高等工业学校教学用书

普通物理学

下册

上海市高等工业学校物理学编写组编

上海科学技术出版社

高等工业学校教学用书

普通物理学

（初 稿）

下冊

上海市高等工业学校物理学編写組編

上海科学技术出版社

高等工业学校教学用书
普 通 物 理 学
（初 稿）
下 册
上海市高等工业学校物理学編写組編
*
上海科学技术出版社出版
（上海瑞金二路450号）
上海市书刊出版业营业許可证出093号
新华书店上海发行所发行　各地新华书店經售
中华书局上海印刷厂印刷
*
开本850×1168 1/32　印張12 2/32　字数286,000
（原上教版印66,700册　1959年9月第1版）
1960年9月新1版　1960年9月第1次印刷
印数1—20,000

統一书号： 13119·397
定　价：（十）1.35元

下册目录

第四編　振动与波动

第五編　近代物理学基础

第四編　振动与波动

第一章　振动学基础

§4-1-1. 諧振动

物体在一定位置附近作来回重复的运动称为振动。例如，摆的运动，气缸中活塞的运动等，都是可以直接看到的振动。又如，一切发音体的运动，机器开动时各部分的微小运动，固体中分子的热运动等，則是不易或是不能直接看到的振动。

我們先用彈簧振子来說明諧振动。在左端固定的輕彈簧的右端系一物体，将物体略为移动后，物体就在彈簧力的作用下作左右来回的运动。这种振动系統称为彈簧振子。为了使討論較为簡单，我們把彈簧振子穿在光滑的水平玻璃棒上(图 4-1-1)，以避免重力对运动的影响。設物体在位置 O 时，彈簧作用在物体上的力是零，这个位置是物体的平衡位置。現在把物体向右移到位置 B，这时彈簧被拉长，相应地有指向左方卽指向平衡位置的力作用在物体上，使物体返回平衡位置。当物体回到平衡位置时，彈簧的作用力等于零，但

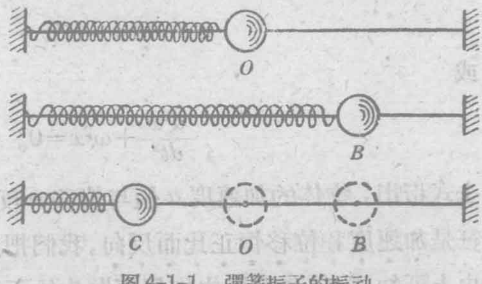

图 4-1-1. 彈簧振子的振动

因为物体在返回时获得速度，由于惯性作用，物体并不停止运动而继續向左移动。当物体在平衡位置左边时，彈簧被压縮，所以物体所受的力指向右方即指向平衡位置。这时力的作用是阻撓物体运动，直至物体靜止在位置 C。在这以后，物体在彈性力的作用下向右移动，情形和上述向左移动相似。这样，在彈簧的力的作用下，物体就在平衡位置左右方向作来回重复的振动。

取平衡位置 O 为 x 軸的原点，并設 x 軸的正向向右。按照虎克定律，物体所受彈簧的彈性力 f 和彈簧的伸长或物体以平衡位置为起点的位移 x 的关系是

$$f=-kx,$$

式中 k 是彈簧的倔强系数，負号表示力和位移的方向相反。設物体的質量为 m，根据牛頓第二运动定律，它的加速度是

$$a=\frac{f}{m}=-\frac{k}{m}x。$$

因为 k 和 m 都是正数，所以它們的比值可用另一恒量 ω 的平方来表示，即令

$$\frac{k}{m}=\omega^2, \tag{4-1-1}$$

代入上式，得

$$a=-\omega^2 x \tag{4-1-2}$$

或

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2 x=0。 \tag{4-1-2a}$$

上式指出，物体的加速度 a 恒与位移 x 反向。所以上述振动的特征是加速度和位移恒正比而反向，我們把这种振动称为諧振动。由上可知，物体在彈性力作用下发生的运动是諧振动。

根据微分方程理論，式(4-1-2 a)的解是

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)。 \tag{4-1-3}$$

式中 A 和 φ 是两个恒量，它們的意义和数值将在后面討論。又因为 $\cos(\omega t+\varphi)=\sin\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)$，所以如令 $\varphi'=\varphi+\frac{\pi}{2}$，则式(4-1-3)可改写为

$$x=A\sin(\omega t+\varphi')。\tag{4-1-3a}$$

式(4-1-3)或(4-1-3a)都是諧振动的运动方程(位移和时間的关系式)。因此，物体作諧振动时，位移是时間的正弦或余弦函数。所以我們也可以說，位移用时間的正弦或余弦函数来表示的振动称为諧振动。为确定起見，在本章中我們用余弦函数来表示諧振动。

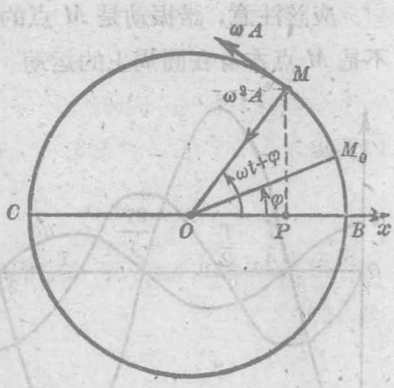

图 4-1-2. 质点諧振动的参考圆

下面我們再用几何的方法来研究諧振动中位移和时間的关系，并同时求出諧振动中速度、加速度和时間的关系。如图 4-1-2 所示，設有質点 M 以匀角速度 ω 在半徑为 A 的圓周上运动，那么它在直徑 BC 上的投影 P 点就在 BC 上作来回的运动。設在 $t=0$ 时，M 点在 M_0 处，半徑 OM_0 和 OB 間的角是 φ。經过时間 t 后，M 点到达 M 处，半徑 OM 和 OB 間的角变为 $\omega t+\varphi$，这时投影 P 点离开圓心的位移是

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)。$$

因为 M 点的角速度是 ω，半徑是 A，所以它的速度是 ωA，在切綫方向；而它的加速度是 $\omega^2 A$，指向圓心。P 点既是 M 点在 BC 上的投影，可知 P 点的速度 v 和加速度 a 分别是 M 点的速度和加速度在 BC 上的分量，即

$$v=-\omega A\sin(\omega t+\varphi); \tag{4-1-4}$$

$$a=-\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)。 \tag{4-1-5}$$

把位移方程式代入加速度方程式，得

$$a=-\omega^2 x。$$

这就是諧振动的定义。由此可知，当質点作匀速圓周运动时，它在直徑上的投影的运动是諧振动。上述方法同时告訴我們，当質点作諧振动时，它的位移、速度和加速度都是时間 t 的余弦或正弦函数。

应該注意，諧振动是 M 点的投影 P 点在直徑 BC 上的运动，不是 M 点本身在圓周上的运动。M 点的运动在这里只有輔助的意义，所以我們称 M 点为輔助点，称它所走的圓为参考圓。

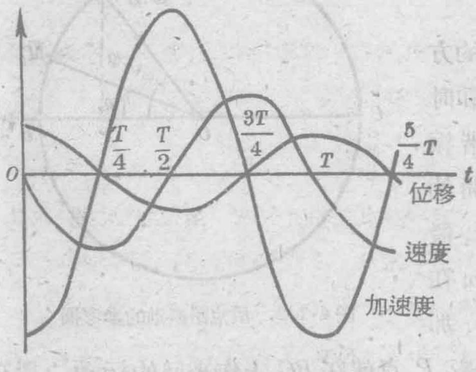

图 4-1-3. 諧振动的位移、速度和加速度与时間的关系

如以 t 为横坐标，位移、速度和加速度为縱坐标，就可画出三条曲綫，如图 4-1-3 所示(图中假定 $\varphi=0$)。从三条曲綫，可以清楚地看出諧振动中的位移、速度和加速度的周期性，就是說，它們都在每隔一定的时間后，重复一次原来的数値。所以諧振动是一种周期运动。

§4-1-2 諧振动中的振幅、周期、頻率和周相

現在来說明諧振动方程 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 中各量的意义。式中 A 称为振动的振幅。因余弦的絕对值不能大于 1，故 x 的絕对值不能大于 A，可知振幅 A 是振动点离开平衡位置的最大位移。

式中 $(\omega t+\varphi)$ 称为振动的周相，这是个极其重要的物理量，由式(4-1-3)可知，当 A 为已知时，根据周相的大小，可以决定振动点在某一时刻 t 的位置。不仅如此，由于振动是质点所作的往复周期性运动，所以在一个完全振动的过程中(即来回一次)，任何一个位置，质点都将两次經过它。但每次通过的方向不同。例如，在图 4-1-2 中，当 $(\omega t+\varphi)=\frac{\pi}{2}$ 时，P 点的位置是 O 点，运动方向向左；当 $\omega t+\varphi=\frac{3\pi}{2}$ 时，P 点的位置也是 O 点，而运动方向向右。由此可見，振动的周相不仅决定振动点在任一时刻 t 的位置，而且也决定这时质点运动的方向。恒量 φ 是 $t=0$ 时的周相，称为振动的初周相，簡称初相，从图 4-1-2 上可知，φ 的数值决定于我們开始計算时間的时刻。

对于輔助点 M 說，ω 是角速度，对于諧振动讲，ω 称为圓頻率。輔助点 M 旋轉一周所需的时間是

$$T=\frac{2\pi}{\omega}, \tag{4-1-6}$$

这就是振动点 P 完成一个完全振动(来回一次)所需的时間，称为振动的周期。周期的倒数称为頻率，它代表单位时間內振动点所作完全振动的次数。頻率的单位是每秒振动一次，称为[赫芝]。例如，頻率为 200 [赫芝] 就是在一秒鐘內振动 200 次。用 ν 代表頻率，则

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \tag{4-1-7}$$

或

$$\omega=2\pi\nu。 \tag{4-1-7a}$$

因此，圓頻率表示振动点在 2π 秒时間內所作的振动次数。諧振动方程也常用頻率或周期表述：

$$x=A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right),$$

或 $$x=A\cos(2\pi\nu t+\varphi)。$$

由上所述，可知諧振动的周期（或頻率）、初相和振幅三个量完全确定一个諧振动。現在說明在具体問題中何种因素决定这三个量。

彈簧振子的圓頻率是 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$，所以周期和頻率分别是

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};\quad \nu=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}。$$

因为質量 m 和倔强系数 k 代表彈簧振子本身的性質，所以上述两式說明，当振动系統作諧振动时，它的周期或頻率完全由系統本身性質所决定。我們常称之为固有周期或固有頻率。在其它諧振动例子中也可得到同样結論。但因振动系統的性質各不相同，所以周期与頻率的具体公式也有所不同。

对于一定的振动系統（ω 为已知），还可以有振幅不同和初相不同的振动。但是不論一个振动的振幅和初相的数値为何，它的位移和时間及速度和时間的关系总是

$$x=A\cos(\omega t+\varphi),\quad v=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)。$$

所以，如果已知某一时刻的 x 値和 v 値，那么振幅 A 和初相 φ 就可从上述两方程式求出。設在 $t=0$ 时，初位移是 x_0，初速度是 v_0，則 $x_0=A\cos\varphi$，$\frac{-v_0}{\omega}=A\sin\varphi$。把这两式平方相加，再在等式两边开方，得

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}},$$

再把两式相除，得

$$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{v_0}{\omega x_0}。$$

初位移和初速度称为起始条件或位速条件。上述結果說明，对于一定的振动系統，諧振动的振幅和初相由起始条件或位速条件所

决定。

最后，还应該指出，在討論几个頻率相同的振动时，它們的初相所具有的物理意义。設有三个質点 A_0、A_1 及 A_2 在同一方向，以相同的頻率、不同的初相在振动着，其具体形式为：

$$A\cos\omega t,\quad A\cos(\omega t+\varphi_1)\ \text{及}\ A\cos(\omega t+\varphi_2)。$$

因它們的頻率相同，所以不管計时原点如何选擇，它們的周相差总等于初相之差，因而保持不变。图 4-1-4 是 A_0、A_1 及 A_2 的振动图解，如果不选擇 A_0 到达最大位移的 t_0 点作为計时原点，而取 A_1 到达最大位移的 t_1 点作为計时原点，則我們

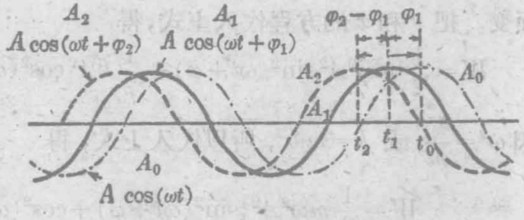

图 4-1-4. 三个諧振动的周相差

就說，形式为 $A\cos\omega t$ 的振动，在周相上較它落后一角度 φ_1，而形式为 $A\cos(\omega t+\varphi_2)$ 的振动，在周相上較它超前一角度 $\varphi_2-\varphi_1$。在周相落后的 A_0，它的振动余弦曲綫将在横軸上向右移动一个距离 φ_1，而周相超前的 A_2，它的振动余弦曲綫将位于 A_1 左边一个距离 $\varphi_2-\varphi_1$。由此可見，两个同頻率振动的周相差，决定了在任何时刻 t 两个相同的振动状态在横軸上的距离。

§4-1-3. 諧振动的能量

現在用图 4-1-1 的彈簧振子来說明諧振动的能量。設物体的質量为 m，在某一时刻的速度为 v，則物体的动能是 $\frac{mv^2}{2}$。再設在这时刻，物体的位移卽彈簧的伸长为 x，彈簧的倔强系数是 k，則彈簧还具有位能。如果把彈簧在原长时(卽伸长 x 为零时)的位能算作零，那么，在彈簧伸长为 x 时彈性位能的数值等于从伸长为 x 变到伸长为零时彈性力所作的功。因为彈性力是变力，正比于

伸长，所以伸长为零时，彈性力为零，伸长为 x 时，彈性力为 kx，因而伸长从 x 变到零时，彈性力的平均数値是 $\frac{1}{2}kx$，于是所作的功为 $\frac{1}{2}kx\cdot x=\frac{1}{2}kx^2$。这就是伸长为 x 时彈簧所具有的彈性位能。因此彈簧振子振动时的总能量是

$$W=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2。$$

在振动过程中，v 和 x 都随时間而变，所以动能和位能也都随时間而变。把 v 和 x 的方程代入上式，得

$$W=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)+\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)。\qquad(4\text{-}1\text{-}8)$$

因 $\omega^2=\frac{k}{m}$ 或 $k=m\omega^2$，所以代入上式，得

$$W=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\{\sin^2(\omega t+\varphi)+\cos^2(\omega t+\varphi)\}$$

$$=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}kA^2。\qquad(4\text{-}1\text{-}9)$$

当一定的彈簧振子作一定的諧振动时，m、k 和 A 都是恒量，因此上式說明尽管动能和位能都随时間变化，但諧振动的总能量在振动过程中是一个恒量。这結論和机械能守恒定律符合。

上式又說明，对于一定的振动系統，振动的总能量同振幅的平方成正比。这一結論在其它形式的振动中也是正确的。

应該指出：不仅在机械运动中有諧振动，在其它形式的物质运动中，也有諧振动。例如在无綫电学、波动光学中，电流、电位差、电动势或电場强度等等的变化，也常常是时間的正弦或余弦函数，这些运动的規律和机械的諧振动相同，所以在力学中虽然只能討論了机械的諧振动，但是它的理論可以广泛地应用。

§4-1-4. 单摆和复摆

单摆和复摆的运动也是諧振动的例子。

单摆　在不会伸长的輕綫下端，悬挂不大的重物，略为移动后，物体就在鉛直面內来回摆动，这种装置称为单摆或数学摆（图 4-1-5）。綫的鉛直位置是摆的平衡位置。

現在来分析摆錘的圓弧运动在切綫方向的性質。在切綫方向，摆錘所受的作用力是重力在这方向的分力。当摆綫和鉛直方向作 θ 角时，重力的切向分力 f 为

$$f=P\sin\theta=mg\sin\theta。$$

当 θ 角很小时（5 度以下），圓弧可以近似地看成直綫，分力 f 也可近似地看作沿这直綫作用。現取这直綫为 x 軸，并設 l 为摆长，則因 $\sin\theta\simeq\frac{x}{l}$，所以

$$f=-\frac{mg}{l}x,$$

式中負号表示力和位移的方向相反。这种力和彈性力类似，所以称为准彈性力。按照牛頓第二运动定律，物体的加速度是

$$a=\frac{f}{m}=-\frac{g}{l}x。$$

因摆长 l 和重力加速度 g 都是恒量，所以上式說明，加速度和位移正比而反向。換句話說，当摆角很小时，单摆的振动是諧振动。

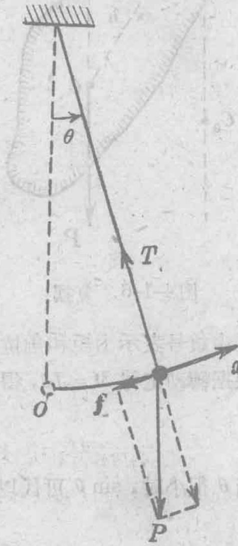

图 4-1-5．单摆

和諧振动的定义 $a=-\omega^2x$ 比較，可知单摆振动时的圓頻率是

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}},$$

周期是

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}。$$

因此，当摆角很小时，单摆有一定的周期，这周期是由摆长 l 和单摆所在地点的重力加速度 g 所决定。因此单摆的周期也是由振动系統本身的性質所决定的。

单摆是測定重力加速度的最簡单而准确的仪器。在一定地点測定单摆的周期 T，利用上式就可算出 g 来。在地球上不同地点測出单摆的周期，就可以发現各地的重力加速度是不相同的。

复摆　彈簧振子和单摆的振动都是平动，但振动也可以是轉动。如果物