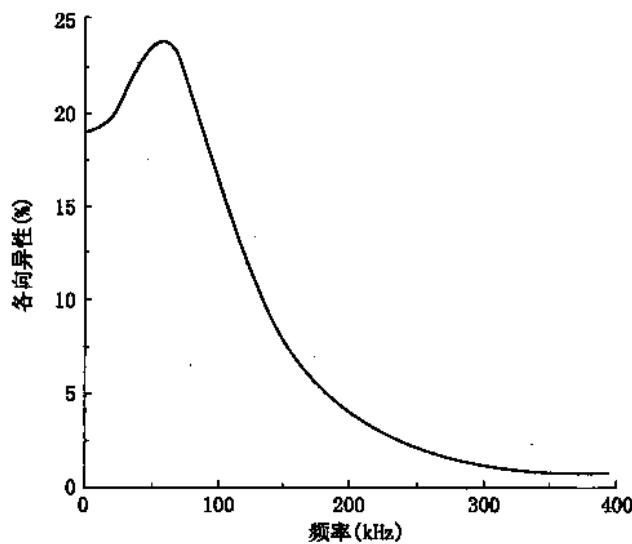


图 7 纵波各向异性与频率的关系

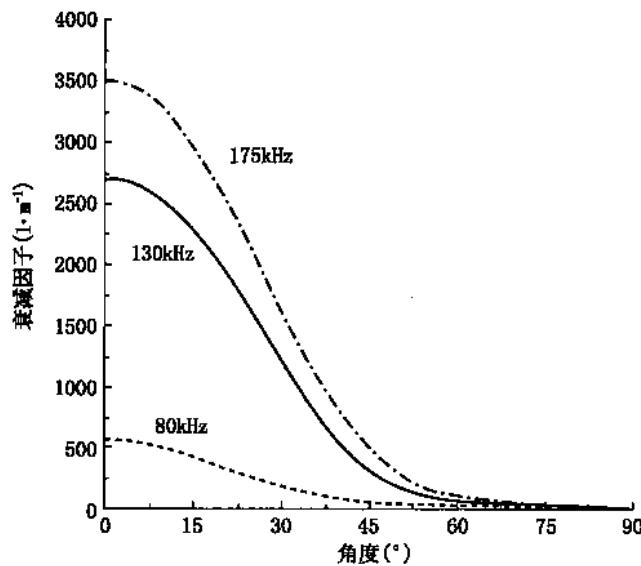


图 8 不同方向纵波衰减因子与角度的关系

换具有很好的去噪能力，倾角估计准确。

2. 断层检测

检测断层的主要步骤为：

- (1) 油田数据选取；
- (2) 选择合适尺度，以助于断裂检测的快速计算；
- (3) 由二维连续小波变换系数得到局部方向性；
- (4) 把方向控制在有效区域，消除其他干扰；
- (5) 方向滤波。

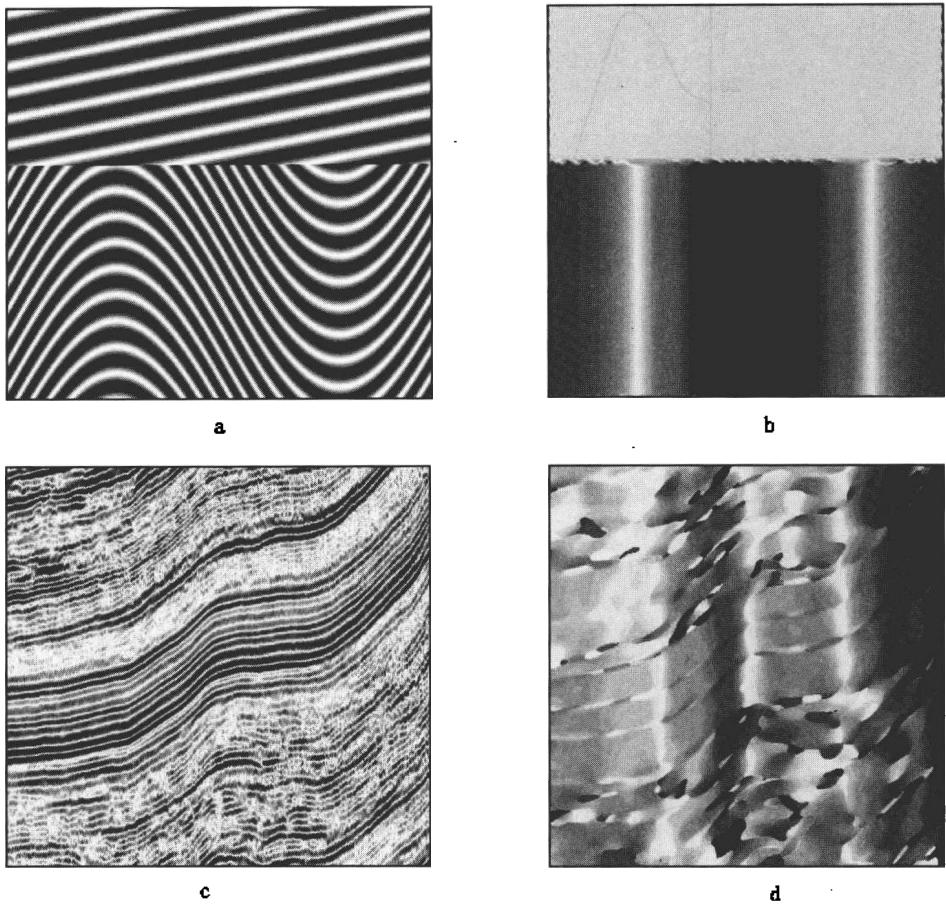


图 9 倾角估计实例

a—合成数据; b—a 的倾角估计; c—一段实际数据; d—c 的倾角估计

图 10a 是部分油田数据, 图 10b 是二维连续小波变换的断层检测结果, 从图 10 可以看出, 二维连续小波变换不仅能检测出主要断层, 而且还能检测出微断裂。

五、地震成像

1. 二阶波动方程的 NPML 边界条件

McGarry 提出了直接用于地震模拟的二阶波动方程的 NPML 吸收边界条件。NPML 方程源自于声波方程和 VTI 伪声波方程。该方程易于扩展到其他二阶方程, 适用于多线程硬件计算。

以前关于压力和速度的一阶声波方程为

$$\nabla P + \rho \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot v + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

式中: P 声波压力 (Pa); v 是粒子速度 (m/s); t 是时间; ρ 是容积密度。

这里定义

$$\bar{P}^a = \frac{P}{\gamma_a}; \quad \bar{V}_a^a = \frac{v_a}{\gamma_a} \quad (4)$$

把原始场用压缩场替换, 得到下列方程, 即

$$\frac{\partial \bar{P}^a}{\partial t} + \rho \frac{\partial v^a}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_x^a}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y^a}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_z^a}{\partial z} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

于是有

$$\frac{\partial \bar{P}^a}{\partial t} + \sigma_a \bar{P}^a = \frac{\partial P}{\partial t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_a^a}{\partial t} + \sigma_a \bar{v}_a^a = \frac{\partial v_a}{\partial t} \quad (8)$$

1) 应用于标量声波方程

标量声波方程为

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \nabla^2 P \quad (9)$$

最终的 PML 方程为

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \bar{P}^x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{P}^y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{P}^z}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_x \bar{V}_x^a) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_y \bar{V}_y^a) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_z \bar{V}_z^a) \quad (10)$$

偶然性用闭包关系式 (7), (8) 式变成

$$\frac{\partial \bar{V}_a^a}{\partial t} + \sigma_a \bar{V}_a^a = -\frac{\partial \bar{P}^a}{\partial a} \quad (11)$$

2) 应用到 VTI 伪声模拟

(1) 基本波传播方程。

$$\frac{1}{v_f^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = (1 + 2\varepsilon) \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \quad (12)$$

$$\frac{1}{v_f^2} \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} = (1 + 2\delta) \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \quad (13)$$

明确描述 NPML 的第一步是把方程 (11) 和 (12) 改成下列等价的一阶形式

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -v_f^2 (1 + 2\varepsilon) \left(\frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} \right) - v_f^2 \frac{\partial r}{\partial z}$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -v_f^2 (1 + 2\delta) \left(\frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial p_y}{\partial y} \right) - v_f^2 \frac{\partial r}{\partial z}$$

$$\frac{\partial p_x}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x}, \quad \frac{\partial p_y}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial y}, \quad \frac{\partial r}{\partial t} = -\frac{\partial R}{\partial z}$$

(2) 定义收缩场 (类似于各向同性)。

$$\bar{P}^x = \frac{P}{\gamma_x}; \quad \bar{P}^y = \frac{P}{\gamma_y}; \quad \bar{R} = \frac{R}{\gamma_z}; \quad (14)$$

$$\bar{p}_x^a = \frac{p_x}{\gamma_x}; \quad \bar{p}_y^a = \frac{p_y}{\gamma_y}; \quad \bar{r} = \frac{r}{\gamma_z} \quad (15)$$

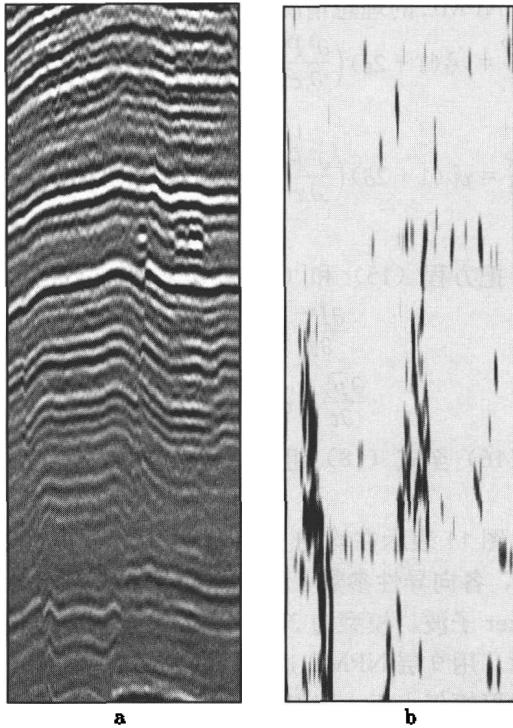


图 10 部分油田数据 (a) 和断层检测结果 (b)

NPML 的理想情况是用空间导数的收缩场代替原始场，最终的 NPML 方程为

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = v_V^2(1+2\epsilon) \left(\frac{\partial^2 \bar{P}^x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{P}^y}{\partial y^2} \right) + v_V^2 \frac{\partial^2 \bar{R}}{\partial z^2} + v_V^2(1+2\delta) \left(\frac{\partial}{\partial x} [\sigma_x \bar{p}_x^x] + \frac{\partial}{\partial y} [\sigma_y \bar{p}_y^y] \right) + v_V^2 \frac{\partial}{\partial z} [\sigma_z \bar{r}^-] \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial t^2} = v_V^2(1+2\delta) \left(\frac{\partial^2 \bar{P}^x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{P}^y}{\partial y^2} \right) + v_V^2 \frac{\partial^2 \bar{R}}{\partial z^2} + v_V^2(1+2\delta) \left(\frac{\partial}{\partial x} [\sigma_x \bar{p}_x^x] + \frac{\partial}{\partial y} [\sigma_y \bar{p}_y^y] \right) + v_V^2 \frac{\partial}{\partial z} [\sigma_z \bar{r}^-] \quad (17)$$

把方程 (15) 和 (16) 从频率域转到时间域，给出剩余闭包关系，即

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{P}^x}{\partial t} + \sigma_x \bar{P}^x &= \frac{\partial P}{\partial t}; & \frac{\partial \bar{P}^y}{\partial t} + \sigma_y \bar{P}^y &= \frac{\partial P}{\partial t}; & \frac{\partial \bar{R}}{\partial t} + \sigma_z \bar{R} &= \frac{\partial R}{\partial t}; \\ \frac{\partial \bar{p}_x^x}{\partial t} + \sigma_x \bar{p}_x^x &= -\frac{\partial \bar{P}^x}{\partial x}; & \frac{\partial \bar{p}_y^y}{\partial t} + \sigma_y \bar{p}_y^y &= -\frac{\partial \bar{P}^y}{\partial y}; & \frac{\partial \bar{r}^-}{\partial t} + \sigma_z \bar{r}^- &= -\frac{\partial \bar{R}}{\partial z} \end{aligned} \quad (18)$$

式 (16) 至式 (18) 组成一套完整的方程组，而原始的 VTI 波传播方程在模型内部保持不变。

图 11 表示在均匀 VTI 介质中不同时段二维波传播情况。这里假设垂直速度为 2000 m/s，各向异性参数 ϵ 和 δ 分别是 0.2 和 0.05，震源是主频为 30Hz、峰值振幅在 0.1s 的 Ricker 子波，模型为 $2\text{km} \times 2\text{km}$ ，空间离散长度为 8m，为了展示新的吸收边界能消除各种反射，用 9 层 NPML 边界，最大反射振幅小于入射振幅的 0.6%，即使是 5 层 NPML 边界，反射振幅仍小于入射振幅的 5%。注意底部成像（图 11），NPML 甚至吸收伪横波（不想要的），即菱形。

2. 非线性弹性各向异性介质波传播方程

Chesnokov 研究随机非均匀各向异性介质波传播的准确表达式，并用量子场论的图表技术进行无穷级数的分离。

大多数实际介质不是各向同性的，并且这种不均匀性是未知的，Chesnokov 假设用随机函数来表示这种不均匀分布。

1) 小扰动波动方程

弹性介质的运动方程为

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + f_i \quad (19)$$

为了考虑由于介质改变波传播方向的小扰动，要用非线性方程

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)} \right] + f_i = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \frac{1}{2} (C_{mmpq}^{(1)} + C_{ppmm}^{(1)}) \left[\Delta_{inkn} u_{pq} + \left(\delta_{kn} \frac{\partial u_i}{\partial x_n} + \delta_{in} \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right) u'_{pn} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{12} (C_{mmpprs}^{(2)} + C_{ppmmrs}^{(2)} + C_{rsppmn}^{(2)}) \Delta_{inkn} u'_{pq} u'_{rn} \right\} + f_i \end{aligned} \quad (20)$$

考虑一个有小振动的介质

$$u_i = u_i^0(x) + u_i^1(x, t) \quad (21)$$

把 (19) 式代入式 (20)，忽略二阶小项，得到动力位移方程

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\sum_{j,l} C_{ikjl} \frac{\partial u_j^1}{\partial x_l} \right) + f_i^1 \quad (22)$$

张量为

$$C_{ikjl} = \frac{1}{8} (C_{mmpq}^{(1)} + C_{ppmn}^{(1)}) [\Delta_{inkn} \Delta_{jplq} + \Delta_{inkn} \left(\delta_{iq} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_p} + \delta_{ip} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_q} \right)]$$

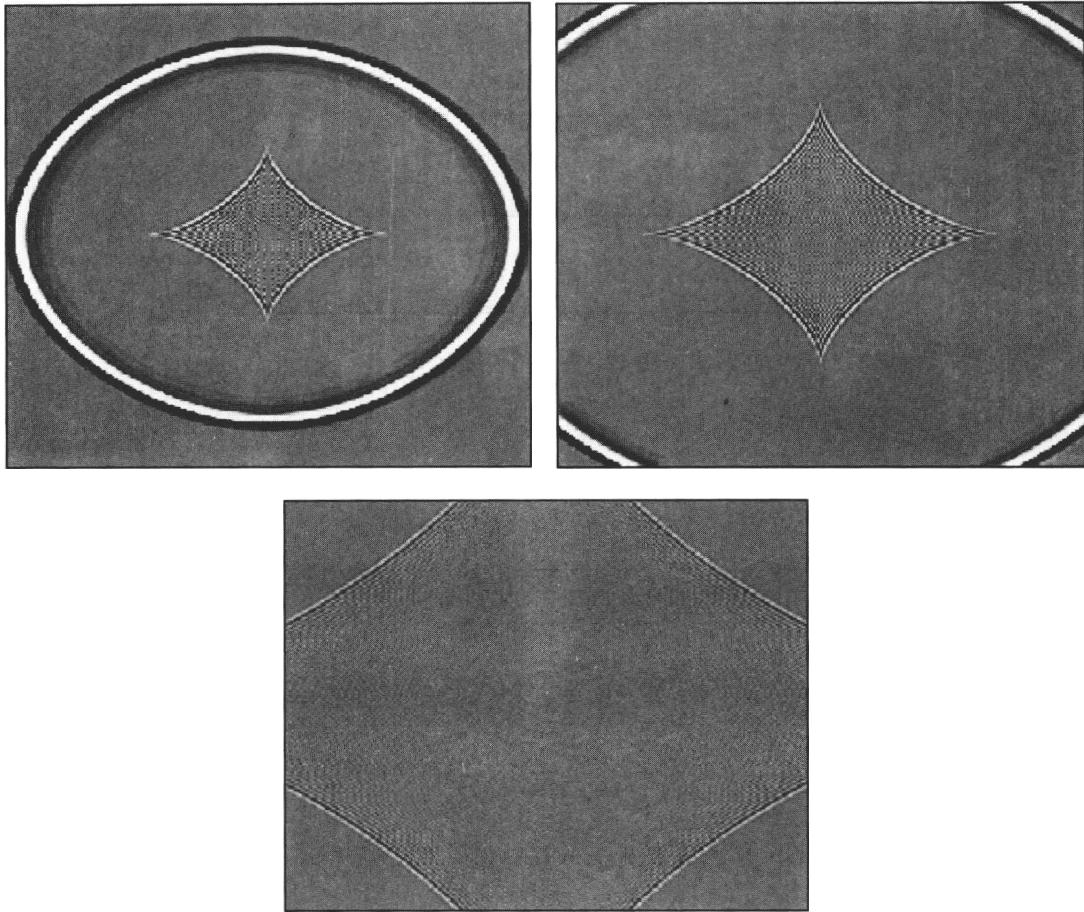


图 11 在新的边界条件下，波在均匀 VTI 介质中的传播
由上而下的传播时间为 0.5s、0.7s 和 1.9s

$$\begin{aligned}
 & + \Delta_{ipiq} \left(\delta_{km} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} + \delta_{kn} \frac{\partial u_i^0}{\partial x_m} \right) + \delta_{ij} \Delta_{km} \ln \left(\frac{\partial u_p^0}{\partial x_q} + \frac{\partial u_q^0}{\partial x_p} \right)] \\
 & + \frac{1}{48} (C_{mnpqrs}^{(2)} + C_{pqmns}^{(2)} + C_{rspqmn}^{(2)}) \Delta_{imkn} \left[\Delta_{jrls} \left(\frac{\partial u_p^0}{\partial x_q} + \frac{\partial u_q^0}{\partial x_p} \right) + \Delta_{jplq} \left(\frac{\partial u_r^0}{\partial x_s} + \frac{\partial u_s^0}{\partial x_r} \right) \right] \quad (23)
 \end{aligned}$$

2) 平均运动方程

$$G_0^{-1} \bar{u}^1 = V \bar{u}^1 + f^1 \quad (24)$$

3) 费曼图表技术

对 G_0 和 V 引入图表符号，把级数 (25) 表示为图表级数 (图 12)。交叉虚线表示瞬间算子 V (例如，两个交叉线为 $\overline{(V - V)^2}$)。根据定义，算子 V 的平均值为零，所以平均后的长虚线消失。

对图表级数求和，形成 Dyson 方程 (图 13)。图中阴影圈代表所谓的聚集算子——所有基本 (不可简化) 图表的总和。

4) 平均值方程

把图 13 写成矩阵形式

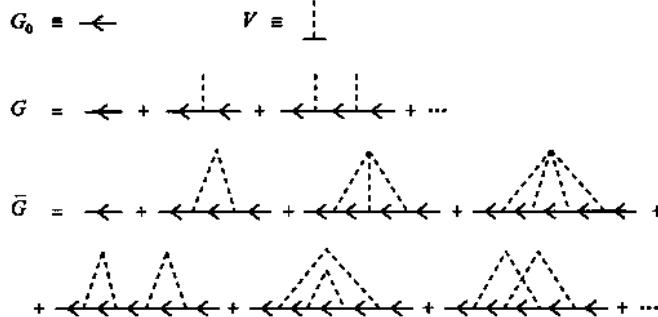


图 12 费曼图表级数

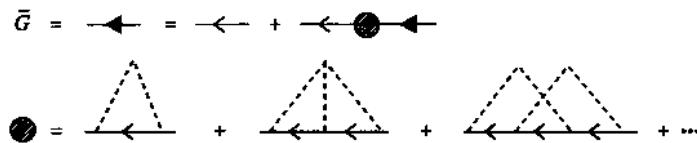


图 13 Dyson 方程

$$\bar{G}_k(t, \bar{x}, t', \bar{x}') = G_{0,k}(t, \bar{x}, t', \bar{x}') + \int G_{0,j}(t, \bar{x}, t_1, \bar{x}_1) \Sigma_j(t_1, \bar{x}_1, t_2, \bar{x}_2) \bar{G}_k(t_2, \bar{x}_2, t', \bar{x}') dt_1 dt_2 d\bar{x}_1 d\bar{x}_2 \quad (25)$$

可得到如下简化形式

$$\bar{u}^1 = \bar{G} \cdot \bar{f}^1 = G_0 \Sigma \bar{G} \cdot \bar{f}^1 + G_0 \cdot \bar{f}^1 = G_0 \Sigma \bar{u}^1 + G_0 \cdot \bar{f}^1$$

这样有

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}_i^1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_{j,l} \bar{C}_{ijkl} \frac{\partial \bar{u}_j^1}{\partial x_l} \right) + (\Sigma \bar{u}^1) + f_i^1$$

这就是动力位移平均值 \bar{u}_i^1 的精确方程。

3. 近似叠前深度偏移的剩余时差和剩余曲率半径

Schneider 提出针对不正确速度的叠前深度偏移的校正技术，即只增加少量的射线追踪，就可实现完全向下延拓后的剩余时差和剩余曲率半径估计。

图 14 表示两层横向不均匀介质速度分布 $v_{1T}(x, z)$, $v_{2M}(x, z)$, 以及构造边界 f , g_{MO} 。假设 $V_{1T}(x, z)$ 是正确的，而 $V_{2M}(x, z)$ 不同于真实的速度 $V_{2T}(x, z)$, g_{MO} 代表真实反射层 g 的零偏位置。图 15 是真实速度模型。

反射层 g_{MO} 的剩余曲率半径 $R(x, z)$ 可由最小化目标函数得到

$$\int_{g_{MO}} [R(x, z) - \sum_{S,G} |F_M O_M|]^2 dL \quad (26)$$

这种剩余曲率半径求取依赖于剩余时差分析，而曲率为

$$R_{MS} = \frac{T_{MS} V_{MS}^2 (M_S) \cos^2 \beta M_S}{2V_{MS}} \quad (27)$$

图 16 是处理流程。

4. 非双曲线共反射面

地震数据叠加（包括反褶积和偏移）是地震数据分析的基础操作之一。常规叠加是在共

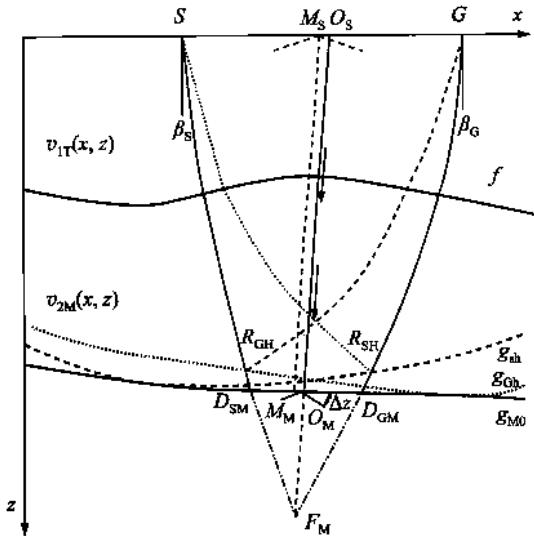


图 14 用于叠前深度偏移的速度模型

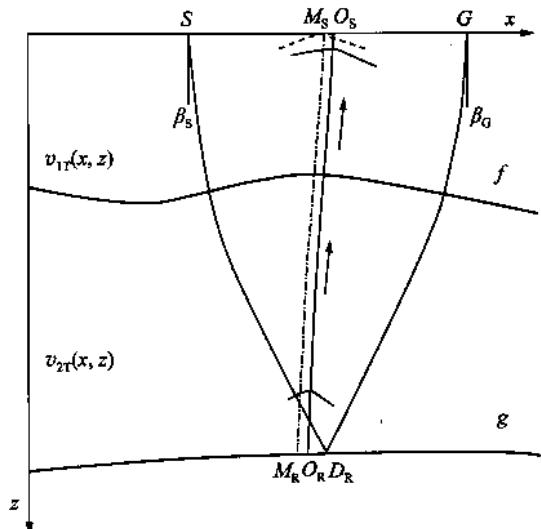


图 15 真速度模型



图 16 处理流程

中心点道集经过双曲线时差校正后进行。除常规叠加方法外，多聚焦（MF）方法的共反射面（CRS）方法是近年来发展的叠加方法。MF 方法和 CRS 方法除了需要计算叠加速度外，还需要估算多种参数，如倾角和曲率。CRS 方法是一种多参数双曲线拟合近似，它损失了大偏移距或大中心点的信息。Fomel 提出一种新的非双曲线近似法，弥补了上述不足。

1) 双曲线和非双曲线 CRS

如果用 $P(t, m, h)$ 代表叠前地震数据，那么常规叠加可表示为

$$s(t_0, m_0) = \int P[\theta(h; t_0, m_0, h) dh] \quad (28)$$

式中： $S(t, m)$ 是叠加剖面； $\theta(h; t_0)$ 是时差近似，其双曲线形式为

$$\theta(h; t_0) = \sqrt{t_0^2 + \frac{4h^2}{v^2}} \quad (29)$$

而 MF 和 CRS 叠加则有一个不同的形式，即

$$S(t_0, m_0) = \iint P[\hat{\theta}(m - m_0, h; t_0), m, h] dm dh \quad (30)$$

多参数近似的形式为

$$\hat{\theta}_{MF}(d, h; t_0) = t_0 + T_{(+)}(d, h) + T_{(-)}(d, h) \quad (31)$$

其中

$$T_{(\pm)} = \frac{\sqrt{1 + 2K_{(\pm)}(d \pm h)\sin\beta + K_{(\pm)}^2(d \pm h)^2} - 1}{V_0 K_{(\pm)}} \quad (32)$$

$$K_{(\pm)} = \frac{K_N \pm \sigma K_{NIP}}{1 \pm \sigma} \quad (33)$$

及

$$\sigma(d, h) = \frac{h}{d - K_{NIP} \sin\beta(d^2 - h^2)} \quad (34)$$

CRS 近似方程为

$$\hat{\theta}_{CRS}(d, h; t_0) = \sqrt{F(d) + b_2 h^2} \quad (35)$$

式中

$$F(d) = (t_0 + a_1 d)^2 + a_2 d^2$$

其中

$$a_1 = \frac{2\sin\beta}{V_0} \quad (36)$$

$$a_2 = \frac{2\cos^2\beta K_{NIP} t_0}{V_0} \quad (37)$$

$$b_2 = \frac{2\cos^2\beta K_{NIP} t_0}{V_0} \quad (38)$$

对 (35) 式进行修改，有

$$\hat{\theta}(d, h; t_0) = \sqrt{\frac{F(d) + ch^2 + \sqrt{F(d-h)F(d+h)}}{2}} \quad (39)$$

式中

$$c = 2b_2 + a_1^2 - a_2$$

式 (39) 即为所谓的非双曲线共反射面。

2) 精度比较

测试模型是一个上面覆盖均匀介质的圆形反射体。图 17 是 3 种方法的精度比较。从中可以看出，MF 近似法在小偏移距时精度高，但在大偏移距时出现较大误差。CRS 近似法在大偏移距和大中心点时误差较大。而这里提出的非双曲线 CRS 近似方法在小偏移距时精度低于 MF 方法，但在大偏移距和大中心点时误差较小。

5. Curvelet 域匹配滤波及其在一次波与多次波分离中的应用

Herrmann 等 (2008) 提出在 Curvelet 域用对角线加权方法提取零阶虚差分算子，在那篇文章中说明了在算子的相位空间引入一个光滑约束而使解唯一的过程。Shahidi 等则在频率域再增加一个光滑约束，而使计算收敛更快，并在一次波与多次波分离中发挥作用。

图 18 表示由一次波和多次波组成的总数据。图 19 是自由表面的多次波。图 20 是预测的一次波。图 21 是由 curvelet 匹配滤波估算的一次波。实际应用表明，用很少的迭代即可改善一次波与多次波分离的效果。由图可见，无新的频率域规则化的一次波剖面还残存一些多次波，而有新的频率域规则化的一次波剖面效果好于传统方法。