



Q

**矢量原理及其
在天气分析和预报中的应用**

姚秀萍 岳彩军 寿绍文 著

Q Vector Principle and its Application in the
Weather Analysis and Forecast

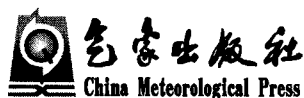


气象出版社
China Meteorological Press

Q 矢量原理及其 在天气分析和预报中的应用

Q Vector Principle and its Application
in the Weather Analysis and Forecast

姚秀萍 岳彩军 寿绍文 著



内 容 简 介

本书对 Q 矢量概念和原理进行了系统介绍,对其在天气分析和预报中的应用进行了归类 and 总结。全书共分 13 章,依次介绍了: Q 矢量的产生及其基本概念;准地转 Q 矢量;半地转 Q 矢量;广义 Q 矢量;非地转干 Q 矢量;非地转湿 Q 矢量;非均匀饱和大气中的湿 Q 矢量; C 矢量; Q 矢量分解; Q 矢量在华北暴雨研究中的应用; Q 矢量在梅雨锋暴雨研究中的应用; Q 矢量在登陆台风降水研究中的应用; Q 矢量在定量降水预报(QPF)中的应用。最后给出对 Q 矢量原理在天气分析和预报中的应用的展望。

本书可作为高等院校和科研院所以及业务单位和培训机构大气科学和相关专业教学、科研和业务人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

Q 矢量原理及其在天气分析和预报中的应用 / 姚秀萍, 岳彩军, 寿绍文著.

—北京: 气象出版社, 2012. 6

ISBN 978-7-5029-5497-0

I. ① Q … II. ①姚…②岳…③寿… III. ①矢量-理论-应用-天气分析
②矢量-理论-应用-天气预报 IV. ①P45-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 106282 号

Q Shiliang Yuanli jiqi zai Tianqi Fenxi he Yubao zhong de Yingyong

Q 矢量原理及其在天气分析和预报中的应用

姚秀萍 等 著

出版发行: 气象出版社

地 址: 北京市海淀区中关村南大街 46 号

总 编 室: 010-68407112

网 址: <http://www.cmp.cma.gov.cn>

责任编辑: 李太宇

封面设计: 博雅思企划

印 刷: 北京中新伟业印刷有限公司

开 本: 787 mm×1092 mm 1/16

字 数: 180 千字

版 次: 2012 年 6 月第 1 版

定 价: 25.00 元

邮政编码: 100081

发 行 部: 010-68409198

E-mail: qxcbs@cma.gov.cn

终 审: 章澄昌

责任技编: 吴庭芳

印 张: 7

印 次: 2012 年 6 月第 1 次印刷

序

随着大气科学和相关领域科技的发展,天气分析和预报从手工制作向自动化发展,从主观定性预报向客观定量预报转化。在天气分析和预报中,灾害性天气与社会人民安全联系最为密切,最受关注。通常,产生和诱发灾害性天气的大气本质为垂直运动,即垂直上升运动是大气过程发展的产物,是导致云降水等天气现象的重要动力条件,所以,对灾害性天气的预报实际上是对垂直运动的定性和定量的判断和分析。

垂直速度是一个非常重要的物理量,大气中发生的凝结和降水过程,热量和动量的垂直输送,以及大气中位能与动能之间的相互转换等,都与垂直运动有着密切的关系。它常被作为天气系统生成和发展的一个重要指标。到目前为止,还不能广泛地进行垂直速度的直接观测,只能间接计算。掌握垂直速度的计算诊断方法,对于天气预报,特别是对暴雨预报有着重要的意义。计算垂直速度的方法中,最常见的有积分连续方程法和 ω 方程法,在 ω 方程法中又包括准地转 ω 方程法和平衡模式 ω 方程法。但是在 ω 方程中,如果方程右边两项的符号相反时,就可能存在部分相互抵消效应,很难判断垂直运动的方向。所幸是,Hoskins等于1978年提出 Q 矢量,推导出以 Q 矢量散度为唯一强迫项的准地转 ω 方程,这一“ Q 矢量分析方法”避免了以上不足,成为计算垂直速度最好的一种工具,也因此科学文献和实际业务应用中,把“ Q 矢量分析方法”誉为估算垂直运动的先进方法。

本书著者长期从事 Q 矢量相关原理和技术方法的研究和教学,并且把研究成果应用于实际业务中去,在天气动力学诊断分析领域有较深的探讨,研究成果显著。本书既是一部研究性的专著,也是著者教学和研究实践的总结,同时书中的实际应用例子又是对 Q 矢量相关原理和方法的诠释。因此,该书的内容体现

了学术上的一定创新,也对实际天气分析和预报有指导作用。这不仅使得读者能够掌握基本原理,而且对应用理论解决实际问题也有很好的认识。同时,本书的写作上思路清晰,体系完整,深入浅出,循序渐进,这十分有利于读者全面、系统地理解和掌握该领域的基本理论、最新进展和实际应用。

总之,该书能够满足科研和业务人员对新技术新方法的渴望,创新性显著,重点突出,内容系统,是一部难得的学术性和应用性均较强的著作。我相信,该书的出版将会受到更多读者的欢迎,从而推动我国 Q 矢量分析在天气预报研究和实践中的进一步发展。



2011 年 8 月

* 吴国雄,中国科学院院士。

前 言

垂直运动是生成云和产生降水的重要动力条件。大气中发生的凝结和降水过程,热量和动量的垂直输送以及大气中位能和动能之间的相互转换等,都与垂直运动有密切关系,因此垂直运动常被作为天气系统生成和发展的一个重要指标,是对天气预报和暴雨研究十分重要的一个物理量。但垂直运动至今无法测量,掌握它的诊断方法,对天气预报,特别是暴雨预报具有重要意义。在科学文献中, Q 矢量分析方法被誉为估算垂直运动的先进方法。本书将全面、系统地介绍 Q 矢量原理及其应用研究。

全书共 13 章。第 1 章介绍 Q 矢量产生的背景和概念。第 2 章首先介绍了准地转 ω 方程,接着引出准地转 Q 矢量及以准地转 Q 矢量散度为唯一强迫项的 ω 方程,并给出了准地转 Q 矢量的几种表达方式,同时,还介绍了 Q 矢量的基本判别方法、规则以及在一些典型天气中的诊断特点。第 3 章具体介绍了半地转 Q 矢量的推导过程,及以其散度为强迫项的半地转 ω 方程。第 4 章从原始方程出发,介绍了广义 Q 矢量。第 5 章介绍基于原始方程的非地转干 Q 矢量。第 6 章引入非绝热效应,具体介绍了非地转湿 Q 矢量(完全 Q 矢量)的推导过程、相应原理,以及可用于定量降水预报的湿 Q 矢量释用技术。第 7 章针对实际大气的非均匀饱和特性,介绍了非均匀饱和大气中的湿 Q 矢量。第 8 章介绍了三维 Q 矢量即 C 矢量、广义 C 矢量。第 9 章介绍了 Q 矢量分解工作,详细给出了沿等位温线自然坐标系进行的分解(PT 分解)和沿等高线自然坐标系进行的分解(PG 分解)的推导过程。第 10 章至第 13 章回顾了 Q 矢量原理研究的实际应用成果,具体介绍了 Q 矢量分析方法在华北暴雨、梅雨锋暴雨、台风等多种灾害性天气诊断分析以及定量降水预报中的具体应用。

本书的特色在于理论联系实际,不仅对 Q 矢量原理即各种 Q 矢量分析方法

进行详尽介绍,同时,对于 Q 矢量分析方法在常见的灾害性天气诊断分析与预报中的应用也有具体介绍,便于科研和业务工作人员参考。

本书写作的目的主要是对 Q 矢量原理及其提出以来的相关应用工作,进行全面、系统的归纳、整理,以便于读者对 Q 矢量研究工作有一个全面了解和具体认识,进而为拓展相关人员的研究思路起到抛砖引玉的作用,希望与读者在学术思路方面相互交流、启发,共同进步,促进 Q 矢量理论及应用的进一步深入发展。本书的大部分内容在中国气象局气象干部培训学院对天气预报骨干业务人员进行过多次讲授。

本书是在国家自然科学基金面上项目(项目编号:40875025、40875030)的资助下完成的。

衷心感谢高守亭研究员和吴宝俊研究员对本书出版一直给予的关心、鼓励和帮助,也感谢大力支持和关心本书出版的各有关部门和专家。由于水平有限,书中难免存在不足之处,敬请读者提供宝贵意见。

著者

2011年8月

目 录

序

前言

1	Q 矢量的产生及其概念	(1)
2	准地转 Q 矢量	(3)
2.1	传统的准地转 ω 方程	(3)
2.2	传统的准地转 ω 方程缺点	(4)
2.3	准地转 Q 矢量及其 ω 方程	(5)
3	半地转 Q 矢量	(12)
3.1	半地转 Q 矢量及其 ω 方程	(12)
3.2	半地转 Q 矢量与垂直环流	(15)
4	广义 Q 矢量	(17)
4.1	广义 Q 矢量的引出	(17)
4.2	广义 Q 矢量及其 ω 方程	(19)
4.3	广义 Q 矢量与垂直环流	(20)
5	非地转干 Q 矢量	(21)
5.1	非地转干 Q 矢量及其 ω 方程	(21)
5.2	非地转干 Q 矢量与垂直环流	(25)
5.3	非地转干 Q 矢量的改进	(25)
6	非地转湿 Q 矢量	(27)
6.1	非地转湿 Q 矢量及其 ω 方程	(27)
6.2	非地转湿 Q 矢量与垂直环流	(30)
6.3	大尺度凝结加热 H_L 的计算处理	(31)
6.4	非地转湿 Q 矢量的改进	(32)
6.5	一层非地转 Q 矢量(记为 Q^P)	(34)
6.6	湿 Q 矢量释用(Q^*VIP)技术	(35)
7	非均匀饱和和大气中的湿 Q 矢量	(37)
7.1	Q_{um} 矢量及其 ω 方程	(37)

7.2	Q_{vert} 矢量与垂直环流	(39)
7.3	Q_{vert} 矢量的各种简化形式	(39)
8	C 矢量	(41)
8.1	C 矢量	(41)
8.2	广义 C 矢量	(44)
9	Q 矢量分解	(45)
9.1	Q 矢量 PT 分解	(45)
9.2	Q 矢量 PG 分解	(48)
10	Q 矢量在华北暴雨中的应用	(54)
10.1	天气形势概况	(55)
10.2	非地转湿 Q 矢量对暴雨过程的诊断	(56)
11	Q 矢量在梅雨锋暴雨中的应用	(62)
11.1	天气过程简介	(62)
11.2	总的 Q 矢量诊断分析	(64)
11.3	Q 矢量分解分析	(65)
12	Q 矢量在登陆台风降水中的应用	(73)
12.1	天气过程简介	(73)
12.2	“海棠”台风(2005)暴雨成因定量分析	(74)
12.3	运用 Q 矢量 PG 分解诊断分析台风结构对其降水的影响	(82)
13	Q 矢量在定量降水预报中的应用	(90)
13.1	梅雨降水	(90)
13.2	登陆台风降水	(91)
13.3	2004 年 6—8 月汛期降水预报检验	(92)
13.4	讨论	(95)
展望		(97)
参考文献		(99)
附录	本书所用符号及其代表意义一览表	(102)

1 Q 矢量的产生及其概念

准地转(QG)理论是近代动力气象学的基础,它可以描述中纬度地区大气的许多基本结构,因此它是中纬度天气学的基础,是中纬度地区天气预报的主要理论依据。常规方法的天气预报就是这一理论的实际应用。20 世纪 40 年代后期,准地转方法就被用来诊断中纬度斜压扰动所产生的垂直运动,50 年代以后,得到一般形式的 ω 方程即 p 坐标的垂直速度方程。到了 20 世纪 70 年代,QG 原理在业务上已成为从模式产品估算垂直运动的基础。从此开始了 ω 方程对天气系统垂直运动的诊断。利用 ω 方程诊断垂直运动的优点在于:它是个诊断方程,只需要一个时次的资料,而且方程的物理意义明确。但是,它的不足之处在于: ω 方程的右边包含垂直导数项,这就使得在定量计算时,至少需要两层的资料,也为定性诊断带来不便。此外,在 ω 方程中右边包括绝对涡度平流的微差和温度平流的拉普拉斯强迫,当这两项的符号相反时,就很难定性地判断垂直运动的方向,并且这两项之间还存在部分相互抵消效应,如果分别计算这两项强迫的垂直运动会得出不正确的结果。所以,传统的 ω 方程在定量计算 ω 及定性应用上有一定的困难。Trenberth(1978)指出这种抵消现象在对流层中层最为明显。为了克服这个缺点,他用类似 Sutcliffe(1947)的方法将 ω 方程强迫项表示成热成风涡度平流。

Sutcliffe(1947)在他的气旋发展方程中引用了准地转近似,不仅可以用热力涡度平流作为一种计算速度的垂直廓线和地面气压变化的方法,而且可以用热成风作为气旋移动的“引导”机制。他将对流层上下层的“相当散度”作为环流系统发展的指标,这一发展指标可以表示为热成风对地面地转涡度平流和热成风涡度平流之和。在 Sutcliffe(1947)发展理论中,强迫形式简单,在描述中纬度大尺度天气系统移动和发展时,效果较好。但是,由于其简化较多,失去了描述中尺度的信息。实例分析表明,在描述垂直于锋区及急流入口区、出口区的非地转环流时,出现混乱现象。Trenberth(1978)采用类似 Sutcliffe(1947)的方法将 ω 方程强迫项表示为热成风涡度平流,提出在某厚度层的中部由整层热成风形成的涡度平流可以近似表示 ω 方程中 QG 的强迫。它不仅克服了对流层中层存在最明显抵消现象这一缺点,而且在没有进行实际计算的情况下,采用此近似,通过检验热成风涡度平流,能得到对垂直运动场的较好定性评估。但是同 Sutcliffe(1947)一样,在该形式的强迫项中忽略了地转变形项的作用,因此这种形式的 ω 方程仅仅适用于斜压比较小的对流层中层。

为了克服以上的不足,Hoskins 等(1978)用另一种方法推导出了准地转 ω 方程,保留了

准地转方程组能描述所有过程的作用,不仅避免了传统 ω 方程的缺点,而且有物理意义清楚、计算简单的特点,同时还避免了 Sutcliffe(1947)和 Trenberth(1978)方法的不足。准地转 ω 方程包括形变项,适用于整个对流层(或者说斜压性较大的情况)。该方程把准地转强迫项表示成一个矢量的散度,这个矢量称为 Q 矢量。用 Q 矢量散度表示 ω 的大小及分布,能避免直接求解 ω 方程的大量计算,只需一层等压面资料即可计算,这在定量上比传统的 ω 方程简便,同时,也能表示出产生 ω 的强迫机制的强弱。而且,由于在对流层低层 Q 矢量与非地转速度成正比,所以, Q 矢量亦可表示低层的速度场。由于 Q 矢量决定了流场和温度场热成风的个别变化,所以 Q 矢量散度也就决定了水平温度的个别变化,因而还可以预报锋生和锋消。相对于 Sutcliffe(1947)理论和 Trenberth(1978)近似而言, Q 矢量能在描述中小尺度系统时提供更多的信息,对锋生形势的诊断更为精确。如果从数值近似的角度来看,使用 Hoskins 等(1978)提出的 Q 矢量方案将是最佳选择,因为 Q 矢量散度可以精确表示 ω 方程的强迫项。Hoskins 等(1978)的这一发展被称为“ Q 矢量分析方法”。 Q 矢量分析方法如果以网格点的形式,则很容易应用于天气预报中, Q 矢量及 Q 矢量散度可以在各个层次上计算。1987 年, Durran 等(1987)认为 Q 矢量是当时用来计算垂直速度最好的一种工具。

自 1978 年 Hoskins 等(1978)提出 Q 矢量概念以来,其不仅在科研和业务工作中得到广泛应用,同时,在理论上也得到持续发展。

有关应用及研究工作,岳彩军(1999)、岳彩军等(1999, 2005, 2008a, 2010a)曾做过总结和综述。本书后面章节将对 Q 矢量分析方法及其应用研究工作进行了全面、系统、详细的介绍。

2 准地转 Q 矢量

在介绍准地转 Q 矢量之前,非常有必要回顾一下传统的准地转 ω 方程,以便于读者进一步全面理解 Q 矢量产生的背景,进而具体认识和了解 Q 矢量分析方法的优越性。

2.1 传统的准地转 ω 方程

准静力、准地转、绝热无摩擦、 f 平面的 p 坐标系运动方程组为:

$$\frac{d_g}{dt}u_g - fv_a = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d_g}{dt}v_g + fu_a = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{d_g}{dt}\left(-\frac{\partial\Phi}{\partial p}\right) - \sigma\omega = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial p} = -\alpha \quad (2.5)$$

式中比容 $\alpha = \frac{1}{\rho}$, Φ 为重力位势, $\sigma = -\frac{\alpha}{\theta} \frac{\partial\theta}{\partial p}$ 为静力稳定度参数, θ 为位温, u_g, v_g 为地转风分量, 且 $u_g = -\frac{1}{f} \frac{\partial\Phi}{\partial y}$, $v_g = \frac{1}{f} \frac{\partial\Phi}{\partial x}$, u_a, v_a 为地转偏差分量, 且 $u_a = u - u_g$, $v_a = v - v_g$, $\frac{d_g}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial t} + u_g \frac{\partial}{\partial x} + v_g \frac{\partial}{\partial y}$, $\mathbf{V}_g = u_g \mathbf{i} + v_g \mathbf{j}$ 为水平方向地转风, 其他均为常用气象符号。

因为在 f 平面(即 f 为常数)条件下, 地转风散度 $\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} = 0$, 因此, 式(2.4)可改写为:

$$\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (2.6)$$

由式(2.2)对 x 求导减去式(2.1)对 y 求导, 则可得到准地转涡度方程:

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla \zeta_g = f \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (2.7)$$

其中,地转风相对涡度为:

$$\zeta_g = \frac{1}{f} \nabla^2 \Phi \quad (2.8)$$

由式(2.7)对 p 求导与作用 ∇^2 的式(2.3)相加后消去 $\partial/\partial t$ 项,可得到传统的准地转 ω 方程:

$$\left(\sigma \nabla^2 + f^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = f \frac{\partial}{\partial p} (\mathbf{V}_g \cdot \nabla \zeta_g) - \nabla^2 \left[-\mathbf{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right] \quad (2.9)$$

上述方程右端第一项为地转风相对涡度平流随高度的变化,第二项为温度平流的拉普拉斯项。

式(2.9)可利用垂直速度场的波动特征,例如:

$$\omega = A \cos \left(kx - \frac{\pi p}{p_0} \right) \cos ly \quad (2.10)$$

则: $\left(\sigma \nabla^2 + f^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega$ 与 $-\omega$ 成正比。这样,式(2.9)的物理意义可以表示为:上升(下沉)运动与正(负)涡度平流随高度的增加率以及暖(冷)平流效应成正比。

2.2 传统的准地转 ω 方程缺点

由于式(2.9)右边两项有一部分相互抵消,因此,利用传统的准地转 ω 方程不容易正确诊断垂直运动。具体分析如下:

式(2.9)右端可表示为:

$$F = f \frac{\partial}{\partial p} (\mathbf{V}_g \cdot \nabla \zeta_g) + \nabla^2 \left[\mathbf{V}_g \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right) \right]$$

F_1
 F_2

其中, F_1 为地转涡度平流随高度的变化, F_2 为温度平流的拉普拉斯项。从表面上看,可以分别计算 F_1 、 F_2 各自强迫出的垂直运动,再将得到的结果相加就可得到总的 ω 。但实际上这两项是相关的,每一项中都包含着与另一项中一部分相抵消的成分,这使得分别计算的结果不能表示实际的 ω 。

为了进一步说明这种抵消的存在,将 F_1 、 F_2 改写成如下形式:

$$F_1 = f_0 \underbrace{\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla \zeta_g}_A + f_0 \underbrace{\mathbf{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \zeta_g}{\partial p}}_B \quad (2.11)$$

$$F_2 = f_0 \underbrace{\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla \zeta_g}_A - f_0 \underbrace{\mathbf{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \zeta_g}{\partial p}}_B - 2 \left[\underbrace{J \left(u_g, \frac{\partial u_g}{\partial p} \right)}_C + J \left(v_g, \frac{\partial v_g}{\partial p} \right) \right] \quad (2.12)$$

其中, $J(\alpha, \beta) = \frac{\partial \alpha}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{\partial \alpha}{\partial y}$ 为雅可比算子。式(2.11)和(2.12)各项所表示的意义如下:

A: 热成风相对涡度平流

B: 地转风对热成风涡度的平流

C: 地转变形项

在式(2.11)、(2.12)中, B项即地转风对热成风涡度的平流是相互抵消的, 总的强迫为:

$$F = 2A - 2C$$

即 F 为热成风相对涡度平流和地转变形作用之和。

此外, 式(2.11)、式(2.12)不适用于对流层低层和高层, 即斜压性较大的情况。在对流层中层及斜压性较小的情况下, 可以忽略地转变形项的作用。

2.3 准地转 Q 矢量及其 ω 方程

2.3.1 准地转 Q 矢量表达式

Hoskins 等(1978)在 1978 年提出了准地转 ω 方程推导的新思路。回顾传统准地转 ω 方程的推导过程, 即先对动力学方程式(2.1)和式(2.2)分别对 y 和 x 求导, 得到涡度方程, 然后就该涡度方程再对 p 求导与热力学方程消去时间变化项而得准地转 ω 方程。而 Hoskins 等(1978)在推导准地转 ω 方程中仅仅是改变了求导次序, 如下所述。

首先, 就运动学方程式(2.1)和式(2.2)的对 p 求导, 可得:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla\right) \left(f \frac{\partial u_g}{\partial p}\right) - f^2 \frac{\partial v_a}{\partial p} = -f \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla u_g \quad (2.13)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla\right) \left(f \frac{\partial v_g}{\partial p}\right) + f^2 \frac{\partial u_a}{\partial p} = -f \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial p} \cdot \nabla v_g \quad (2.14)$$

对式(2.3)分别对 y, x 求导, 可得:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla\right) \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial y} (\alpha \omega) = -\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) \quad (2.15)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_g \cdot \nabla\right) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial x} (\alpha \omega) = -\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) \quad (2.16)$$

利用热成风关系: $f \frac{\partial u_g}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)$, $f \frac{\partial v_g}{\partial p} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right)$, 以及利用 $\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} = 0$,

将式(2.16)+式(2.14)消去 $\frac{d_g}{dt}$ 项, 得到:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\alpha \omega) - f^2 \frac{\partial u_a}{\partial p} = -2 \left[-\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) \right] = -2Q_x \quad (2.17)$$

将式(2.15)-式(2.13)消去 $\frac{d_g}{dt}$ 项, 得到:

$$\frac{\partial}{\partial y} (\alpha \omega) - f^2 \frac{\partial v_a}{\partial p} = -2 \left[-\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) \right] = -2Q_y \quad (2.18)$$

$$\mathbf{Q} = Q_x \mathbf{i} + Q_y \mathbf{j} = \left[-\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) \right] \mathbf{i} + \left[-\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) \right] \mathbf{j} \quad (2.19)$$

则称 $Q = Q_x i + Q_y j$ 为准地转 Q 矢量。其单位为 $\text{m} \cdot \text{hPa}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$ 。

2.3.2 准地转 Q 矢量的几种表达式

准地转 Q 矢量除了可以表示成如式(2.19)的向量形式外,还可以表示成以下几种形式:

2.3.2.1 地转风场形式

利用地转风: $u_g = -\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial y}$, $v_g = \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$, 以及热成风关系: $f \frac{\partial u_g}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)$, $f \frac{\partial v_g}{\partial p} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial p} \right)$, 式(2.19)可以改写为:

$$Q_x = -\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \left[-f \frac{\partial v_g}{\partial p}, f \frac{\partial u_g}{\partial p} \right] = f \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial v_g}{\partial p} - \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial u_g}{\partial p} \right) \quad (2.20)$$

$$Q_y = -\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \left[-f \frac{\partial v_g}{\partial p}, f \frac{\partial u_g}{\partial p} \right] = f \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial v_g}{\partial p} - \frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial u_g}{\partial p} \right) \quad (2.21)$$

2.3.2.2 地转风与温度场形式

利用 $\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\alpha$, $\alpha = \frac{1}{\rho}$ 及 $p = \rho R T$, 式(2.19)可以改写为:

$$Q_x = -\frac{R}{p} \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla T = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.22)$$

$$Q_y = -\frac{R}{p} \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla T = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.23)$$

2.3.2.3 地转风与比容场形式

由 $p = \rho R T$ 和 $\alpha = \frac{1}{\rho}$, 则 $\alpha = \frac{RT}{p}$, 将其代入式(2.22)和式(2.23)可得:

$$Q_x = -\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \alpha = -\left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \quad (2.24)$$

$$Q_y = -\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \alpha = -\left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \quad (2.25)$$

2.3.2.4 地转风与位温场形式

由位温定义 $\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$, 可得: $\frac{RT}{p} = \frac{R}{p} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_p}} \cdot \theta = h\theta$, 其中 $h = \frac{R}{p} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R}{c_p}}$, 代入式(2.22)和式(2.23)可得:

$$Q_x = -h \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla \theta = -h \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad (2.26)$$

$$Q_y = -h \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla \theta = -h \left(\frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad (2.27)$$

2.3.3 准地转 Q 矢量散度表征的 ω 方程

对式(2.6)作 $\frac{\partial}{\partial p}$ 运算, 得:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_a}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v_a}{\partial p} \right) + \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = 0 \quad (2.28)$$

作 $\frac{\partial}{\partial x}$ 式(2.17) + $\frac{\partial}{\partial y}$ 式(2.18)运算,且利用式(2.28)可得:

$$\nabla^2(\alpha\omega) + f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -2 \nabla \cdot Q \quad (2.29)$$

式(2.29)即是 Hoskins 等(1978)所推导的准地转 ω 方程。上式的意义是,在 f 平面上准地转的垂直运动仅由 Q 矢量的散度决定,被称为“ Q 矢量分析方法”(Hoskins 等,1978)。由 Q 矢量的地转风与温度场形式、地转风与比容场形式以及地转风与位温场形式可知,只要已知某一层的温度、风场资料就可以得到该层的 Q 矢量分布情况,从而得到该层垂直运动场分布情况。对于仅用风场计算而言,只要地转风场即可,但是它涉及垂直方向的差分,并且通过散度场计算垂直运动场时,需要整层大气内的散度分布才能算出某一层的垂直运动。可见,用 Q 矢量散度表示 ω 的大小及分布,不仅能避免直接求解 ω 方程的大量计算,而且只需一层等压面资料即可计算,这在定量计算上比传统的准地转 ω 方程及连续方程简便。

2.3.4 $\omega \propto \nabla \cdot Q$ 的推导及对应关系

在式(2.29)推导过程中,已假定 σ 在水平方向的分布是均匀的,即 $\nabla^2 \sigma = 0$,且在 f 平面条件下,即 f 为常数。为了导出 $\omega \propto \nabla \cdot Q$,人们常常假设 ω 在 x 、 y 和 p 方向遵循正弦变化规律,即: $\omega = \omega_0 \sin\left(\frac{2\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{L_y}y\right) \sin\left(\frac{\pi}{p_0}p\right)$,于是式(2.29)左端可写成:

$$\left(\sigma \nabla^2 + f^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) \omega = - \left[\sigma \left(\frac{2\pi}{L_x} \right)^2 + \sigma \left(\frac{2\pi}{L_y} \right)^2 + f^2 \left(\frac{\pi}{p_0} \right)^2 \right] \omega = -A^2 \omega \quad (2.30)$$

其中 $A^2 = \sigma \left(\frac{2\pi}{L_x} \right)^2 + \sigma \left(\frac{2\pi}{L_y} \right)^2 + f^2 \left(\frac{\pi}{p_0} \right)^2$

由式(2.30)可知,式(2.29)左端项与 $-\omega$ 成正比,于是有:

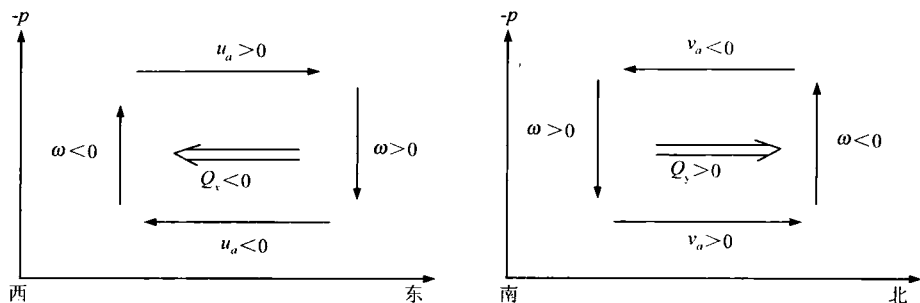
$$\omega \propto \nabla \cdot Q \quad (2.31)$$

根据式(2.31)可得出:在 Q 矢量辐散区,存在 $\nabla \cdot Q > 0$,则 $\omega > 0$,有下沉运动;在 Q 矢量辐合区,存在 $\nabla \cdot Q < 0$,则 $\omega < 0$,有上升运动。 $\nabla \cdot Q$ 单位为 $\text{hPa}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$ 。

综上所述,用 Q 矢量散度来判断垂直运动简单明了。尤其是用地转风与温度场或比容场形式、位温场形式的 Q 矢量来计算,只要用一层等压面的资料即可算出该层的垂直运动。这是准地转 Q 矢量诊断垂直运动的优点。

2.3.5 准地转 Q 矢量与垂直环流

式(2.17)和式(2.18)描述了 Q 矢量与次级环流之间的关系,由此可知,纬向和经向的垂直环流分别由 Q 矢量纬向和经向分量决定,任意方向垂直剖面上的垂直环流完全由 Q_x 和 Q_y 分量决定,次级环流与 Q 矢量的方向之间的关系如图 2.1 所示,它可以用作 Q 矢量的方向和大小的定性判断。

图 2.1 准地转 Q 矢量与垂直环流的关系图

可见, Q 矢量的方向总是指向气流上升区, 而背向气流下沉区。 Q 矢量可使得由流场和温度场所组成的热成风关系发生变化, 因而 Q 矢量总是起到破坏热成风平衡的作用, 这必然激发次级环流, 使得大尺度大气进行调整, 重新达到新的热成风平衡。

将式(2.17)、(2.18)分别对 y 、 x 求导, 且利用式(2.4)消去含 (αu) 项, 可得:

$$f^2 \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial v_a}{\partial x} - \frac{\partial u_a}{\partial y} \right) = 2 \left(\frac{\partial Q_y}{\partial x} - \frac{\partial Q_x}{\partial y} \right) \quad (2.32)$$

即非地转风涡度的垂直梯度与 Q 矢量的旋度成正比。

根据尺度分析, 式(2.29)可简化为:

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{V}_a}{\partial p} \approx \frac{1}{f^2} \nabla \cdot \mathbf{Q} \quad (2.33)$$

上式表示非地转风垂直切变的散度与 Q 矢量散度成正比。在对流层下层, 近地面的非地转风最大, 设下标 L、U 分别表示近地面层与上层非地转风较小的层次, 则有以下近似关系:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_a}{\partial p} = \frac{\mathbf{V}_{aU} - \mathbf{V}_{aL}}{p_U - p_L} \approx \frac{\mathbf{V}_{aL}}{p_L - p_U} = \frac{\mathbf{V}_{aL}}{\Delta p} \quad (2.34)$$

利用式(2.34), 可得式(2.32)、(2.33)在对流层下层的近似表达式分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot (\nabla \times \mathbf{V}_{aL}) &= \frac{2\Delta p}{f^2} \mathbf{k} \cdot (\nabla \times \mathbf{Q}) \\ \nabla \cdot \mathbf{V}_{aL} &= \frac{\Delta p}{f^2} \nabla \cdot \mathbf{Q} \end{aligned}$$

即在对流层下层非地转风的涡度、散度分别与 Q 矢量的旋度、散度成正比。这表明, 在对流层下层, 可以用 Q 矢量近似表示非地转运动。用 Q 矢量来估计低层非地转运动的分布与强度。

2.3.6 Q 矢量基本判别方法与典型应用

为了便于读者掌握对 Q 矢量分析方法的应用, 参照林本达(1987)、白乐生(1988)、张兴旺(1998a、1998b)及姚秀萍等(2005)相关研究工作和讲义, 介绍 Q 矢量基本判别方法以及一些典型应用。

2.3.6.1 定性判断 Q 矢量的方法和规则

(1) 沿等位温线方向取两点 1、2, 画出这两点的地转风向量 $\mathbf{V}_g$, 并在 1、2 的中点作出地