

*College Mathematical Experiments*

# 大学数学实验 与数学建模

◎主编 赵春翔

陕西师范大学出版总社有限公司

*College Mathematical Experiments*

# 大学数学实验 与数学建模

主编 赵春翔

编者 刘维国 罗茂才 张红兵 郭红霞

闫欣荣 贺群 樊旭辉 柳卫东

陕西师范大学出版总社有限公司

图书代号 JC12N0739

图书在版编目(CIP)数据

大学数学实验与数学建模 / 赵春翔主编. ——西安:陕西师范大学出版总社有限公司, 2012. 8

ISBN 978 - 7 - 5613 - 6229 - 7

I. ①大… II. ①赵… III. ①高等数学 - 实验 - 高等学校 - 教材 ②数学模型 - 高等学校 - 教材 IV. ①O13 - 33 ②O141. 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 105382 号

## 大学数学实验与数学建模

---

主 编 / 赵春翔

责任编辑 / 刘 佳

责任校对 / 田均利

封面设计 / 鼎新设计

出版发行 / 陕西师范大学出版总社有限公司

(西安市长安南路 199 号 邮编 710062)

网 址 / <http://www.snupg.com>

经 销 / 新华书店

印 刷 / 陕西彩云印务有限公司

开 本 / 787mm × 1092mm 1/16

印 张 / 12.75

字 数 / 300 千

版 次 / 2012 年 8 月第 1 版

印 次 / 2012 年 8 月第 1 次印刷

书 号 / ISBN 978 - 7 - 5613 - 6229 - 7

定 价 / 31.00 元

---

读者购书、书店添货如发现印刷装订问题,请与本社高教出版分社联系调换。

电话:(029)85303622(兼传真),85307826。

# 前言

大学数学实验课程是在我国高等院校中新开设的一门课程。该课程的教学对象是工科院校的本科生。课程目标是使学生掌握数学实验的基本思想和方法,即不把数学看成先验的逻辑体系,而是把它视为一门“实验科学”,从问题出发,借助计算机,通过学生亲自动手和设计,体验数学理论的实践过程,探索和发现数学规律。

中科院院士、北京大学教授姜伯驹曾经指出:“应当适当组织数学实验课程,在教师的指导下,探索某些理论的或应用的课题。学生的新鲜想法借助数学软件可以迅速实现,在失败与成功中得到真知”。通过我们多年的实践证明,这种变被动的灌输为主动参与的教学方式,有利于培养学生的独立工作能力和创新精神。

以下是我们对开设大学数学实验课程的想法和做法,也是这本书的主要指导思想。

## 一、指导思想

众所周知,由于计算工具和计算技术的飞速发展,在自然科学、工程技术、经济管理及军事领域,数学日益成为解决实际问题的有力工具。数学技术、理论研究、实验研究三足鼎立,在现代社会进步中正起着巨大作用。在这种形式下,大学数学教育除了培养传统的逻辑推理能力、几何直观能力和运算能力外,还应培养数学建模能力和科学计算能力。

传统数学教材中配备有一定数量的应用题,但均比较浅显,综合性较差,留给学生创造的余地较少,不涉及科学计算能力的培养。数学实验课程在内容深广度上介于通常数学课程的应用和数学建模课程之间。它希望通过实验,使学生学习数学应用的全过程:用所学数学知识,将实际问题转化为合理的数学问题,进而应用数学方法和计算技巧,以计算机为工具,使问题得以解决。数学实验课程强调的是学生动手动脑,真正进行实验。

## 二、教学设计

大学数学实验的设计主要是以工科院校本科各专业所开设的基础数学为基础的配套试验,包括三部分的内容:第一部分,围绕高等

数学的基本内容,让学生充分利用计算机及数学软件的强大功能展示数学基本概念与结论,体验如何发现、总结和应用规律,改善学生的知识结构,提高学生的综合能力和素质。第二部分,以高等数学为中心向边缘学科发散,涉及工程数学中的线性代数,概率论与数理统计,计算方法,复变函数,积分变换,数学模型等。第三部分,结合教学内容,以问题为主导,通过数学建模及模型求解的过程,让学生尝试自己动手和观察试验结果去发现和总结其中的规律,通过软件实现,解决所提出问题,构建学生自己的知识体系。

数学实验课程的教学实施紧紧围绕数学理论开展教学,根据数学理论体系,我们分章节设计试验,一次实验为一个教学单元,在学员掌握了数学理论体系后,自学或由教师讲解相应的 Matlab 命令后再上机实践实验内容,完成实验作业。

以上是我们对于开设数学实验课的想法和做法,本书则是这些想法的一次初步物化,由于时间比较仓促,我们的试点还很不完善,本书写作中的不完善和疏漏之处一定不少。希望在不久的将来能将本书改得更好。

本书在使用两届后,根据学生的反映,对部分内容进行了修改,增加了一些简单的数学建模案例,以丰富数学实验内容,培养学员数学建模基础,增强数学建模基础性训练。本书的内容包括:Matlab 概述,高等数学实验,工程数学实验及建模实例与软件实现。Matlab 概述及建模实例与软件实现由赵春翔编写,高等数学实验由罗茂才、柳卫东编写,其中实验 1~6 由柳卫东编写,实验 7~12 由罗茂才编写。工程数学实验由刘维国、张红兵、郭红霞、闫欣荣、贺群、樊旭辉编写,其中线性代数由樊旭辉编写,概率论与数理统计由闫欣荣编写,复变函数由张红兵编写,积分变换、数学物理方程由郭红霞编写,计算方法由贺群编写,数学模型由刘维国编写。全书由赵春翔统稿。

本书在编写过程中,数学教研室各位老师提出了许多宝贵意见和建议,在此表示衷心感谢。

编者

2012 年 6 月

# 目 录



## 第一篇 Matlab 系统概述

1.1 Matlab 的进入与运行方式 .....	( 1 )
1.2 变量与函数 .....	( 2 )
1.3 数组与矩阵 .....	( 4 )
1.4 Matlab 程序设计 .....	( 10 )
1.5 Matlab 作图 .....	( 14 )
1.6 实验作业 .....	( 27 )

## 第二篇 高等数学实验

实验一 一元函数的图形 .....	( 28 )
实验二 极限与连续 .....	( 31 )
实验三 导数与微分 .....	( 34 )
实验四 导数应用 .....	( 36 )
实验五 一元函数积分学 .....	( 39 )
实验六 微分方程 .....	( 41 )
实验七 向量的计算与空间图形画法 .....	( 43 )
实验八 多元函数微分学及其应用 .....	( 47 )
实验九 多元函数积分学及其应用 .....	( 54 )
实验十 曲线积分与曲面积分 .....	( 57 )
实验十一 无穷级数 .....	( 60 )
实验十二 计算机模拟 .....	( 68 )

## 第三篇 工程数学实验

### 线性代数

实验一 行列式与矩阵 .....	( 72 )
------------------	--------



实验二 矩阵的秩与线性方程组····· (76)

实验三 特征值、特征向量与二次型····· (80)

### 概率论与数理统计

实验四 随机变量及其分布····· (86)

实验五 随机变量的数字特征····· (89)

实验六 统计推断····· (91)

实验七 方差分析与一元线性回归····· (98)

### 数值计算方法

实验八 非线性方程(组)求解····· (103)

实验九 插值····· (111)

实验十 线性方程组的求解····· (118)

实验十一 数值积分和常微分方程····· (132)

### 复变函数

实验十二 复数的表示与绘图····· (141)

实验十三 复数的基本运算····· (143)

实验十四 复数的留数计算与闭路积分····· (146)

### 积分变换、数学物理方程

实验十五 Fourier 变换与 Laplace 变换····· (149)

实验十六 分离变量法····· (152)

实验十七 行波法····· (156)

### 数学模型

实验十八 微分方程模型····· (160)

实验十九 线性规划模型····· (162)

实验二十 非线性规划模型····· (166)

实验二十一 最短路模型····· (170)



## 第四篇 建模实例与软件实现

问题一 饮酒与驾车·····	(176)
问题二 汽车刹车距离模型·····	(179)
问题三 人口总量发展模型·····	(181)
问题四 山羊与轿车选择的的游戏·····	(183)
问题五 航空公司的预订票策略·····	(185)
问题六 原子弹爆炸的能量估计·····	(187)
问题七 蠕虫的分类·····	(190)





# 第一篇 Matlab 系统概述

## 1.1 Matlab 的进入与运行方式

Matlab 是 MathWorks 公司于 1984 年推出的一套数值计算软件,分为总包和若干个工具箱,可以实现数值分析、优化、统计、微分方程数值解、信号处理、图像处理等若干领域的计算和图像显示功能。它将不同数学分支的算法以函数的形式分类成库,使用时直接调用这些函数并赋予实际参数就可以解决问题,运算快速而且准确。

### 1.1.1 Matlab 的进入与界面

当你在计算机中成功地安装了 Matlab 后,在 Windows 桌面上就会出现 Matlab 的图标。双击该图标,就进入了 Matlab 的界面。

Matlab 的界面上共有五个窗口,它们是:

#### 1. 命令窗口(Command Window)

在命令窗口中可以直接输入命令行,以实现计算或绘图功能。

#### 2. 起始面板(Launch Pad)

该窗口中显示 Matlab 总包和已安装的工具箱的帮助、演示、GUI 工具和产品主页 4 个方面的内容。若要查看相关内容,只需双击对应目录即可。

#### 3. 工作空间(Workspace)

该窗口中显示当前 Matlab 的内存中使用的变量的信息,包括变量名、变量数组大小、变量字节大小和变量类型。在工作空间窗口中选定某个变量后,双击变量名,将打开数组编辑器窗口(Array Editor),显示该变量具体内容,该显示主要用于数值型变量,也可以在数组编辑器修改该数据。

#### 4. 命令历史(Command History)

该窗口显示所有执行的命令。利用该窗口,一方面可以查看曾经执行过的命令;另一方面,可以重复利用原来输入的命令行,这只需在命令历史窗口中直接双击某个命令,就可执行该命令。

#### 5. 当前目录(Current Directory)

该窗口显示当前工作目录下所有文件的文件名、文件类型和最后修改时间。可以在该窗口上方的小窗口中修改工作目录。

### 1.1.2 Matlab 的运行方式

Matlab 提供了两种运行方式:命令行方式和 M 文件方式。

命令行运行方式通过直接在命令窗口中输入命令行来实现计算或作图功能。但这种方式在处理比较复杂的问题和大量数据时相当困难。

## 1.2 变量与函数

### 1.2.1 变量

Matlab 中变量的命名规则是:

- (1) 变量名必须是不含空格的单个词;
- (2) 变量名区分大小写;
- (3) 变量名最多不超过 19 个字符;
- (4) 变量名必须以字母打头,之后可以是任意字母、数字或下划线,变量名中不允许使用标点符号.

除上述命名规则,Matlab 还有几个特殊变量,见表 1.

表 1 特殊变量表

特殊变量	取值
ans	用于结果的缺省变量名
pi	圆周率
eps	计算机的最小数,和 1 相加就会产生一个比 1 大的数
flops	浮点运算数
inf	无穷大,如 1/0
NaN	不定量,如 0/0
i,j	$i = j = \sqrt{-1}$
realmin	最小可用正实数
realmax	最大可用正实数

### 1.2.2 数学运算符号及标点符号

表 2 数学运算符号表

+	加法运算,适用于两个数或两个同阶矩阵相加
-	减法运算
*	乘法运算
.*	点乘运算
./	点除运算
^	乘幂运算
\	反斜杠表示左除

Matlab 中标点符号的含义:

- (1) Matlab 的每条命令后,若为逗号或无标点符号,则显示命令的结果;若命令后为分号,则禁止显示结果.
- (2) “%”后面所有文字为注释.
- (3) “...”表示续行.



### 1.2.3 数学函数

Matlab 所支持的部分常用函数见表 3.

表 3 常用基本函数

函数	名称	函数	名称
$\sin(x)$	正弦函数	$\text{asin}(x)$	反正弦函数
$\cos(x)$	余弦函数	$\text{acos}(x)$	反余弦函数
$\tan(x)$	正切函数	$\text{atan}(x)$	反正切函数
$\text{abs}(x)$	绝对值	$\text{max}(x)$	最大值
$\text{min}(x)$	最小值	$\text{sum}(x)$	元素的总和
$\text{sqrt}(x)$	开平方	$\text{exp}(x)$	以 e 为底的函数
$\log(x)$	自然对数	$\log_{10}(x)$	以 10 为底的对数
$\text{sign}(x)$	符号函数	$\text{fix}(x)$	取整数

例 1 求  $y = \sin(x)$  在  $x = \frac{\pi}{5}$  时的值.

输入:  $y = \sin(\text{pi}/5)$

输出:  $y = 0.5875$

### 1.2.4 函数 M 文件

Matlab 的内容函数是有限的,有时为了研究某一个函数的各种性态,需要为 Matlab 定义新函数,为此必须编写函数 M 文件.函数 M 文件是文件名后缀为 m 的文件,这类文件的第一行必须是以一特殊字符 function 开始,格式为:

function 因变量名 = 函数名(自变量名)

下面各行行为从自变量计算因变量的语句,并最终将结果赋值给因变量.函数 M 文件的文件名必须与函数名完全一致.

函数 M 文件与前面介绍的脚本 M 文件主要有以下差异:

- (1) 函数 M 文件的文件名必须与函数名相同.
- (2) 脚本 M 文件没有输入参数与输出参数,而函数 M 文件有输入与输出参数.对函数进行调用时,可以按少于函数 M 文件规定的输入与输出变量个数,但不能多于函数 M 文件规定的输入与输出变量个数.
- (3) 脚本 M 文件运行产生的所有变量都是全局变量,而函数 M 文件的所有变量除特别声明外,都是局部变量.

例 2 画出函数  $f(x) = \sqrt{(x-20)^2 + 100^2} + \sqrt{(x-120)^2 + 120^2}$  的图形.

在 M 文件编辑窗口录入下列两行:

```
function yy = f2(x)
```

```
yy = sqrt((x-20).^2 + 100^2) + sqrt((x-120).^2 + 120^2);
```

以 f2.m 为文件名将文件存盘并退出编辑状态,然后重新回到 Matlab 命令窗口.这时可用指令

$x = 20:120; y = f2(x);$

`plot(x,y)`

确定自变量值并计算对应的函数值数据,最后再绘出函数的图形,见图 1.1.

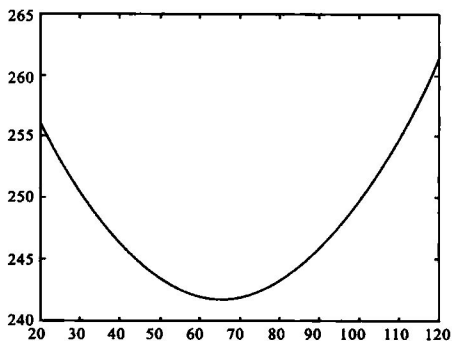


图 1.1

例 3 计算函数  $f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$  在 (1,2) 处的函数值.

建立 M 文件: fun.m

`function f = fun(x)`

`f = 100 * (x(2) - x(1)^2)^2 + (1 - x(1))^2`

在 Matlab 命令窗口键入命令:

`x = [1 2]`

`fun(x)`

### 1.3 数组与矩阵

#### 1.3.1 数组

##### 1. 数组的建立

简单数组的输入方法见下表.

表 4 简单数组的建立

<code>x = [a b c d e f]</code>	创建包含指定元素的行向量
<code>x = first:last</code>	创建从 first 开始,加 1 计数,到 last 结束的行向量
<code>x = first:increment:last</code>	创建从 first 开始,加 increment 计数,到 last 结束的行向量
<code>linspace(first,last,n)</code>	创建从 first 开始,到 last 结束,有 n 个元素的行向量

下面举例说明

例 1 `x = [1 2 3 4 5 8 7 18]`

`y = 1:7`

`z = 3:2:9`

`v = [y z]`

`u = linspace(2,9,11)`

`x = 1 2 3 4 5 8 7 18`



```

y=1 2 3 4 5 6 7
z=3 5 7 9
v=1 2 3 4 5 6 7 3 5 7 9
u = Columns 1 through 6
2.0000 2.7000 3.4000 4.1000 4.8000 5.5000
Columns 7 through 11
6.2000 6.9000 7.6000 8.3000 9.0000

```

## 2. 数组元素的访问

为了访问数组元素(分量),可对数组元素进行编址:

(1)访问一个元素:数组元素可以用下标访问,如想用  $x(i)$  表示数组  $x$  的第  $i$  个元素.

例2  $x(4)$

ans = 4

(2)访问一块元素:访问矩阵的某些元素或子块.

$x(a:b:c)$  表示访问数组  $x$  中从第  $a$  个元素开始,以步长为  $b$  到第  $c$  个元素(但不超过  $c$ ), $b$  可以为负数, $b$  缺省时为 1.

(3)直接使用元素编址序号: $x([a\ b\ c\ d])$  表示提取数组  $x$  的第  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  个元素构成一个新的数组( $x[a]\ x[b]\ x[c]\ x[d]$ ).

例3  $m=x([8\ 2\ 9\ 1])$

$M=9\ 2\ 10\ 1$

## 3. 数组的方向

前面例子中的数组都是一行数列,是按行方向分布的,称之为行向量.数组也可以是列向量,它的数组操作和运算与行向量是一样的,唯一的区别是结果以列形式显示.

产生列向量有两种方法:直接产生和转置产生.

例4  $c=[1\ ;2;3;4], b=c'$

$c =$

1

2

3

4

$b = 1\ 2\ 3\ 4$

说明:以空格或逗号分隔的元素指定的是不同列的元素,而以分号分隔的元素指定了不同行的元素.当数组  $b$  是复数时,转置( $b'$ )产生的是复数共轭转置,而点-转置( $b.'$ )产生的只对数组转置,不进行共轭.对于实数来说, $b'$ 和 $b.'$ 是等效的.

## 4. 数组的运算

### (1) 标量—数组运算

数组对标量的加、减、乘、除、乘方是数组的每个元素对该标量施加相应的加、减、乘、

除、乘方运算.

设:  $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ,  $c =$  标量, 则

$$a + c = [a_1 + c, a_2 + c, \dots, a_n + c]$$

$$a * c = [a_1 * c, a_2 * c, \dots, a_n * c]$$

$$a ./ c = [a_1 / c, a_2 / c, \dots, a_n / c] \quad (\text{右除})$$

$$a . \setminus c = [c / a_1, c / a_2, \dots, c / a_n] \quad (\text{左除})$$

$$a . ^c = [a_1 . ^c, a_2 . ^c, \dots, a_n . ^c]$$

$$c . ^a = [c . ^{a_1}, c . ^{a_2}, \dots, c . ^{a_n}]$$

例 5 编写 M 文件 shuzu3. m 如下:

$$a = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$$

$$c = 2$$

$$a1 = a + c$$

$$a2 = a * c$$

$$a3 = a ./ c$$

$$a4 = a . \setminus c$$

$$a5 = a . ^c$$

$$a6 = c . ^a$$

运行得以下结果:

$$a1 = 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

$$a2 = 2 \quad 4 \quad 6 \quad 8$$

$$a3 = 0.5000 \quad 1.0000 \quad 1.5000 \quad 2.0000$$

$$a4 = 2.0000 \quad 1.0000 \quad 0.6667 \quad 0.5000$$

$$a5 = 1 \quad 4 \quad 9 \quad 16$$

$$a6 = 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16$$

(2) 数组—数组运算

当两个数组有相同维数时,加、减、乘、除、乘方运算可按元素对元素方式进行,不同大小或维数的数组是不能进行运算的.

设:  $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ,  $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ , 则

$$a + b = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n]$$

$$a * b = [a_1 * b_1, a_2 * b_2, \dots, a_n * b_n]$$

$$a ./ b = [a_1 / b_1, a_2 / b_2, \dots, a_n / b_n]$$

$$a . \setminus b = [b_1 / a_1, b_2 / a_2, \dots, b_n / a_n]$$

$$a . ^b = [a_1 . ^{b_1}, a_2 . ^{b_2}, \dots, a_n . ^{b_n}]$$

例 6 编写 M 文件 shuzu4. m 如下:

$$a = [2 \ 2 \ 2]$$

$$b = [3 \ 3 \ 3]$$

$$c1 = a + b$$



```
c2 = a. * b
```

```
c3 = a. /b
```

```
c4 = a. \b
```

```
c5 = a. ^b
```

运行得以下结果:

```
c1 = 5    5    5
```

```
c2 = 6    6    6
```

```
c3 = 0.6667    0.6667    0.6667
```

```
c4 = 1.5000    1.5000    1.5000
```

```
c5 = 8    8    8
```

### 1.3.2 矩阵

#### 1. 矩阵的建立

数组可以是一个行向量或列向量,也可以是具有几个行或列的矩阵形式. 矩阵的建立遵循创建行向量和列向量所用的方式. 逗号或空格用于分隔某一行的元素,分号用于区分不同的行. 除了分号,在输入矩阵时,按 Return 或 Enter 键也表示开始一新行. 输入矩阵时,严格要求所有行有相同的列.

**例 1** `a = [1 2 3 4;5 6 7 8;9 10 11 12]`

```
a = 1    2    3    4
```

```
    5    6    7    8
```

```
    9   10   11   12
```

Matlab 提供了几个建立特殊矩阵的命令如下:

`a = []` 产生一个空矩阵,当对一项操作无结果时,返回空矩阵,空矩阵的大小为零

`b = zeros(m,n)` 产生一个 m 行、n 列的零矩阵

`c = ones(m,n)` 产生一个 m 行、n 列的元素全为 1 的矩阵

`d = eye(m,n)` 产生一个 m 行、n 列的单位矩阵

**例 2** 编写 M 文件 `matrix1.m` 如下:

```
a = []
```

```
b = zeros(2,3)
```

```
c = ones(2,3)
```

```
d = eye(2,3)
```

```
e = eye(3,3)
```

运行得以下结果:

```
a = []
```

```
b = 0    0    0
```

```
    0    0    0
```

```
c = 1    1    1
```

```

1   1   1
d=1  0   0
    0   1   0
e=1  0   0
    0   1   0
    0   0   1
    
```

2. 矩阵中元素的操作

- (1) 矩阵  $A$  的第  $r$  行:  $A(r, :)$
- (2) 矩阵  $A$  的第  $r$  列:  $A(:, r)$
- (3) 依次提取矩阵  $A$  的每一列, 将  $A$  拉伸为一个列向量:  $A(:)$
- (4) 取矩阵  $A$  的第  $i1 \sim i2$  行、第  $j1 \sim j2$  列构成新矩阵:  $A(i1:i2, j1:j2)$
- (5) 以逆序提取矩阵  $A$  的第  $i1 \sim i2$  行, 构成新矩阵:  $A(i2:-1:i1, :)$
- (6) 以逆序提取矩阵  $A$  的第  $j1 \sim j2$  列, 构成新矩阵:  $A(:, j2:-1:j1)$
- (7) 删除矩阵  $A$  的第  $i1 \sim i2$  行, 构成新矩阵:  $A(i1:i2, :) = []$
- (8) 将矩阵  $A$  和  $B$  拼接成新矩阵:  $[A \ B]; [A; B]$

例3 编写 M 文件 matrix2.m 如下:

```

a = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
a1 = a(2, :)
a2 = a(:, 2)
a3 = a(:)
a4 = a(1:2, 2:3)
a5 = a(2:-1:1, :)
a6 = a(:, 3:-1:2)
a7 = a(1:2, :) = []
a8 = a(:, 1) = []
a9 = [a a2]
a10 = [a; a1]
    
```

运行得以下结果:

```

a = 1   2   3
    4   5   6
    7   8   9
a1 = 4   5   6
    2
a2 = 5
    8
    
```





```

a3 =      1
          4
          7
          2
          5
          8
          3
          6
          9
a4 = 2     3
        5     6
a5 = 4     5     6
        1     2     3
a6 = 3     2
        6     5
        9     8
a7 = 7     8     9
a8 = 2     3
        5     6
        8     9
a9 = 1     2     3     2
        4     5     6     5
        7     8     9     8
a10 = 1     2     3
        4     5     6
        7     8     9
        4     5     6

```

### 3. 矩阵的运算

(1) 标量—矩阵运算:与标量—数组运算类似.

(2) 矩阵—矩阵运算:矩阵的元素对元素的运算,与数组中数组对数组的运算类似.而线性代数中所定义的矩阵运算的命令如下:

矩阵加法: $A + B$

矩阵乘法: $A * B$

方阵的行列式: $\det(A)$

方阵的逆: $\text{inv}(A)$

方阵的特征值与特征向量: $[V, D] = \text{eig}(A)$