

小学教师《专业合格证书》教材

几 何



北京师范大学出版社

小学教师《专业合格证书》教材

几 何

郭涤尘 王辅湘 编

北京师范大学出版社

责任编辑 王文湧

小学教师《专业合格证书》教材

几 何

郭涤尘 王辅湘 编

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

中国科学院印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张: 11.5 字数 239 千字

1987 年 11 月第 1 版 1987 年 11 月第 1 次印刷

印数 1—108 500

ISBN 7-303-00007-0/G·8

统一书号: 7243·542 定价: 2.05 元

说 明

《中共中央关于教育体制改革的决定》提出：“要争取在五年或者更长一点的时间内使绝大多数教师能够胜任教学工作。在此之后，只有具备合格学历或有考核合格证书的，才能担任教师。”为了贯彻落实这一要求，国家教育委员会决定建立中小学教师考核合格证书制度，并于1986年9月颁发了《中小学教师考核合格证书试行办法》。根据该《试行办法》的规定，我们已经组织编写出版了中小学教师《专业合格证书》文化专业知识考试各科教学大纲。现在，我们又按照教学大纲的基本要求，组织编写出版这套教材，供中小学教师参加《专业合格证书》文化专业知识考试用。这套教材包括：中等师范11门课程、高等师范专科14个专业的48门课程、高等师范本科12个专业的40门课程，以及公共教育学、心理学课程用书。

这套教材的编写力求具有科学性、系统性和思想性，并努力体现以下原则和要求：要有鲜明的师范性，紧密联系中小学教学的实际；要符合成人在职进修的特点，便于教师自学、自检。要使大多数教师经过努力可能达到规定的要求。

考核合格证书制度刚刚试行，尚缺少经验，加之这套教材出版时间仓促，难免存在一些问题。我们准备继续在实践中探索和研究，争取用几年的时间，建设一套适合我国中小学在

职教师进修的教材。希望全国师范教育工作者，尤其是从事
在职中小学教师培训工作的同志为此共同努力。

这套教材在编写、出版和发行工作中，得到了各省、自治
区、直辖市教育行政部门，许多师范院校、教育学院、教师进修
学校和师资培训中心，许多专家和教师，以及有关出版社和教
材发行部门的大力支持和帮助，在此，一并致谢。

国家教育委员会师范教育司

1987年6月1日

编 者 的 话

为了保持中等师范和业余进修的特性,编写本书时,我们主要参考了以下几种教材:

1. 中等师范学校数学课本《几何》(人民教育出版社);
 2. 上海市小学教师进修教材编写组编写的《几何》教材(上海教育出版社);
 3. 辽宁、吉林、黑龙江、湖南、安徽五省小学教师进修中师教材协编组编写的《几何》教材(吉林人民出版社);
 4. 湖南省中师函授《数学》第四册(湖南教育出版社);
- 本书插图由顾松麒同志绘制,特此一并致谢.

编 者

1987年9月5日

目 录

第一章 直线和平面	1
一 平面.....	2
1.1 平面	2
1.2 平面的基本性质	3
1.3 水平放置的平面图形的直观图	7
习题一	11
二 空间两条直线.....	13
1.4 两条直线的位置关系.....	13
1.5 平行直线	16
1.6 两条异面直线所成的角	19
习题二	22
三 空间直线和平面.....	24
1.7 直线和平面的位置关系	24
1.8 直线与平面平行的判定和性质	25
习题三	29
1.9 直线和平面垂直的判定和性质	30
1.10 直线和平面所成的角	36
1.11 三垂线定理	39
习题四	44
四 空间两个平面.....	46
1.12 两个平面的位置关系	46
1.13 两个平面平行的判定和性质	47

习题五	51
1.14 二面角及其平面角	51
1.15 两个平面垂直的判定和性质	55
习题六	60
小结	60
复习题一	63
第二章 多面体	66
一 多面体及其面积	66
2.1 多面体的概念	66
2.2 棱柱	68
习题七	77
2.3 棱锥	78
习题八	88
2.4 棱台	89
习题九	96
二 多面体的体积	97
2.5 几何体体积的概念	97
2.6 长方体的体积	100
2.7 棱柱的体积	102
习题十	106
2.8 棱锥的体积	106
习题十一	111
2.9 棱台的体积	111
习题十二	115
小结	116
复习题二	119
第三章 旋转体	121

一 旋转体及其面积	121
3.1 旋转体的概念	121
3.2 圆柱	122
习题十三	128
3.3 圆锥	129
习题十四	136
3.4 圆台	137
习题十五	144
3.5 球	146
习题十六	155
二 旋转体的体积	157
3.6 圆柱的体积	157
习题十七	162
3.7 圆锥的体积	164
习题十八	168
3.8 圆台的体积	170
习题十九	174
3.9 球的体积	175
3.10 球缺的体积	180
习题二十	183
小结	184
复习题三	185
第四章 曲线与方程	188
一 两点间的距离	189
4.1 有向线段	189
4.2 两点间的距离	195
习题二十一	198

4.3 线段的定比分点	199
习题二十二	208
二 曲线与方程	209
4.4 曲线与方程	209
4.5 由曲线的条件列方程	213
习题二十三	217
小结	217
复习题四	219
第五章 直线方程	221
一 直线的方程	221
5.1 直线的倾斜角和斜率	221
5.2 直线方程的几种形式	225
5.3 直线方程的一般形式	234
习题二十四	237
二 两条直线的位置关系	238
5.4 两条直线的夹角	238
5.5 两条直线平行或垂直的条件	242
5.6 两条直线的交点	246
5.7 点到直线的距离	250
习题二十五	253
小结	255
复习题五	257
第六章 圆锥曲线	259
一 圆	259
6.1 圆的方程	259
6.2 两曲线的交点	267
习题二十六	268

二 椭圆	269
6.3 椭圆及其标准方程	269
6.4 椭圆的几何性质	274
6.5 椭圆的几何画法	280
习题二十七	282
三 双曲线	284
6.6 双曲线及其标准方程	284
6.7 双曲线的几何性质	289
6.8 双曲线的几何画法	296
习题二十八	298
四 抛物线	299
6.9 抛物线及其标准方程	299
6.10 抛物线的几何性质	303
6.11 抛物线的几何画法	308
习题二十九	310
小结	312
复习题六	317
自测题	319
答案与提示	328

第一章 直线和平面

我们知道,平面几何主要是研究一些平面图形的性质、画法、有关的计算及其应用.所涉及的图形都是由同一平面内的点、线构成的,而线可以看成是点的集合,因此,平面图形也就是同一平面内的点的集合.可是,在解决实际问题时,只有平面几何的知识是不够的.例如建造房屋、修筑堤坝、制造机器等,这些物体并不是同一平面内的点、线所构成,而是由空间的点、线、面构成的.

我们把由空间的点、线、面所构成的图形叫做空间图形.它是空间点的集合,是从客观实际中抽象出来的.小学数学中讲过的长方体、圆柱、圆锥等都是简单的空间图形.

从这一章开始,我们将学习立体几何.立体几何的研究对象就是空间图形.

由于平面图形属于空间图形的一部分,它们之间有些性质是相同的,有些是类似的,也有些是不同的.因而我们将在平面几何知识的基础上,研究空间图形的性质、画法、有关的计算和应用.学习中,应联系有关的平面几何知识,用比较的方法,区别异同,掌握特点.

本章的主要内容是空间图形中直线和直线、直线和平面,以及平面和平面的位置关系与有关图形的性质和画法,并着重研究它们之间的平行关系及垂直关系.

一 平 面

1.1 平面

我们常见的桌面、玻璃板面以及平静的水面等,都给我们以平面的形象.几何中所说的平面就是从这些客观物体中抽象出来的.为了便于理论研究,在平面几何中,直线可向两端无限延长而无端点;在立体几何中,平面可在空间向四方无限扩展而无边线.

我们通常画出直线的一部分来表示直线,同理,我们也可以画出平面的一部分来表示平面.

当我们从适当的角度和距离去观察矩形的桌面和玻璃板面时,感到它们都很象平行四边形.因此,我们通常用平行四边形来表示平面.当平面的位置是水平放置时,通常把平行四边形的锐角画成 45° , 横边的长度画成邻边的二倍(图 1-1 甲);如果一个平面的一部分被另一个平面遮住时,通常把遮住的线条画成虚线或不画(图 1-1 乙、丙).这样就富于立体感,比较直观、形象.

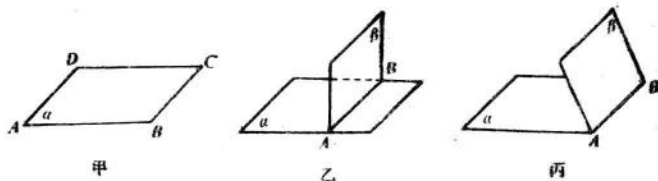
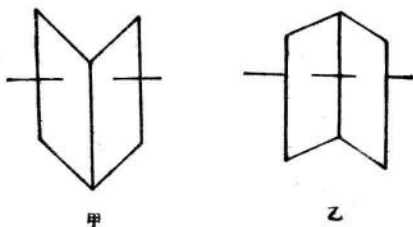


图 1-1

平面通常用希腊字母来表示,写作平面 α 、 β 、 γ^* 等,在图形上,一般都把字母 α 、 β 、 γ 写在平行四边形的锐角内部。平面也可以用平行四边形的两个相对顶点的字母来表示。如平面 AC (图1-1甲)。

练习 1.1

1. 能不能说一个平面长3米、宽2米,为什么?
2. 画两个相交的平面,并在图中注明字母。
3. 观察甲、乙两个图形,用字母表示各个平面和直线,并用模型观察它们的位置关系。



(第3题)

1.2 平面的基本性质

人们在长期的生产、生活实践中,总结出平面有以下三个基本性质,我们把它当作几何公理,作为进一步推理的基础。

公理 1 如果一条直线上的两点在同一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内(图1-2)。

* α 、 β 、 γ 分别读作“阿尔法”、“贝塔”、“伽马”。

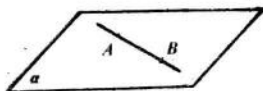


图 1-2

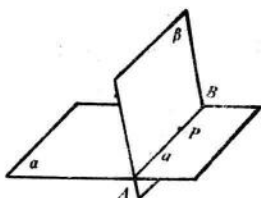


图 1-3

这时我们就说直线在平面内,或者说平面经过直线。

提示 公理 1 可以用来判断一条直线是否在某平面内,还可以用来检验一个面是不是平面。例如木工为了检验木板是否刨平,常用曲尺的一边在板面上任意移动,如果曲尺的边缘与板面之间没有空隙,板面就是平面;如果曲尺的边缘与板面不密合,板面就不是平面。

直线可用小写拉丁字母 a 、 b 、 c 等表示。点用大写拉丁字母 A 、 B 、 C 等表示。

点 A 在直线 a 上,记作 $A \in a$,读作“ A 属于 a ”,点 A 在直线 a 外,记作 $A \notin a$,读作“ A 不属于 a ”;点 A 在平面 α 内,记作 $A \in \alpha$,点 A 在平面 α 外,记作 $A \notin \alpha$;直线 a 在平面 α 内,记作 $a \subset \alpha$,读作“ a 包含于 α ”或“ α 包含 a ”。

公理 2 如果两个平面有一个公共点,那么它们相交于过这个点的一条直线(图 1-3)。

例如教室里相邻的两墙面,在墙角处相交于一个点,它们就交于过这点的一条直线。

平面 α 与平面 β 相交于过 P 点的直线 a ,记作 $P \in \alpha$, $P \in \beta$,则 $\alpha \cap \beta = a$, (读作“ α 交 β 于 a ”)且 $P \in a$ 。直线 a 叫做

α 与 β 的交线.

提示 公理 2 是用来判断两个平面相交的. 平面几何中, 同一平面内两相交直线有且仅有一个交点; 在立体几何中, 由于平面是无限伸展的, 所以两个平面相交时, 必定相交于过交点的一条直线, 而不可能只相交于一点. 公理 2 还告诉我们, 如果已知两个平面相交, 那么它们的交线也就是已知的了; 如果已知两个平面的交点, 那么所画的交线必须经过这个交点.

公理 3 经过不在同一直线上的三点, 有且只有一个平面(图 1-4).

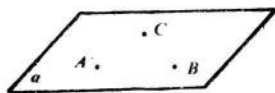


图 1-4

例如一扇门用两个合页和一把锁(把合页、锁看作点)就可以固定了;照相机可以依赖三角架而固定在某个位置上,都是应用了公理 3.

提示 “有且只有一个平面”的意思是: “存在一个平面, 而且这样的平面是唯一的”.

应用公理 3 时必须注意“不在同一直线上的三点”这个条件. 如果只经过两点, 或者经过的三点都在同一条直线上, 都是不能确定一个平面的.

经过 A 、 B 、 C 三点的平面又可记作“平面 ABC ”.

公理3也可以说成是“不在同一直线上的三点确定一个平面”。“确定”一个平面的意思也就是“有且只有”一个平面。

根据上述三条公理,还可推得下面的推论:

推论1 经过一条直线和这条直线外的一点,有且只有一个平面。

如图1-5甲, B 、 C 两点在直线 a 上, 点 A 不在直线 a 上, 经过 A 、 B 、 C 三点有且只有一个平面 α (公理3); 又因为 B 、 C 在平面 α 内, 所以直线 a 在平面 α 内(公理1)。所以经过直线 a 和 a 外一点 A 有且只有一个平面。

推论2 经过两条相交直线, 有且只有一个平面(图1-5乙)。

推论3 经过两条平行直线, 有且只有一个平面(图1-5丙)。

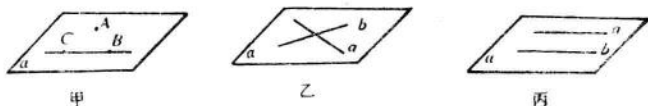


图 1-5

如图1-6所示,木工在钉箱板时,常常在拼合的板面上,钉两条相交或者平行的木条或铁条,用来加固板面而不变形,

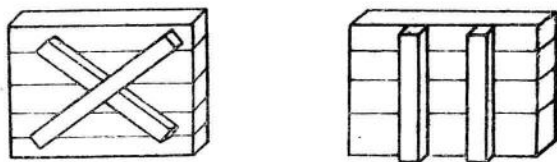


图 1-6