21世纪高等院校经典教材同步辅导
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANXIAOJINGDIANJIAOCAITONGBUFUDAO

材料力学（浙大五版）全程导学及习题全解（Ⅰ）

主编／孙苏亚　副主编／鞠胜军　姚星宇　胡涛　审核／苗明川

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

21 世纪高等院校
ERSHIYISHIJIGAODENGYUANX

材料力学(浙大五版)
全程导学及习题全解(Ⅰ)

主编/孙苏亚 副主编/鞠胜军 姚星宇 胡涛 审核/苗明川

中国时代经济出版社
China Modern Economic Publishing House

图书在版编目(CIP)数据

材料力学(浙大五版)全程导学及习题全解. Ⅰ/孙苏亚主编. —北京:
中国时代经济出版社, 2012.1
(21世纪高等院校经典教材同步辅导)
ISBN 978-7-5119-1017-2

Ⅰ.①材… Ⅱ.①孙… Ⅲ.①材料力学—高等学校—教学参考资料
Ⅳ.①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第274665号

书　　名: 材料力学(浙大五版)全程导学及习题全解(Ⅰ)
作　　者: 孙苏亚
出版发行: 中国时代经济出版社
社　　址: 北京市丰台区玉林里25号楼
邮政编码: 100069
发行热线: (010)68320825　83910219
传　　真: (010)68320634　68320584
网　　址: www.cmepub.com.cn
电子邮箱: zgsdjj@hotmail.com
经　　销: 各地新华书店
印　　刷: 北京市昌平百善印刷厂
开　　本: 787×1092　1/16
字　　数: 365千字
印　　张: 21.75
版　　次: 2012年9月第1版
印　　次: 2012年9月第1次印刷
书　　号: ISBN 978-7-5119-1017-2
定　　价: 35.00元

内容简介

本书是根据高等教育出版社出版，浙江大学刘鸿文教授主编的《材料力学》(第五版)所编写的学习辅导及教学参考书。全书分《材料力学Ⅰ》《材料力学Ⅱ》两册，本书是《材料力学Ⅰ》的习题全解。每章分为“本章重要知识点概述”、“典型例题解析”和“习题全解”三个部分。分别对各章的知识要点作了简要而全面的归纳；对每章的习题都给出了尽可能全面详细的解答；列举了各章不同知识点应用方面的典型例题并作了详尽的分析解答，通过对例题的阅览，力求使读者掌握解题技巧和方法。

本书是高等院校本科阶段工科各专业《材料力学》课程的学习参考书，亦可作为考研复习参考书，还可供其他相关人员参考。

前　　言

材料力学是高等院校相关专业理工科大学生必须学习和掌握的一门重要的专业基础课，它的前期基础课包括物理学中的力学部分和理论力学这两门课程，而它又是学好其他专业课的基石，很多高等院校都将材料力学列为其核心课程之一。材料力学是一门与工程实际密切结合的基础性学科，很多习题都来自工程实际应用。因此要学好材料力学，除了在学习中要接受和掌握一些新概念、新理论和新方法，还要充分并灵活运用所学的力学和数学知识，来建立力学模型，从而选择合适的数学方法求解。做习题是材料力学学习中非常重要的一个环节，只有通过做一定量的习题，才能掌握所学的知识，达到巩固材料力学的基本理论和解题方法，实现在一些工程实际中运用材料力学的理论解决具体问题的目的。

浙江大学刘鸿文教授主编的《材料力学Ⅰ》(第五版)一书是普通高等教育国家级规划教材，是在第四版的基础上，在保持原书风格和特点的基础上，做了少部分修订而成的，刘鸿文教授的这套材料力学教材深受广大师生的欢迎。为了更好地配合《材料力学Ⅰ》(第五版)教材的使用，给学生的学习提供帮助，我们编写了这本习题全解。

《材料力学》共分为十八章，前九章与《材料力学Ⅰ》(第五版)每一章相对应，具有包括《材料力学Ⅰ》(第五版)的附录Ⅰ(平面图形的几何性质)部分。十至十八章与《材料力学Ⅱ》各章对应。每章包括"本章重要知识点概述"、"典型例题解析"和"习题全解"三个部分。

"本章重要知识点概述"部分是对本章的重要知识点、计算公式、定理、解题方法等作一个总体的归纳，让读者对本章的要点一目了然。并对本章重点难点、思想方法的总结和归纳，有助于对本章内容的学习和整体把握。

"典型例题解析"部分列举了各章不同知识点应用方面的典型例题并作了详尽的分析解答，通过对例题的阅览，力求使读者掌握解题的技巧和方法。

"习题全解"部分对教材中本章的每一道习题都作了尽可能详尽的解答，解题中所用到的知识点都予以了说明，让读者能够充分了解到每章习题的类型和考察的知识点，从而在做题中得到锻炼以至得心应手。另外，我们将《材料力学Ⅰ》(第四版)的一些习题做为补充题附在每章的最后。

本书由孙苏亚、鞠胜军、姚星宇、胡涛等同志编写，全书由苗明川审核。本书编写过程中得到、冯翔、王天磊、侯钢、董平等同志的大力协助，并得到中国时代经济出版社的领导和有关编辑的大力支持，为此表示衷心的感谢！对《材料力学》(第五版)作者刘鸿文教授表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，加之时间仓促，本书难免有缺点和疏漏，存在一些不妥之处，敬请各位专家及广大读者批评指正。

编　者

2012年8月

目　　录

第一章　绪　论

本章重要知识点概述

1. 变形固体的基本假设

（1）连续性假设　认为组成固体的物质不留空隙地充满了固体的体积.

（2）均匀性假设　认为在固体内到处有相同的力学性能.

（3）各向同性假设　认为无论沿任何方向，固体的力学性能都是相同的.

2. 力的分类

（1）外力　按作用方式分为表面力和体积力；按载荷随时间变化的情况，又可分为静载荷和动载荷.

（2）内力　物体因受外力作用而变形，其内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用的力，内力有四种：轴力、剪力、扭矩和弯矩.

（3）应力　内力分布的集度即为应力，其单位是 Pa 或 MPa.

截面上单位面积上的内力称为平均应力，用 p_m 表示，即

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

当面积 $\Delta A \to 0$，力的作用面趋向于一点时所得的 p_m 的极限值即为该点处的应力 p，也即

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

将应力 p 向截面的法向和切向分解得到的两个分量分别叫做正应力和切应力，并分别用 σ 和 τ 表示，于是有

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2$$

3. 变形与应变

（1）变形

变形分为线变形和角变形，物体受力后，其内部任意两点之间的相对线位移称作线变形；二正交直线间的相对角位移称为角变形.

（2）应变

应变是变形的相对改变量，是无量纲量，分为线应变和角应变，也称为正应变和切应变.

长度的改变量 Δs 与原长 Δx 的比值为平均正应变，用 ε_m 表示，即

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

平均正应变的极限值即为正应变，用 ε 表示，也即

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

微体相邻棱边所夹直角改变量，称为切应变，用 γ 表示，单位为 rad，若用 α 表示变形后微体

相邻棱边的夹角，则

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

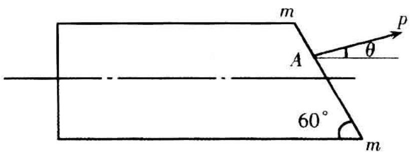
4. **杆件变形的基本形式**

杆件变形的基本形式有四种：拉伸或压缩、剪切、扭转和弯曲.

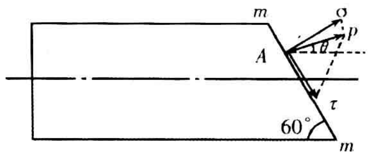
典型例题解析

例 1-1 如例 1-1 图所示，在杆体的斜截面 $m-m$ 上，任一点 A 处的应力为 $p=120\text{MPa}$，其方位角 $\theta=20°$，试求该点处的正应力 σ 与切应力 τ.

解 只要知道了正应力 σ 与切应力 τ 的定义以及它们与全应力的关系，这类问题就迎刃而解了.



例 1-1 图



解例 1-1 图

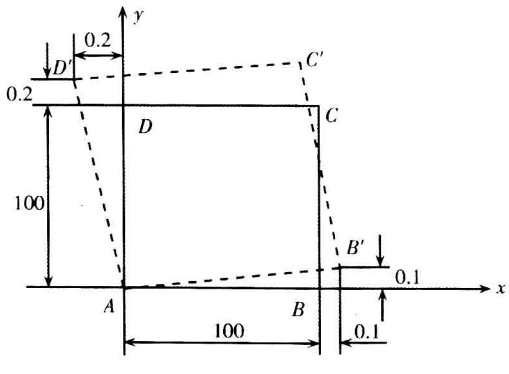
σ 是全应力 p 沿截面法线方向上的分量，τ 是 p 沿截面切线方向上的分量，于是将 p 分别向这个两个方向上分解即得 σ 和 τ，如解例 1-1 图所示.

由几何关系可得

$$\sigma = p\cos 10° = 120\text{MPa} \times \cos 10° = 118.2\text{MPa}$$

$$\tau = p\sin 10° = 120\text{MPa} \times \sin 10° = 20.8\text{MPa}$$

例 1-2 板件的变形如例 1-2 图中虚线所示，试求棱边 AB 与 AD 的平均正应变以及 A 点处直角 $\angle BAD$ 的切应变.



例 1-2 图

解 应用平均正应变和平均切应变的定义，问题便很容易得到解决.

由平均应变的定义可得

AB 边的平均正应变

$$\varepsilon_x = \frac{AB' - AB}{AB} \approx \frac{0.1}{100} = 1 \times 10^{-3}$$

AD 边的平均正应变

$$\varepsilon_y = \frac{AD' - AD}{AD} \approx \frac{0.2}{100} = 2 \times 10^{-3}$$

直角$\angle BAD$ 的切应变

$$\gamma = \angle DAD' - \angle BAB' \approx \tan\angle DAD' - \tan\angle BAB' = \frac{0.2}{100} - \frac{0.1}{100} = 1 \times 10^{-3}\,\text{rad}$$

思考题解答

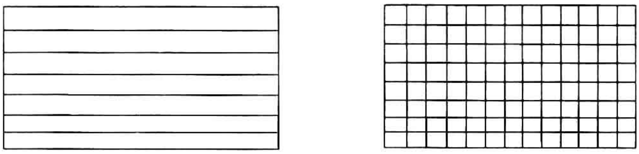
1.1　理论力学中哪些定理在材料力学中的应用受到严格限制?

解答　理论力学研究的是刚体，材料力学研究的是变形体，有连续性假设、均匀性假设和各向同性假设，所以理论力学中关于刚体的定理在材料力学中应用都应该被严格限制.

1.2　材料的均匀性与各向同性假设有何区别? 请形象地用图形来表示.

解答　所谓均匀性假设：从构件内部任何部位所切取的微小单元体都具有与构件完全相同的性质；各向同性假设：材料沿各个方向具有相同力学性能，从中我们可以看出，均匀性假设是微小单元与整个构件之间的比较，它们具有完全相同的性质，但沿各个方向的性质有可能不同；各向同性假设是每个微小单元或者构件沿各个方向具有相同的力学性能.

图形：



（均匀性）　　　　（各向同性）

解答 1.2 图

1.3　说明下列各种情况下，哪些是静载荷? 哪些是动载荷；

(a) 千斤顶顶重物时所受到的压力；

(b) 用脸盆盛自来水龙头渗出的水滴，水对脸盆的压力；

(c) 起吊重物时钢索受到的拉力；

(d) 水库中水对坝的压力；

(e) 降雪对过程中，积雪对屋顶的压力；

(f) 冲床冲压工作时，冲头对工作的作用力；

(g) 把重物很快地放到桌上，重物对桌子的作用力.

解答　(a) 千斤顶静止或者匀速运动时，是静载荷；千斤顶变速运动时，是动载荷.

(b) 动载荷

(c) 动载荷（起吊时候有加速度）

(d) 静载荷

(e) 静载荷

(f) 动载荷

(g) 动载荷

1.4　对教材例 1.1 中的钻床，可否研究 $m-m$ 截面以下的部分，以确定 $m-m$ 截面上的

内力?

解答　可以. 根据力平衡，将钻床与地面之间的的作用力计算出来，然后根据截面法，沿 $m-m$ 截面假想的把钻床分为两部分，研究 $m-m$ 截面以下部分，可得到相同的结果.

1.5　判断下列力学现象，哪些可用材料力学理论进行研究，哪些不能？为什么？

(a) 弓开如满月；

(b) 跳水运动员入水前，脚蹬跳板，使跳板变形；

(c) 跳水运动员入水前，脚蹬跳台，使跳台变形；

(d) 截重卡车驶过桥梁，使桥梁变形；

(e) 车削工件时，切削切使工件弯曲；

(f) 转动汽车方向盘时，使转向轴扭转；

(g) 撑杆跳高时撑杆的变形.

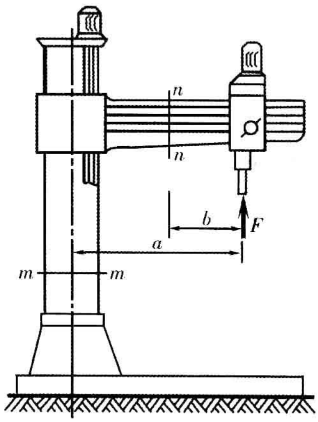
解答　材料力学的主要研究对象是杆件，以及由若干杆件组成的简单杆系，同时也研究一些形状与受力均比较简单的板与壳，所研究的问题限于小变形的情况. 所以，(a)(b)(g) 不能用材料力学理论来研究，(c)(d)(e)(f) 可以用材料力学理论来研究.

习题全解

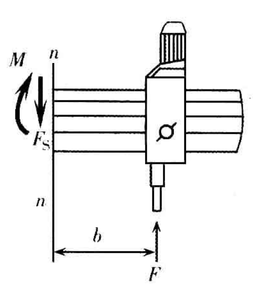
1.1　对题 1.1 图所示钻床，试求 $n-n$ 截面上的内力.

解　应用截面法解题，取钻床上 $n-n$ 截面以右的部分为研究对象，其受力如解1-1图所示，由受力平衡可得

$$F_S = F,\quad M = Fb$$



题 1.1 图



解 1-1 图

故 $n-n$ 截面上的切向力 $F_S=F$，弯矩 $M=Fb$，其方向如解 1-1 图所示.

1.2　试求图示结构 $m-m$ 和 $n-n$ 两截面上的内力，并指出 AB 和 BC 两杆的变形属于何类基本变形.

解　仍应用截面法，取 $m-m$ 截面以右和 $n-n$ 截面以下的部分为研究对象，其受力情况如解 1-2 图所示，列平衡方向可得

$$\sum F = F + F_S - 3\text{kN} = 0 \qquad ①$$

$$\sum M = F \cdot 2\text{m} + M - 3\text{kN} \cdot 1\text{m} = 0 \qquad ②$$

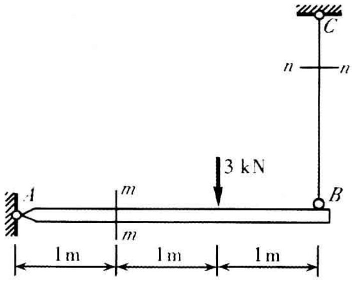
再取整体作为研究对象，BC 杆的拉力为 F，各力对 A 点取矩，由力矩平衡得

$$F \cdot 3\text{m} = 3\text{kN} \cdot 2\text{m} \qquad ③$$

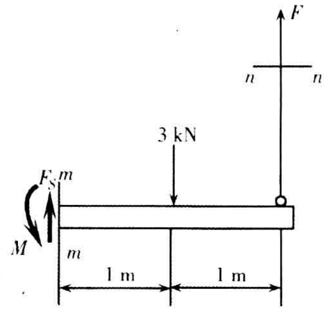
解①②③式，可以得内力分别为

$$F = 2\text{kN},\quad F_S = 1\text{kN},\quad M = -1\text{kN} \cdot \text{m}$$

其方向如解 1-2 图中所示，负号表示与图中所示的方向相反.

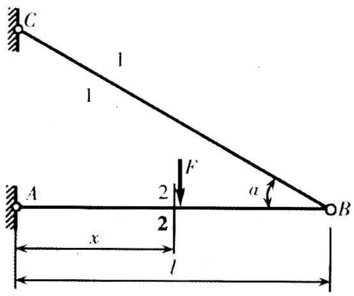


题 1.2 图

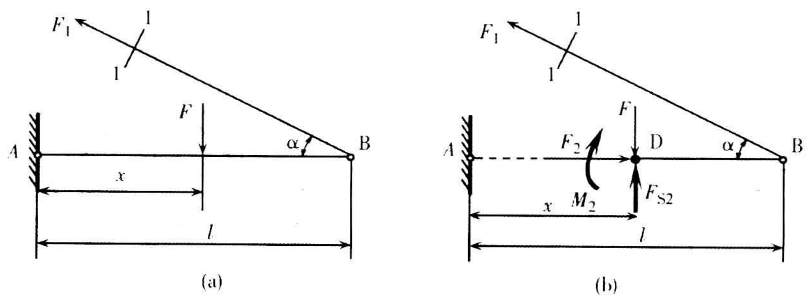


解 1-2 图

1.3 在图示简易吊车的横梁上，F 力可以左右移动. 试求截面 1—1 和 2—2 上的内力及其最大值.



题 1.3 图



解 1-3 图

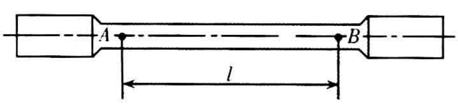
解 先取 1—1 截面以下的部分为研究对象，其受力图如解 1-3 图（a）所示，由对 A 点的力矩平衡可得

$$\sum M_A = F_1 l \sin\alpha - Fx = 0$$

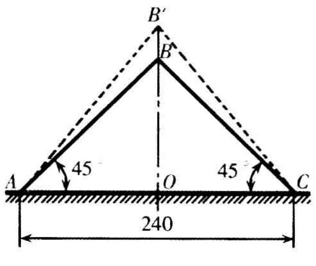
于是
$$F_1=\frac{Fx}{l\sin\alpha}$$
因此当 $x=l$ 时，1－1 截面上内力有最大值，且
$$F_{1\max}=\frac{F}{\sin\alpha}$$
再取 1－1 截面和 2－2 截面以右的部分为研究对象，其受力情况如解 1-3 图（b）所示，由平衡条件可得
$$\sum F_x=F_2-F_1\cos\alpha=0$$
$$\sum F_y=F_{S2}-F_1\sin\alpha-F=0$$
$$\sum M_D=F_1(l-x)\sin\alpha-M_2=0$$
将 $F_1=\frac{Fx}{l\sin\alpha}$ 代入以上三式并解方程组可得
$$F_2=\frac{Fx}{l}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{x}{l}F\cot\alpha$$
$$F_{S2}=F-F_1\sin\alpha=\left(1-\frac{x}{l}\right)F$$
$$M_2=F_1(l-x)\sin\alpha=\frac{x\ (l-x)}{l}F$$
于是易得，当 $x=l$ 时，F_2 达到最大值，且
$$F_{2\max}=F\cot\alpha$$
当 $x=0$ 时，F_{S2} 达到最大值，且
$$F_{S2\max}=F$$
当 $x=\frac{l}{2}$ 时，M_2 达到最大值，且
$$M_{2\max}=\frac{Fl}{4}$$

1.4　拉伸试样上 A，B 两点的距离 l 称为标距．受拉力作用后，用变形仪量出两点距离的增量为 $\Delta l=4.5\times10^{-2}$mm．若 l 的原长为 $l=100$mm，试求 A 与 B 两点间的平均应变 ε_m．

解　由平均正应变的定义可得
$$\varepsilon_m=\frac{\Delta l}{l}=\frac{4.5\times10^{-2}}{100}=4.5\times10^{-4}$$



题 1.4 图



题 1.5 图

1.5　图示三角形薄板因受外力作用而变形，角点 B 垂直向上的位移为 0.03mm，但 AB 和 BC 仍保持为直线．试求沿 OB 的平均应变，并求 AB 与 BC 两边在 B 点的角度改变．

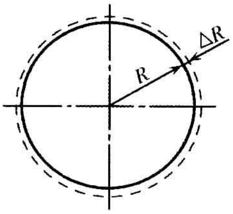
解　由平均正应变的定义可知，沿 OB 的平均应变为

$$\varepsilon_m = \frac{OB' - OB}{OB} = \frac{BB'}{OB} = \frac{0.03}{120} = 2.5 \times 10^{-4}$$

由平均角应变（也即切应变）的定义可知，B 点的角应变为

$$\begin{aligned}\gamma_B &= \frac{\pi}{2} - \angle AB'C = \frac{\pi}{2} - 2\angle AB'O \\ &= \frac{\pi}{2} - 2\arctan\frac{OA}{OB'} = \frac{\pi}{2} - 2\arctan\frac{120}{120+0.03} \\ &= 2.5 \times 10^{-4}\,\text{rad}\end{aligned}$$

1.6 圆形薄板的半径为 R，变形后 R 的增量为 ΔR. 若 $R=80\text{mm}$，$\Delta R=3\times10^{-3}\,\text{mm}$，试求沿半径方向和外圆圆周方向的平均应变.



题 1.6 图

解 由平均线应变的定义可知，沿半径方向的平均应变为

$$\varepsilon_{半径} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{3\times10^{-3}}{80} = 3.75\times10^{-5}$$

沿圆周方向的平均应变为

$$\varepsilon_{圆周} = \frac{2\pi(R+\Delta R) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{3\times10^{-3}}{80} = 3.75\times10^{-5}$$

第二章　拉伸、压缩与剪切

本章重要知识点概述

1. 轴向拉伸与压缩的概念

（1）受力特点　作用于杆上的外力或外力合力的作用线沿杆件的轴线方向.

（2）变形特点　杆件在轴向载荷作用下，以轴向伸长或缩短为主要变形.

2. 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力和应力

（1）截面法求内力的步骤

先用假想的平面将杆件在需求内力处截分成两部分，再将弃去部分对留下部分的作用代之以内力，然后对留下部分利用平衡条件列出平衡方程，解方程即得内力.

（2）轴力

杆件在受轴向拉伸或压缩时横截面上的内力，用 F_N 表示，其作用线与杆轴线重合.

轴力正负号规定：以拉力为正，压力为负.

（3）正应力

根据平面假设，轴向拉压杆横截面上各点仅存在正应力 σ，并沿截面均匀分布. 设杆件的横截面积为 A，轴力为 F_N，则由上述假设可得正应力公式为

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

以上公式适用于横截面为任意形状的等截面杆.

3. 轴向拉伸与压缩时斜截面上的应力

斜截面上各点的应力　$p_\alpha = \dfrac{F_N}{A/\cos\alpha} = \sigma\cos\alpha$

各点的正应力　$\sigma_\alpha = p_\alpha\cos\alpha = \sigma\cos^2\alpha$

各点的切应力　$\tau_\alpha = p_\alpha\sin\alpha = \dfrac{\sigma}{2}\sin2\alpha$

式中的 α 为斜截面外法线方向与杆件轴线的夹角.

当 $\alpha=0°$时，正应力最大，$(\sigma_\alpha)_{max}=\sigma$；当 $\alpha=90°$时，正应力最小，$(\sigma_\alpha)_{min}=0$.

当 $\alpha=\pm45°$时，切应力最大，$|\tau_\alpha|_{max}=\dfrac{\sigma}{2}$；当 $\alpha=0°$或 $90°$时，切应力最小，$|\tau_\alpha|_{min}=0$.

4. 材料拉伸时的力学性能

（1）低碳钢拉伸时的力学性能

①弹性阶段

应力 σ 与应变 ε 成正比，即 $\sigma=E\varepsilon$，满足胡克定律，材料卸载后变形可完全消失.

E 为弹性模量，与 σ 量纲相同，常用单位 GPa.

②屈服阶段

当应力超过比例极限后，将会出现应力基本保持不变，而应变显著增加的现象称为材料的屈

服或流动．使材料屈服时的应力，称为屈服极限，用 σ_s 表示．屈服时，光滑试件的表面会出现与轴线成 45° 的滑移线．

③强化阶段

经过屈服滑移以后，材料又恢复了抵抗变形的能力，这一阶段中最大的应力 σ_b，称为强度极限或抗拉极限．

④局部变形阶段

过了强度极限点后，试样的某一局部范围内出现缩颈现象．此阶段，拉力减小，试件迅速伸长，直至在缩颈处断裂．

（2）塑性指标

①伸长率

$$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\%$$

l_1 为试件拉断后的总长，l 为试件原长．

②断面收缩率

$$\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$$

A_1 为拉断后缩颈处的最小横截面积，A 为试件的原始横截面积．

（3）卸载定律

在卸载的过程中，应力和应变按直线规律变化，且与弹性阶段的直线平行．

（4）其他材料拉伸时的力学性能

各类碳素钢中，随含碳量的增加，屈服极限和强度极限相应提高，但伸长率降低．

脆性材料如灰口铸铁在拉伸时，没有明显的直线部分，也没有屈服和缩颈现象，拉断前的应变很小．脆性材料在拉断时的最大应力即为其强度极限．

5．失效、安全因数和强度条件

（1）失效　构件在外力作用下丧失正常功能的现象．从强度方面考虑，构件失效主要有两种形式：一种是断裂，另一种是屈服或是发生显著塑性变形．

（2）许用应力

对于塑性材料

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s}$$

对于脆性材料

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b}$$

n_s 或 n_b 称为安全因数，都是大于 1 的．

（3）拉压杆的强度条件

$$\sigma_{max} = \left(\frac{F_N}{A}\right)_{max} \leqslant [\sigma]$$

σ_{max} 为工作应力的最大值．

（4）强度计算的三类常见问题

①校核强度　$\sigma_{max} \leqslant [\sigma]$

②选择截面尺寸　$A \geqslant \dfrac{(F_N)_{max}}{[\sigma]}$

③确定承载能力　$F_N \leqslant [\sigma] A$

6. 轴向拉伸或压缩时的变形

若杆件原长为 l，横向尺寸为 b，横截面积为 A，在轴向拉力 F 作用下，长度变为 l_1，横向尺寸变为 b_1，则该杆件在轴线方向的线应变

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{l_1-l}{l}$$

横向线应变

$$\varepsilon'=\frac{\Delta b}{b}=\frac{b_1-b}{b}$$

当应力不超过材料的比例极限时，有如下关系式

$$\sigma=E\varepsilon$$

$$\left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|=\mu \text{ 或 } \varepsilon'=-\mu\varepsilon$$

E 为材料的弹性模量，μ 为泊松比，两者都是材料的弹性常数.

7. 桁架节点位移的计算

当杆件应力不超过材料的比例极限时，杆件的伸长量 $\Delta l=\frac{F_{\mathrm{N}}l}{EA}$（$F_{\mathrm{N}}$ 为负时为缩短量）.

桁架节点位移的计算方法是，先计算相交于节点各杆的伸长量，根据小变形概念用切线代圆弧的方法，从变形后各杆的终点作各杆轴线的垂线，各杆的垂线交于一点，即为节点的新位置.

8. 轴向拉伸或压缩的应变能

构件因变形而储存的能量，称为应变能，用 V_ε 表示，在线弹性范围内的轴向拉压应变能为

$$V_\varepsilon=W=\frac{F_{\mathrm{N}}\Delta l}{2}=\frac{F_{\mathrm{N}}^2 l}{2EA}$$

拉压的应变能密度为

$$v_\varepsilon=\frac{\sigma\varepsilon}{2} \text{ 或 } v_\varepsilon=\frac{\sigma^2}{2E}$$

9. 拉伸、压缩的超静定问题

求解这类问题的步骤如下：

（1）由超静定问题未知力的数目与有效平衡方程的数目来确定静不定度；

（2）由变形协调条件列变形协调方程，该方程的个数等于静不定度数；

（3）由胡克定律列力与变形间的物理方程，并将其代入变形协调方程，得到补充方程；

（4）由补充方程和有效平衡方程联立即可求解超静定问题.

10. 剪切的实用计算

（1）平均切应力

以剪切面将受剪构件分成两部分，并以其中一部分为研究对象，假设在剪切面上剪切应力是均匀分布的，那么有平均切应力

$$\tau=\frac{F_{\mathrm{S}}}{A}$$

F_{S} 为剪切面的剪力，A 为剪切面的面积.

（2）剪切强度条件

$$\tau=\frac{F_{\mathrm{S}}}{A}\leqslant[\tau]$$

$[\tau]$ 为材料的许用切应力.