數學辭典

數學辭典　全　上海中華

數學辭典

民國十四年十一月印刷
民國十四年十一月發行

數學辭典（全一冊）

△ 定價銀三元
（外埠另加郵匯費）

編者 諸暨倪德基 諸暨酈祿琦
校者 松江雷璨
發行者 中華書局
印刷者 中華書局
印刷所 上海靜安寺路二七七號 中華書局
總發行所 上海棋盤街 中華書局
分發行所 北京 天津 保定 張家口 濟南 青島 太原 開封 鄭州 西安 蘭州 南京 徐州 杭州 蘭溪 安慶 蕪湖 南昌 九江 漢口 武昌 沙市 長沙 衡州 常德 成都 重慶 福州 廈門 廣州 潮州 汕頭 雲南 貴陽 奉天 吉林 哈爾濱 新加坡 中華書局

數學詞典

編纂大意

一. 我國關於數學之書,除二三部稍涉高深者外,其餘幾盡爲中學校教科書.而譯名之奇離不符,所在多是.欲求一備辭典之體,爲各科之宗,譯名又精確,便於中西對照,足爲中學校教員專門學校學生及中學生之參考檢查者,則不可得.同人爰編是書,以補斯憾.

一. 本書材料以日本長澤龜之助著數學辭書爲根據,惟原書取材簡略,不敷應用.爰參考下列各書,盡力增益.茲將參考各書,列舉於下:

(一)英文類:

C. Smith.—Elementary Algebra, Treatise on Algebra.

Wentworth.—Elements of Algebra, Higher Algebra.

Hall and Knight.—Elementary Algebr , Higher Algebra.

Burnside and Panton.—Theory of Equations.

Cajori.—Modern Theory of Equations.

Wentworth.—Plane and Solid Geometry.

Hall and Stevens.—School Geometry.

Richardson and Ramsey.—Modern Plane Geometry.

Godfrey and Siddon.—Modern Geometry.

Smith and Gale.—Elements of Analytic Geometry.

Puckle.—Conic Sections.

Snyder and Sisam.—Analytic Geometry of Space.

Hobson.—A treatise on Plane Trigonometry.

Todhunter.—Plane Trigonometry.

Wentworth.—Plane and Spherical Trigonometry.

(二)日文類:

長澤龜之助數學辭書,算術辭典,代數辭典,幾何學辭典,續幾何學辭典三角法辭典.

(三)中文類:

共和國教科書算術,民國新教科書算術,漢譯查理斯密初等代數學,漢譯溫德華士初等代數學,大代數學講義,漢

譯溫德華士幾何學,幾何學講義,近世幾何學,非歐幾里得幾何學,中外度量衡比較表.

一. 本書所述,詳於初等之部,而高等之部,除重要者已述及外,其較輕者暫付闕如.辭書之部共約二十五萬言,插圖三百餘幅.

一. 本書辭典之後有附錄二:附錄之一爲定理公式及表,舉凡各科之定理公式及表,搜羅幾盡,較之他書之東鱗西爪缺而不全者,便利良多,而閱者按圖索驥,不必斤斤運算,時間之經濟,腦力之節省,洵爲數學書中之寶鑑;附錄之二爲數學家事略,因我國尚無數學史出版;爰譯 Fink:—Brief History of Mathematics之人名錄,述及三百餘人并搜集本國數學家百餘人,以備讀數學者之考查.

一. 本書爲總論,各科例題均不列入.以後如續編算術辭典,代數學辭典,幾何學辭典,三角法辭典則當盡行搜集也.

一. 學海無涯,難登彼岸,數學精微,尤易漏誤,本書遺漏謬誤之處,或所不免,讀者諸君,指而教之,所企望也.

數學辭典

總目錄

辭書之部目次

數學辭典

辭書之部

I. 辭典

一畫

一

【一】One 或 Unity.〔算〕數之單位也．凡其他諸數皆可由此數用加法而得之．亞拉伯以 1 記之，羅馬以 I 記之，希臘以 α′ 記之．

【一位】Units' place.〔算〕亦稱個位，即記數時自右第一位也．

【一次式】Expression of the first degree 或 Linear expression.〔代〕代數式之最高次項爲一次者，例如 $x+3$，$a+x+y$ 是也．

【一次項】Term of the first degree.〔代〕項之祇含一文字因數者．例如 $2x$ 及 $35y$ 是也．

【一位數】Units.〔算〕十以下諸數之謂也．

【一乘冪】First power.〔算〕〔代〕一乘冪爲對於二乘冪，三乘冪等而言．某數或式之一乘冪，即本數或式之謂．例如 3 之一乘冪爲 3^1 即 3 之本身，$ax+b$ 之一乘冪即爲 $ax+b$

【一項式】Monomial 或 Monomial expression.〔代〕亦稱獨項式或單項式，即代數式之祇有一項者．例如 a 及 $5x^2y$ 是也．

【一次函數】Function of the first degree 或 Linear function.〔數〕函數內自變數之最高乘冪爲一次者．例如 $y=ax+b$，y 爲 x 之一次函數；又如 $z=ax+by+c$，z 爲 x,y 之一次函數．

【一價函數】One-valued function 或 Single-valued function.〔數〕於 $y=f(x)$，對於自變數 x 之一值，函數 y 若祇有一值與之相應，則 y 爲一價函數；若有二值與之相應，則爲二價函數；若有數值與之相應，則爲多價函數．例如於 $y=3x^2+4$，與 x 以一值，y 亦祇有一值與之相應，故 y 爲一價函數；而於 $y=\pm\sqrt{x^2-a^2}$，對於 $a,-a$ 間 x 之各值，y 爲二價函數．

【一之三乘根】Cube roots of unity.〔代〕即一之立方根，見該條．

【一之立方根】Cube roots of unity.〔代〕二項三次方程式 $x^3-1=0$ 之三根，謂之一之立方根或三乘根．因 $x^3-1=$

$(x-1)(x^2+x+1)=0$, $x-1=0$ 或 $x^2+x+1=0$. 故 $x=1$, $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, 或 $\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$, 而 i 表 $\sqrt{-1}$. 是卽一之立方根，後二者爲複虛根. 此三根有稱種性質：(1)一複虛根之平方等於他複虛根. 此實行平方卽可知之. 又可證之如次：——若 ω 爲 $x^3-1=0$ 之根，則 $\omega^3=1$，平方之則得 $\omega^6=1$ 或 $(\omega^2)^3=1$，故 ω^2 適合 $x^3-1=0$ 而爲其一根. 故一之立方根常以 $1, \omega, \omega^2$ 表之. (2)因 ω 爲 $x^2+x+1=0$ 之根，故 $\omega^2+\omega+1=0$. 卽一之立方根之和爲零. 此又可證之如次：——因方程式之根之和，等於其次項之係數而變其號者. 今 x^2 之係數爲零, 故 $1, \omega, \omega^2$ 之和爲零. (3) 因 $1\cdot\omega\cdot\omega^2=\omega^3=1$，故一之立方根之積爲 1. 此又可證之如次：——因方程式之根之積，等於其末項而變其號者. 今末項爲 -1，故 $1, \omega, \omega^2$ 之積爲 1. (4) ω 之任何整乘冪，可以 $1, \omega$ 或 ω^2 代之. 因若 n 爲 3 之倍數，命爲 3m，則 $\omega^n=\omega^{3m}=1$. 若 n 不爲 3 之倍數，則必爲 $3m+1$ 或 $3m+2$ 之形式. 若 $n=3m+1$，則 $\omega^n=\omega^{3m+1}=\omega^{3m}\cdot\omega=\omega$. 若 $n=3m+2$，則 $\omega^n=\omega^{3m+2}=\omega^{3m}\cdot\omega^2=\omega^2$. 例如 $\omega^6=(\omega^3)^2=1$, $\omega^7=\omega^6\cdot\omega=\omega$, $\omega^8=\omega^6\cdot\omega^2=\omega^2$. (5)任何數 a 之三個立方根，可以 $1, \omega, \omega^2$ 乘其實根而得之. 卽 $\sqrt[3]{a}, \omega\sqrt[3]{a}, \omega^2\sqrt[3]{a}$ 是也. 例如 27之實根 3 外，其他二複虛根爲 $\frac{-3+3\sqrt{3}}{2}$ 與 $\frac{-3-i3\sqrt{3}}{2}$.

【一之 n 乘根】 Nth roots of unity.

〔代〕二項方程式 $x^n-1=0$ 之n個根謂之一之 n 乘根. 其性質如次：(1)若 n 爲奇數，則有一實根，卽 1 是也，其他諸根皆爲複虛數. 因以大於 1 之數代 x，則方程式 $x^n-1=0$ 之左邊爲正數；又以小於 1 之數代 x，則左邊爲負數. 故除 1 以外任何正數任何負數皆不適合 $x^n-1=0$. 同樣，若 n 爲偶數，則 $+1$ 與 -1 爲 $x^n-1=0$ 之實根，其他諸根皆爲複虛數. (2)若 n 爲奇數則諸複虛根之代數和爲 -1. 因普通方程式諸根之總和，爲第二項之係數而反其號者. 今 $x^n-1=0$ 之第二項之係數爲 0，且祇有一實根1，故其諸複虛根之代數和爲 -1.

同理，若 n 爲偶數，則諸複虛根之和爲零. (3)若 n 爲奇數，則諸複虛根之連乘積等於 $+1$. 因普通方程式諸根之乘積，等於其不含 x 之項而反其號者，此時卽 $+1$ 是也；而實根爲 $+1$，故諸複虛根之連乘積亦爲 $+1$. 同樣，若 n 爲偶數，諸複虛根之連乘積亦爲 $+1$. 同理可證明由諸根取相異二根之和，相異三根之和，…，相異 r (但 $r<n$) 根之和亦各爲零. (4)方程式 $x^n-1=0$ 無等根. 因 $f(x)=x^n-1$, $f'(x)=nx^{n-1}$；而 $f(x)$, $f'(x)$ 無含 x 之公因數，故無等根. (5)若 α 爲 $x^n-1=0$ 之複虛根，則 α^m 亦爲一根，m 爲任意整數. 因 $\alpha^n=1$，故 $(\alpha^n)^m=1$，或 $(\alpha^m)^n=1$，卽 α^m 爲 $x^n-1=0$ 之根. (6)若 m 與 n 互爲素數，則

方程式 $x^m-1=0$ 與 $x^n-1=0$ 不能有除 1 以外之公根. 若設 α 為 $x^m-1=0$ 與 $x^n-1=0$ 之公根, 則 $\alpha^m=1$, $\alpha^n=1$, 而 $\alpha^{mb}=1$, $\alpha^{na}=1$, 其中 a,b 為適合 $mb-na=\pm1$ 之關係之數(可化$\frac{m}{n}$為連分數而求之). 故 $\alpha^{mb-na}=1$, 即 $\alpha^{\pm1}=1$ 或 $\alpha=1$. 即 1 為二方程式惟一之公根. (7)若 h 為 m 與n之最高公因數, 則 $x^h-1=0$ 之根為 $x^m-1=0$ 與 $x^n-1=0$ 之公根. 命 $m=hm'$, $n=hn'$ 則 m' 與 n' 互為素數. 故可求得整數 a,b, 使$m'b-n'a=\pm1$. 故 $mb-na=\pm h$. 故若 α 為公根, 則 $\alpha^m=1$, $\alpha^n=1$ $\alpha^{mb-na}=1$ 或 $\alpha^{\pm h}=1$. 此即表 α 為 $x^h-1=0$ 之根. (8)若 α 為 $x^n-1=0$ 之複虛根, n 為素數,則諸根為 $1,\alpha,\alpha^2,\cdots,\alpha^{n-1}$. 由 (5) 知 $1,\alpha,\alpha^2,\cdots,\alpha^{n-1}$ 皆為此方程式之根. 且此諸根皆不相同;因若設$\alpha^p=\alpha^q$,則$\alpha^{p-q}=1$. 然由 (6),因 n 與 $p-q$ 互為素數, 故 $x^n-1=0$ 與 $x^{p-q}-1=0$不能有公根. 故方程式 $\alpha^{p-q}=1$ 不能成立, 而諸根皆含於級數 $1,\alpha,\alpha^2,\cdots\alpha^{n-1}$ 內.
(9)若 n 為由因數 p,q,r,… 而成之非素數, 則方程式 $x^p-1=0$, $x^q-1=0$, $x^r-1=0$,… 之根皆為$x^n-1=0$ 之根. 若α為 $x^p-1=0$ 之根,則 $\alpha^p=1$, 而 $(\alpha^p)^{qr\cdots}=1$,或$\alpha^n=1$,即α為$x^n-1=0$ 之根. (10)若 n 為由因數 p,q,r,……而成之非素數 則方程式 $x^n-1=0$ 之根為乘積 $(1+\alpha+\alpha^2+\cdots+\alpha^{p-1})(1+\beta+\cdots+\beta^{q-1})(1+\gamma+\cdots\gamma^{r-1})\cdots$ 之 n 項, 但 α 為 $x^p-1=0$ 之根, β 為 $x^q-=0$ 之根, γ 為 $x^r-1=0$ 之根,…積之任意項, 例如 $\alpha^a\beta^b\gamma^c\cdots$, 為$x^n-1=0$之根, 因 $\alpha^{an}=1$, $\beta^{bn}=1$, $\gamma^{rn}=1,\cdots$, 故得 $(\alpha^a\beta^b\gamma^c\cdots)^n=1$ 也. 又積中無二項相等者; 若命 $\alpha^a\beta^b\gamma^c\cdots$ 等於他項 $\alpha^{a'}\beta^{b'}\gamma^{c'}\cdots\cdots$, 則 $\alpha^{a'-a}=\beta^{b'-b}\gamma^{c'-c}\cdots$ 此方程式之第一邊為 $x^p-1=0$ 之根, 第二邊為 $x^{qr\cdots}-1=0$之根. 因 p 與 $qr\cdots$ 互為素數. 故由(6), 此二方程式不能有公根; 而$\alpha^a\beta^b\gamma^c\cdots$不能等於$\alpha^{a'}\beta^{b'}\gamma^{c'}\cdots$
(11)若 $n=p^aq^br^c\cdots$, 而p,q,r,… 為n之素因數,則 $x^n-1=0$ 之根為形如$\alpha\beta\gamma\cdots$之n 乘積, 而 α 為 $x^{p^a}-1=0$ 之根, β 為 $x^{q^b}-1=0$之根,γ為 $x^{r^c}-1=0$ 之根,… 此不過為(10)之擴張者, 其理全同. 由上所述, 知一之 n 乘根之決定可化為 n 為素數或素數之乘冪而決定之.

【一之固有根】 Primitive roots of unity. 〔代〕方程式 $x^n-1=0$ 之根,不為相似低次方程式之根者, 謂之該方程式之固有根,或一之固有 n 乘根. 例如於 $x^6-1=0$, 知 $x^2-1=0$ 與 $x^3-1=0$ 之根為 $x^6-1=0$ 之根, 即±1與$-\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}i\sqrt{3}$是也. 解 $x^2-x+1=0$, 求得其他二根為$\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}i\sqrt{3}$, 是即 $x^6-1=0$ 之固有根也. 一之固有根有次

述之性質：(1)n之各次數常有一之固有根．(2)若α爲一之固有n乘根，則α^r亦爲一之固有n乘根，但r須與n互爲素數．由是，若知一之固有n乘根之一，則可求得其他諸一之固有n乘根．

【一元方程式】 Equation with one unknown number.〔代〕方程式之祇含一未知數者．如 $x-5=7$ 爲一元一次方程式，$ax^2+bx+c=0$爲一元二次方程式，$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n=0$ 爲一元n次方程式．

【一次方程式】 Equation of the first degree，或Simple equation，或 Linear equation.〔代〕方程式內未知數之最高乘冪爲一者之謂也．例如 $ax+b=0$ 爲一元一次方程式，其解法爲 $x=-\frac{b}{a}$．又如 $ax+by+c=0$爲二元一次方程式，其解法不定． 一次方程式又稱直線方程式，因其圖爲一直線故也．

【一自變數函數】 Function of one independent variable.〔數〕函數之祇含一自變數者．例如 $y=ax^2+bx+c$，y爲一自變數x之函數．

【一直角三面角】 Rectangular trihedral angle.〔幾〕三面角之有一直角二面角者謂之一直角三面角．

【一次不定方程式】 Indeterminate equation of the first degree.〔代〕不定方程式之爲一次者之謂也． 一次不定方程式之未知數限於正整數時，其解答之數爲有限． 凡含二未知數之一次不定方程式皆可化爲 $ax\pm by=\pm c$ 之形式，然 $ax+by=-c$ 無正整數之解答，而 $ax-by=-c$ 與 $by-ax=c$ 同，故僅研究方程式 $ax\pm by=c$ 即可．且可假定 a,b,c 無公因數，a與b互爲素數．因若a,b有公因數m，而c不能以m整除之，即 $ax\pm by$ 可以m整除之，而c不能以m整除之，故方程式 $ax\pm by=c$ 不能有正整數之根； 若 a,b,c 有公因數，則可用除法以去之． I.求方程式 $ax-by=c$ 之普通解法． 將 $\frac{a}{b}$ 化爲連分數，而命$\frac{p}{q}$爲適在$\frac{a}{b}$前之近數，則 $aq-bp=\pm1$．所與之方程式可書之爲 $ax-by=\pm c(aq-bp)$，$\therefore a(x\mp cq)=b(y\mp cp)$．因 a 與 b 無公因數，故 $x\mp cq$ 必可以 b 整除之；命其商爲整數 t，則$\frac{x\mp cq}{b}=\frac{y\mp cp}{a}=t$，即 $x=bt\pm cq$，$y=at\pm cp$． (i)當 $aq-bp=1$，則 $x=bt+cq$，$y=at+cp$；由是與 t 以任何正整數，或數值小於$\frac{cq}{b}$，$\frac{cp}{a}$二量中之小者之負整數，可得正整數之解法，故其解法無限． (ii)若 $ap-bq=-1$，則 $x=bt-cq$，$y=at-cp$；由是與 t 以大於 $\frac{cq}{b}$，$\frac{cp}{a}$ 二量中之大者之正整數，可得正整數之解法，故其解法無限． (iii)若 a 或 b 爲 1，則分數 $\frac{a}{b}$ 不能化成分子爲1之連分數，而

上法不能用。然此時解法可由視察得之。如b=1，則方程式變為 $y=ax-c$，其解法可與 x 以大於$\frac{c}{a}$之正整數而得之，故其解法無限。 II.求 $ax+by=c$ 之普通解法。其解法與 I 相似。(i)若 $aq-bp=1$，則 $x=cq-bt$，$y=at-cp$；由是其正整數之解法可與 x 以大於$\frac{cp}{a}$而小於$\frac{cq}{b}$之正整數而得之，故其解法有限。(ii)若 $aq-bp=-1$，則 $x=bt-cq$，$y=cp-at$；由是其正整數之解法可與 x 以大於$\frac{cq}{b}$而小於$\frac{cp}{a}$之正整數而得之，故其解法有限。(iii)若 a 或 b 為 1，則與 I 之(i)同。

〔例〕求 $29x-42y=5$ 之正整數之解法。

化$\frac{42}{29}$為連分數，$\frac{42}{29}$之前之近數為$\frac{13}{9}$；故得 $29\times13-42\times9=-1$。∴ $29\times65-42\times45=-5$，與所與方程式相合，則得 $29(x+65)=42(y+45)$；∴ $\frac{x+65}{42}=\frac{y+45}{29}=$整數 t。故普通解法為$x=42t-65$，$y=29t-45$。

【一次有向量函數】 Linear vector function.〔數〕二有向量和之函數等於此二有向量之函數之和時，則此有向量之連續有向函數謂之一次有向量函數。即命 ρ_1，ρ_2 為二有向量，若 $f(\rho_1+\rho_2)=f(\rho_1)+f(\rho_2)$，則函數 f 謂之一次有向量函數。

【一次聯立方程式】 Simultaneous equations of the first degree.〔代〕即聯立方程式之為一次方程式者。見聯立方程式條。