

广 播 电 视 大 学

理论力学解题指导

桂学同 王芳周 编

山东广播电视大学教务处
济宁行署电大工作站

理论力学解题指导

桂学同 王芳周 编

山东广播电视大学教务处
济宁行署电大工作站

出版说明

《理论力学解题指导》系山东师范大学物理系桂学同副教授、山东纺织工业学校王芳周同志根据《理论力学典型习题解》（一九八〇年三月油印本、桂学同编）修改、补充编写成的。

全书共二十章，各章都扼要地阐述了主要内容、解题步骤和方法，分析了在解题中经常遇到的一些问题。并从南京工学院、西安交大等九院校合编的《理论力学》教材中精选出108道典型习题进行了分析。为了便于查找，书中每个例题有两个题号，括号前的题号是按本书“例题分析”的次序排列的；括号内的题号是《理论力学》教材中的题号。

本书在编写过程中，得到石奎、臧耀臣、余澍、张宪魁、田永秀和刘庭尧等同志的帮助，冯学斌同志给全书绘制了插图。

本书可供广播电视大学机械类专业学生使用，也可供普通大学理工科有关专业学生使用，并可供教师教学参考。

一九八一年十一月重印

绪 论

1, 力学研究的对象是什么?

力学研究的对象就是研究物体的机械运动。所谓物体的机械运动,即是物体与物体间,或物体各部分间相对位置的变化,例如,物体的下落,交通工具的运行,机器的运转,河水的流动,天体的运动等等。

运动是物体固有的属性,机械运动是各种运动形式中最简单的一种,力学就是研究这种机械运动规律的一门科学。

2, 经典力学的应用范围:

经典力学只适应于速度比光速小得很多的宏观物体的运动,当物体运动的速度与光速可以相比拟时,相对论力学代替经典力学(牛顿力学),当物体是微观粒子时,则以量子力学代替。

3, 理论力学的分类:

静力学——研究物体平衡时作用力之间的关系。

运动学——是从几何的观点来研究物体的运动,而不涉及发生这种运动和运动状态的变化原因。

动力学——研究物体运动状态的变化和受力之间的关系。

4, 经典力学的研究方法:

(1) 抽象法:从各种运动现象中,抽出共同存在的基本性质作研究,相应的对于其它条件可以不考虑。如抽象出质点、刚体、弹性体和理想流体等模型。

(2) 减少因素法:抓住主要矛盾,舍去次要因素,如忽略空气阻力的情况下,抛射体的运动。

目 录

页 数

绪 论

第 一 章	静力学基础	1
第 二 章	平面汇交力系	9
第 三 章	力矩和平面力偶理论	20
第 四 章	平面一般力系	25
第 五 章	摩擦	40
第 六 章	空间力系	46
第 七 章	平行力系中心和重心	56
第 八 章	点的运动	59
第 九 章	刚体的基本运动	69
第 十 章	点的合成运动	78
第 十 一 章	刚体的平面运动	88
第 十 二 章	动力学基本方程	100
第 十 三 章	动量定理	115
第 十 四 章	动量矩定理	128
第 十 五 章	功能原理	142
第 十 六 章	达朗伯原理	169
第 十 七 章	碰 撞	177
第 十 八 章	虚位移原理	185
第 十 九 章	机械振动基础(一)	190
第 二 十 章	拉格伦日方程	208

第一章 静力学基础

一、内容提要:

1、力的概念——力学中重要物理量。

人们对力的认识比其他物理量的认识都早，远在两千多年前，我国墨翟在“墨经”一书中，给力下一个定义：“力，形之所以奋也。”即力是使物体运动状态改变的原因。这说明我国在力学方面的研究还是相当早的。

力的定义：力就是其他物体对某物体的作用，其结果可使该物体的运动状态发生改变或体积和形态发生改变。

恩格斯说：“人类对于力的概念，是从观察物体间的作用和运动的改变中得来的，而把力理解为离开物体而单独存在或离开运动而潜在静止着都是错误的概念。”这一句话，既指出力的正确概念，又纠正了亚里斯多德“推一个物体的力不再去推它时，物体便归于静止”的错误认识。

力使物体运动状态发生改变的效应称为力的外效应，力使物体产生变形的效应称为力的内效应。力对物体的效应决定于三个因素：力的大小；力的方向；力的作用点。

力是个矢量，它的单位是牛顿（N）。

根据作用性质不同，力学中研究的力有三种：

重力：地球对其表面上的一切物体都有吸引力，这种吸引力我们称为重力。

重力的表示：常用 $\vec{F}$ 或 $\vec{G}$ 表示，大小是P或G或mg，方向指向地心，即铅直向下。切记，在作题时，除声明忽略

重力外，一般都首先要考虑到重力。

弹力：起源于物体形变的力，当两个物体接触并使物体体积和形状发生变化时，发生形变的物体企图恢复到原来的状态，因而彼此间有相互作用力，这种力称为弹性力，简称弹力。

如绳子的拉力，称为张力；桌面对上面物体的反作用力，简称反力；杆或其他物体的压力等，都属于弹力。作题时，题中可能同时有几个弹力，务必不可将它漏掉。

摩擦力：当一个物体沿另一个物体表面运动或有运动趋势时，在接触面上所受的阻碍物体运动的力。

2、牛顿第三定律（作用和反作用定律）

表述：当甲物体以力 $\vec{F}_2$ 作用于乙物体时，则乙物体也以力 $\vec{F}_1$ 作用于甲物体， $\vec{F}_1$ 和 $\vec{F}_2$ 在一条直线上，大小相等而方向相反。

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

注意：作用力与相应地反作用力分别作用在不同的物体上，不能相互抵消。

要认识作用和反作用是一对矛盾的两个方面，它们即是统一的，又是矛盾的对立统一。

意义：在于提供了以质点力学过渡到质点组或刚体力学的桥梁。

3、力的基本性质

（1）二力平衡条件：

若作用于刚体上两个力处于平衡，则这两个力大小相等，方向相反，作用线相同，称为二力平衡条件。这个物体常称为二力杆件。

作用在刚体上的力可沿其作用线任意移动，都不会改变

该力对刚体的外效应。这称为力的可传性原理。所以作用于刚体上的力 $\vec{F}$ 是个滑动矢量。

(2) 三力平衡条件:

若作用于刚体上不平行的三个力处于平衡, 则这三个力的作用线必汇交于一点, 这称为三力平衡汇交定理。作用于物体上的三个力处于平衡, 则这三个力必在同一平面内, 而且每一个力都与其他两个力夹角的正弦成正比,

$$\text{即} \quad \frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{F_3}{\sin \gamma}$$

这个关系称为拉密定理。

(3) 力的平行四边形法则:

作用于刚体上的两个力可以用一个合力代替, 合力的大小和方向, 由已知两个分力为邻边所组成的平行四边形的对角线来表示。

4、约束

限制物体运动的条件, 使物体不能自由的运动, 称为约束。用力代替约束其效果一样, 这种由约束作用给被约束物体上的力, 称为约束反力, 简称约束力。约束力与主动力不同, 约束力单靠自己不能引起任何一种运动。

二、分析物体受力的具体步骤:

①首先确定研究对象, 指明那一个物体是我们研究的对象, 并将研究的物体从周围物体中分离出来, 单独画出这个物体的图形。

②分析研究对象上受到那些力作用, 即分析物体受力情况。为此, 要具体分析它与那些物体有相互作用, 并确定受到几个力及其方向。

确定力的方向的依据：物体除有特别声明，一般都要考虑到受重力作用，物体受到的重力的方向是离开物体指向地心，即铅直向下；弹簧给予物体的弹性力，方向指向平衡中心；柔软物体（如皮带、绳索、链条等）给予物体的拉力，一定沿着绳索方向，指向是离开物体；接触面给予物体的支持力垂直于接触面，并指向物体，即方向沿接触面的公法线，是压力；接触点给予物体的支持力垂直于被约束物体，并指向物体；光滑铰链给予物体的力，实质上也是支持力，方向待定，辊轴支座的支持力垂直于支承面；物体受到的摩擦力是沿着接触面的切线方向，并与相对滑动的趋势或相对滑动的方向相反。

③画出物体的受力图。作图时要注意：受力图上必须画出所有作用于确定为研究对象上的外力，即不要漏画又不可多画或重画；其他物体上的力与研究该物体无关，所以不能将这种力画在受力图内，不要多画力；所研究对象物体的内部相互之间作用的力是内力，一定成对地出现，并且大小相等，方向相反，对整个物体来说，不起作用，所以内力不必画在受力图上。

以上几点，是研究物体受力情况比较好的一种方法，应该遵循。这种研究方法，在力学中，我们常称为“隔离法”。

三、例题分析

1（1—5）画出下列各指定物体的受力图。

（a）锅炉 锅炉重 G ，搁在滚轮 A 、 B 上。

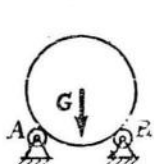
（b）钢管 钢管重 G ，由钢缆 $OABDO$ 吊挂于 O 点。

（c）梁 AB 梁上作用力为 P ，梁的自重忽略不计。

（d）刚架 AB 刚架受水平力 P 作用，自重不计。

(e) 支架中横梁AB及撑杆BC, 电机重P, AB、BC自重不计。

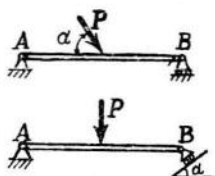
(f) 动滑轮和定滑轮, 滑轮自重不计, 重物重G。



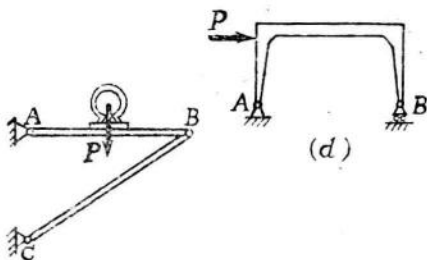
(a)



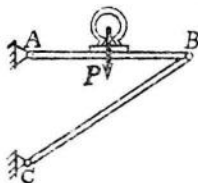
(b)



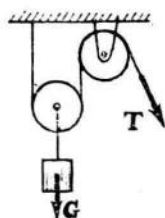
(c)



(d)



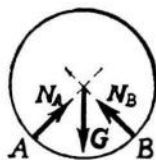
(e)



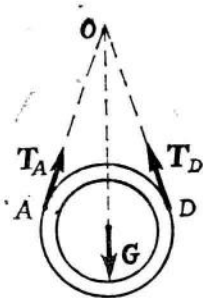
(f)

解：

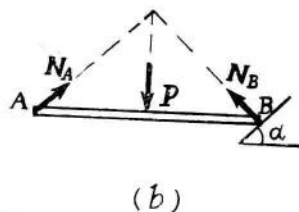
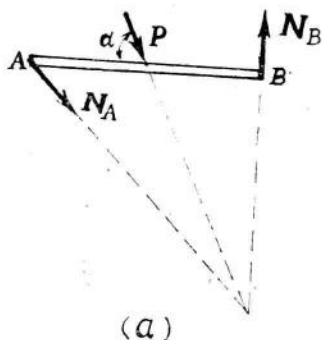
(a) 研究对象是锅炉, 受到力有三个: 即重力G, 方向铅直向下, 滚轮A给锅炉的支持力, 方向垂直于锅炉的表面, 指向锅炉的中心, 滚轮B给锅炉的支持力, 方向垂直于锅炉的表面, 并且指向锅炉的中心, 画出锅炉的受力图, 如图所示, 显然, 三力汇交于锅炉的中心。



(b) 研究对象是钢管: 钢管受到三个力的作用, 即重力G, 方向通过重心铅直向下, AO钢绳的拉力 T_A , 方向通过A点沿AO, DO钢绳的拉力 T_D , 通过D点沿DO方向; 画出钢管的受力图, 显然三力相交于O点。



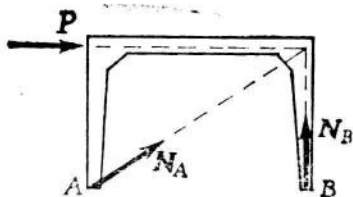
(c) 研究对象: 梁 AB; 受三个力, 即 P , 方向如下图所示. B 处有了辊轴, 因而支持力垂直于支承面, A 处支持力方向待定, 但根据三力平衡汇交定理, N_A 必与 P , N_B 汇交; 画出受力图。



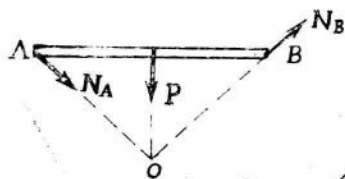
(a)

(b)

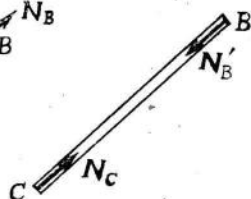
(d) 钢架 AB, 受三个力, 即 P , 方向水平向右, 可动铰链支座 B 的反力 N_B 垂直于支承面, 方向铅直向上, 固定铰链支座 A 的反力 N_A 方向待定。但根据三力平衡汇交定理, N_A 必与 P 、 N_B 汇交, 画出受力图。



(e) 横梁AB和撑杆BC受力图如下图所示, 其中BC是二力构件, $\vec{N}_C = -\vec{N}_B'$ 。根据作用和反作用定律, AB杆受的力 N_B 与 N_B' 大小相等, 方向相反, 所以AB杆受三力 N_A , N_B , P 方向可以确定, 且汇交于O点。

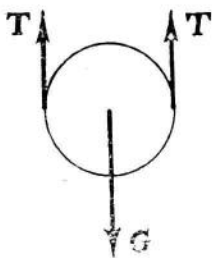


(a)

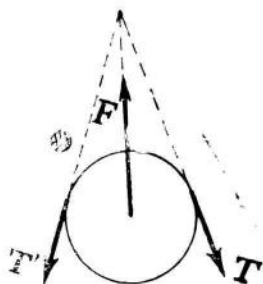


(b)

(f) 动滑轮和定滑轮受力图:

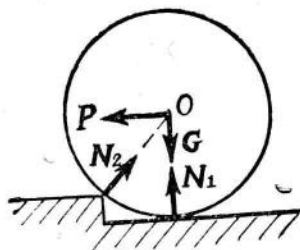


(a)



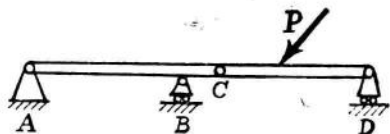
(b)

2 (1—6) 压路机滚子重为 G ，受水平拉力 P 的作用。设接触面是光滑的，试画出滚子的受力图。



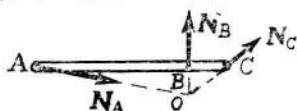
解：压路机滚子受到 4 个力作用，即重力 G ，水平拉力 P ，地面反作用力 N_1 ，垂直地面，轮前地面凸起点给轮子的反作用力 N_2 ，方向垂直接触面，指向轮心 O ，受力图 如图所示。

1—2
3 (1—7) 组合梁 $A C D$ ， C 处为铰接， $C D$ 梁上作用有载荷 P ，试分别画出 $A C$ 梁、 $C D$ 梁及整体的受力图，梁的自重均不计。



1—3

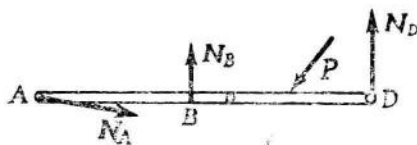
解： $A C$ 梁、 $C D$ 梁及整体的受力图如下：



(a)



(b)



(c)

其中在铰接处C,两梁相互作用力 N_C 和 N_C' 大小相等,方向相反,对于整体力图,是内力不必画在受力图上。

确定力的方向,要遵循从已知到未知,根据给出的条件逐步确定,例如上题3(1—7)AD梁共受4个力, N_B , N_D 可以根据辊轴支座这个条件确定其方向垂直支承面, P 方向已给定,但 N_A 是待定的,所以从整体梁来分析不易求出 N_A 的方向,但CD梁是受三力作用处于平衡,则根据三力平衡汇交定理可以确定 N_C' 的方向。这样AC梁所受的力 N_C 也就确定了,即 $N_C = -\vec{N_C'}$, 由于AC梁所受三个力处于平衡,必然汇交于一点,从而确定 N_A 的方向。切记在分析物体受力时,严格按照分析力的具体步骤逐步进行,力的方向的确定要有依据,不能单凭主观想象,乱加推测,正确地画出受力图是分析问题和解决问题的前提,因此,分析物体所受的力和画出受力图是解决力学问题的最重要的一关,必须多练。

第二章 平面汇交力系

一、内容提要

1、平面汇交力系——作用在物体上的各个力的作用线位于同一平面内,并且它们的作用线都相交于同一点的力系。

2、平面汇交力系的合成与平衡——几何法。

平面汇交力系可以化简为一个合力，合力的大小和方向可用几何法或解析法求出。

利用几何法求合力时，只需按照一定的比例尺寸，将力系中各力矢首尾相接，成为力多边形，它的封闭边就代表合力的大小和方向。因此，我们得出结论：平面汇交力系的合力 $\vec{R}$ 等于各已知力的矢量和，合力的作用线通过各力的公共交点。即

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

如 $\vec{R} = 0$ ，即 $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ 。此时物体处于平衡状态（静止

或匀速直线运动状态）。因此，平面汇交力系平衡的充分和必要条件是力系的合力等于零，或者说力系中各力所组成的力多边形自行封闭。

3、平面汇交力系的合成与平衡——解析法。

利用解析法求合力时，首先求出合力 $\vec{R}$ 在直角坐标系中两个坐标轴上的投影 R_x 和 R_y ，进而确定合力的大小和方向。即

$$R_x = \sum_{i=1}^n X_i \qquad R_y = \sum_{i=1}^n Y_i$$

式中 $X_1, X_2, X_3, \cdots, X_n$; $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$; R_x, R_y 分别表示各分力及合力在坐标轴上的投影，上式是合力投影定理表达式。

合力的大小： $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

合力的方向：可用与 x 轴之间的夹角表示，

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{R_y}{R_x} \bullet$$

$$\text{如 } \vec{R} = 0,$$

$$\text{或 } \sum_{i=1}^n X_i = 0 \qquad \sum_{i=1}^n Y_i = 0$$

此时物体处于平衡状态，上式是物体的平衡条件，它表明：平面汇交力系中所有各力在各个坐标轴上的投影代数和都等于零，则物体处于平衡状态。

二. 平面汇交力系的合成和平衡问题解题步骤：

(1) 确定研究对象，首先明确那一个物体为我们研究的对象，并将此物体从周围物体中分离出来，单独画出这个物体示意图的图形。

(2) 分析研究对象的物体上受到哪些力的作用，其中哪些是已知量，哪些是未知量。

(3) 画出受力图。

(4) 选取坐标系，坐标系的选取要得当，要使最多的力在坐标轴上，和坐标轴尽可能与较多的未知力相垂直。如欲求合力，可根据合力投影定理 $R_x = \sum X$ 和 $R_y = \sum Y$ 列方程，如系平衡问题，可根据平衡条件 $\sum X = 0$ 和 $\sum Y = 0$ ，列出平衡方程。列方程时，要注意正负号，即与坐标轴正向一致时正取号，反向时取负号。

(5) 解方程：对代数方程进行求解，解方程时，要注意使用同一单位制单位，一般要用国际单位制单位。

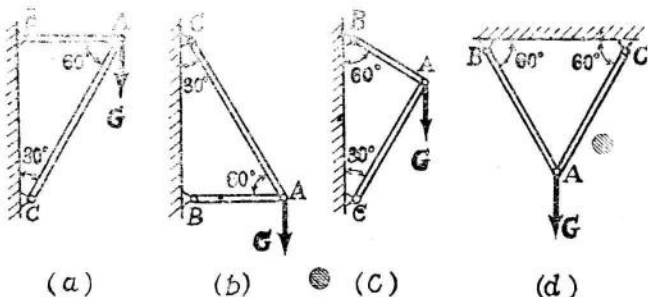
(6) 如用几何法求解时，要选择适当的比例尺，从已知力开始首尾相接，作出该力系的力多边形，并且使之封闭，最后用比例尺和量角器在图上量出未知量的大小和未知

量与某个已知力之间的夹角。

(7)讨论:主要围绕解题过程中应注意什么样的问题,有什么经验,以及答案的可靠性和它的物理上的意义进行讨论。

三、例题分析:

4 (2—8) 支架由杆AB、AC构成, A、B、C三处都是铰链, 在A点作用有铅垂力G, 求图示四种情况下, 杆AB、AC所受的力, 并说明杆件受拉还是受压, 杆的自重不计。



解: 由题意可知: AB、AC都是二力构件, 根据二力平衡定理, 此二力大小相等, 方向相反, 并在一条直线上。铰链A都受到三个力的作用。力图如下:

