



毛纲源考研数学辅导系列

系统 · 专业 · 经典 · 实用

毛纲源 编著

考研数学



历年真题分题型精解



[解题思路]
[一题多解]
[错解分析]
[考查知识点]



指引解题方向
扩大考生视野
远离解题误区
了解考试重点

获得解题捷径
提升应试能力
轻取考研高分
把握命题核心



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

内 容 简 介

本书严格按照最新《全国硕士研究生入学统一考试数学二考试大纲》的要求编写,对历年考研真题分题型逐题给出详细解答,且绝大部分真题给出了一题多解。很多试题的解法是作者从事数学教学和考研数学辅导班的实践中研究、总结出来的,其中有些试题的解法比标准答案的解法更简捷。

读者复习时,只要认真分析、了解、消化和掌握历年试题的核心内容,便能发现考研数学试题中总是反复出现共性问题,从这些共性问题中能够发现命题规律和命题趋势,找出考点之间的有机联系,明确各部分考点内容的重点、难点。

全书按照“考点—题型—真题—解题思路—精解(一题多解)—考查知识点—错解分析”的思路编写,使备考人员可以了解到每一考点中已考过的题型,这种题型以前考过什么样的题目,常与哪些知识点联合命题,从哪个角度命题,等等,从而使备考人员更好、更快地掌握命题重点和规律,熟悉各考点之间的有机联系,促成各考点融会贯通,能快速地提高应试人员的解题能力。

本书除了可以供备考考研数学二的人员使用外,还可以作为理工类的学生平时学习时的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

考研数学(二)历年真题分题型精解/毛纲源 编著. —武汉:华中科技大学出版社,2012.7

ISBN 978-7-5609-7889-5

I. 考… II. 毛… III. 高等数学-研究生-入学考试-题解 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 069346 号

考研数学(二)历年真题分题型精解

毛纲源 编著

策划编辑:王汉江(QQ:14458270)

责任编辑:王汉江

封面设计:范翠璇

责任校对:祝 非

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:武汉佳年华科技有限公司

印 刷:荆州市今印务有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:20.75

字 数:572千字

版 次:2012年7月第1版第1次印刷

定 价:42.00元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换

全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务

版权所有 侵权必究

作者简介

毛纲源教授,毕业于武汉大学,留校任教,后调入武汉理工大学担任数学物理系系主任,在高校从事数学教学与科研工作 40 余年,发表多篇关于考研数学的论文.主讲微积分、线性代数、概率论与数理统计课程.理论功底深厚,教学经验丰富,思维独特.曾多次受邀在山东、广东、湖北等地主讲考研数学,并得到学员的广泛认可和一致好评:“知识渊博,讲解深入浅出,易于接受”,“解题方法灵活,技巧独特,辅导针对性极强”,“对考研数学的出题形式、考试重难点了如指掌,上他的辅导班受益匪浅”……同样,毛老师的系列数学辅导书也受到读者的欢迎与好评,有兴趣的读者可以上网查询有关对他编写的图书的评价.

◎毛纲源经济类数学辅导系列(3 本)

◎毛纲源理工类数学辅导系列(4 本)

◎毛纲源考研类数学辅导系列(13 本)

编辑推荐

毛纲源教授是我社的特约作者,先后编著并在我社出版的图书品种达 20 余种,其出书数量在国内实属罕见,不论是数学辅导书(经济类、理工类)的编写,还是考研数学辅导书的编写,都体现了老一辈教师严谨治学的工作作风,作为毛老师系列图书的责任编辑也从中受益匪浅.同时,毛老师的系列图书十几年来一直作为我社的畅销书和常销书,在读者心目中赢得了良好的口碑,已有数十万学子从中受益.

为了更好地让读者了解本书,特将各大网站读者对毛纲源老师系列图书的评价进行了整理、归纳(见读者书评),其目的并不是宣传本书,而是让那些在学习数学的过程中遇到困难的读者能够找到一本真正的好书,让那些希望学好数学并准备考研的朋友从中受益.为了让学习数学的朋友有一个交流的空间,特建立了一个 QQ 群(群号:149812311)和一个博客(<http://blog.sina.com.cn/pop528>),希望读者相互交流、相互受益.

特此推荐!

读者书评

毛纲源老师的系列书自出版以来,深受读者青睐,同时受到读者的一致好评.现将各大网站(当当网、卓越网、京东商城、淘宝网等,关键字搜索“毛纲源”)读者的反馈信息收集整理如下,以飨读者.

相信毛老师的书! 2012-04-17 17:59

如果你选择了此书,请就以此书为主,不要再买其他资料,最多再加历年真题、若干模拟题,那么 135 分以上不是梦.

题型全,试题经典 2011-02-17 17:59

解题方法归纳得好!书的质量也很好!

很细致,很到位,值得购买 2012-04-05 18:12:35

囊括了大部分考研题型……内容很经典,很实用!强烈推荐!相当不错!

试题经典,解析清楚 2011-08-10 9:20:10

对基本概念、基本理论进行剖析,同时配合经典例题介绍了许多新的、快捷的解题方法和技巧.

确实物有所值 2011-04-05 18:12:35

准备考研啦.以前的知识点遗忘的差不多了,很是郁闷,师兄推荐了华科大出版社出版的毛纲源老师编写的考研书,第一轮复习用,书中归纳的解题方法与技巧是其他参考书里没有的.很赞!对我帮助很大.

题目讲解很细,分难度解析 2010-11-23 16:40:19

很喜欢这本书,题目讲解得很细,归纳得很好,分层次地解答,总结得通俗易懂,基础中有提高,让你很开心地就掌握了方法.内容真的不错!

是老师介绍我们买的 2010-03-11 16:54:29

数学老师说毛纲源的考研系列书很好,买了之后看了,觉得书中的案例太经典了,值得推荐.

很好,喜欢华中科大出版的数学辅导书 2010-03-18 19:13

推荐大家用这一系列的书,个人比较喜欢.大家可以试试看.

书很好很好,值得一看 2010-12-15 20:28:51

我们数学老师给我们推荐买的,这本书的体系很好,是按照题型来编排的,而且题很好,推荐这本书.

书不错! 2010-03-26 08:27

这本书还是很经典的,相对那些考试机构的书最大的优点就是详细,方法经典.

书很好,值得推荐 2010-10-20 11:50:30

注重归纳总结,力求一题多解,解答规范、详细.思路清晰,很适合我用来考前突击.

前 言

自 1987 年全国工学、经济学硕士研究生入学考试实行统考以来已有 26 载. 这 26 年的考研试题是考生了解、分析和研究全国硕士研究生入学考试最直接、最宝贵的第一手资料, 也是命题组专家们的智慧结晶. 而拥有一套内容丰富、题型全面、讲解详尽的历届数学真题分类精解, 则是广大考生的殷切期盼.

本书严格按照最新《全国硕士研究生入学统一考试数学二考试大纲》的要求编写, 对历年 (1997—2012 年) 考研真题逐题给出详细解答, 且绝大部分真题给出了一题多解. 这就是真题精解的含义. 给出一题多解有利于考生通晓基本考点, 熟悉各考点之间的有机联系, 促成各考点融会贯通, 因而有利于综合提高考生的应试能力.

本书有很多试题的解法是作者在从事数学教学和考研数学辅导班的实践中研究、总结出来的, 其中有些试题的解法比标准答案的解法更简捷.

本书把历年考研数学二试题依据统一考试大纲的次序, 按试题考点内容分章, 且将历年同一考点的试题归纳在一起, 分题型讲解, 这样便于考生复习. 复习时, 只要认真分析、了解、消化和掌握历年试题的核心内容, 便能发现考研数学试题总是反复出现共性问题, 考生也能从这些共性问题的发现命题规律和命题趋势, 找出考点之间的有机联系, 明确各部分考点内容的重点、难点.

本书具有下述特点.

1. 一题多解、内容丰富

对每一道真题, 首先给出解题思路, 介绍该题应如何下手, 以提高考生的解题能力.

对绝大多数考题都给出一题多解, 以帮助考生扩大视野, 有利于考生熟悉各考点之间的有机联系, 促使各考点融会贯通, 提高考生对考点理解的深度与广度, 从而综合提高考生的应试能力, 有利于考研数学成绩的提高.

对于考生的答题错误, 还给出错解分析, 帮助考生分析错因, 使其引以为戒, 远离解题误区.

为了帮助备考数学二的考生更全面地了解考点相关内容的命题情况, 本书还精选了数学一、数学三及原数学四相关内容的典型考题, 并给出解答, 同时也精选了 1996 年 (含) 以前数学二相关内容的典型考题, 并给出了解答, 供备考数学二的考生复习之用.

2. 题型细分, 有利于提高应试能力

本书按考点对历年真题分类, 对各类题型进行详细归纳和总结, 给出了各类题型的解题思路、方法和技巧, 使考生能举一反三, 触类旁通, 从而提高应试能力.

此外, 通过“考点—题型—真题—解题思路—精解 (一题多解)—考查知识点”这一过程的学习, 使备考人员可以了解到每一考点中已考过的题型, 这种题型考过什么样的题目, 常与哪些知识点联合命题, 从哪个角度命题, 等等, 从而使备考人员更好、更快地掌握命题重点和规律, 快速提高应试人员的解题能力.

3. 真题解答详尽, 适于自学

编写此书时, 在理论推导和文字叙述等方面尽量做到由浅入深, 易于接受, 便于自学.

本书给备考数学二的考生提供了锻炼自己解题能力和测验自己数学水平的机会, 笔者建议阅读本书前应先认真阅读数学考试大纲, 以明确数学二考试的有关要求, 接着再阅读有关教材和参考书. 在这里特向读者推荐由本人编写的《最新考研数学 (二) 常考题型解题方法技巧归纳》. 该书对考试大纲中所要求的基本概念、基本定理和基本计算公式都作了全面介绍, 对各类题型的解

题思路、方法和技巧进行了归纳总结,复习完后再来看本书以检测自己的水平,建议考生将本书中的全部试题做两到三遍,直到对所有题一看就能熟练、正确地解答出来.

历年的考研数学二的试卷在附录中给出,供考生自测和查阅之用,其精解在正文的位置全部标明.(2013 年以后的试题及解析可在 QQ 群(群号:149812311)共享栏目下载)

本书在编写过程中由于时间紧,任务重,加上水平有限,难免有许多疏漏之处,敬请广大读者和专家、同行不吝赐教.

祝考生复习顺利,考研成功,圆入名校之梦.

毛纳源

于武汉理工大学国际教育学院

2012 年 5 月

目 录

第1部分 高等数学

第1章 函数极限连续	(2)
考点 1.1.1 函数的概论及其性质	(2)
题型 1.1.1.1 求分段函数的复合函数	(2)
题型 1.1.1.2 求反函数的表示式	(3)
题型 1.1.1.3 判别函数的奇偶性	(3)
题型 1.1.1.4 判别变上限积分函数 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ 的奇偶性	(5)
题型 1.1.1.5 判别(证明)函数的周期性	(6)
考点 1.1.2 极限的概念与基本性质	(6)
题型 1.1.2.1 正确理解极限定义中的“ ϵ - N ”, “ ϵ - δ ”, “ ϵ - X ”语言的含义	(6)
题型 1.1.2.2 运用极限的保序性、保号性求解有关问题	(6)
题型 1.1.2.3 数列极限的概念及其运算性质	(7)
考点 1.1.3 求函数极限	(8)
题型 1.1.3.1 求 $\frac{0}{0}$ 或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式极限	(9)
题型 1.1.3.2 求 $\infty - \infty$ 型未定式极限	(11)
题型 1.1.3.3 求幂指函数型(0^0 型、 ∞^0 型、 1^∞ 型)未定式极限	(12)
题型 1.1.3.4 求含根式和(或根式差)的未定式极限	(14)
题型 1.1.3.5 求需先考察左、右(单侧)极限的函数极限	(16)
题型 1.1.3.6 求含指数函数差因子的函数极限	(16)
考点 1.1.4 数列极限	(17)
题型 1.1.4.1 数列极限存在性的判定	(17)
题型 1.1.4.2 由递推关系式定义的数列极限存在性的证明及其极限的求法	(18)
题型 1.1.4.3 求数列极限	(19)
题型 1.1.4.4 求某些积和式的极限	(20)
考点 1.1.5 无穷小量或无穷大量的比较	(22)
题型 1.1.5.1 无穷小量阶的比较	(22)
题型 1.1.5.2 无穷大量阶的比较	(24)
考点 1.1.6 已知一极限, 确定待定常数、待定函数或另一待求极限	(25)
题型 1.1.6.1 已知极限式的极限反求其所含的未知参数	(25)
题型 1.1.6.2 已知含未知函数的一极限, 求含该函数的另一函数极限	(29)
考点 1.1.7 讨论函数的连续性及其间断点的类型	(30)
题型 1.1.7.1 讨论函数的连续性	(30)
题型 1.1.7.2 判别函数 $f(x)$ 的间断点的类型	(32)
题型 1.1.7.3 利用连续性确定待定常数	(35)

题型 1.1.7.4 利用函数的连续性证明方程实根的存在性	(37)
第 2 章 一元函数微分学	(39)
考点 1.2.1 导数定义的应用	(39)
题型 1.2.1.1 讨论函数在某点的可导性	(39)
题型 1.2.1.2 讨论分段函数的可导性及其导数的求法	(40)
题型 1.2.1.3 利用导数定义求极限或导数	(41)
题型 1.2.1.4 利用导数定义讨论函数性质	(42)
考点 1.2.2 讨论含绝对值函数的可导性	(43)
题型 1.2.2.1 讨论绝对值函数 $ f(x) $ 的可导性	(43)
题型 1.2.2.2 讨论函数 $f(x)= \varphi(x) g(x)$ 的可导性	(44)
考点 1.2.3 求一元函数的导数和微分	(46)
题型 1.2.3.1 求隐函数的导数	(46)
题型 1.2.3.2 求反函数的导数	(48)
题型 1.2.3.3 求由参数方程所确定的函数的导数	(48)
题型 1.2.3.4 求某些简单函数的高阶导数	(50)
题型 1.2.3.5 求一元函数的微分	(52)
考点 1.2.4 利用微分中值定理证明中值等式	(53)
题型 1.2.4.1 利用罗尔定理证明中值等式	(53)
题型 1.2.4.2 利用拉格朗日中值定理在证明与中值等式有关的问题上的应用	(56)
题型 1.2.4.3 柯西中值定理的应用	(58)
题型 1.2.4.4 求解高阶导数中值满足的等式	(58)
考点 1.2.5 利用导数和极限讨论函数的性态	(61)
题型 1.2.5.1 判定函数的单调性	(61)
题型 1.2.5.2 函数极值点的判定	(62)
题型 1.2.5.3 利用极限式判定函数是否取得极值	(64)
题型 1.2.5.4 利用所给(二阶微分)方程讨论函数是否取得极值,其曲线是否有拐点	(65)
题型 1.2.5.5 求曲线的凹凸区间与拐点	(67)
题型 1.2.5.6 利用极值点或拐点讨论函数性质	(71)
题型 1.2.5.7 求函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的最值	(71)
题型 1.2.5.8 求曲线的渐近线	(72)
题型 1.2.5.9 确定函数方程存在实根	(75)
考点 1.2.6 利用导数证明函数不等式	(77)
题型 1.2.6.1 证明函数不等式	(77)
题型 1.2.6.2 证明数值不等式	(79)
考点 1.2.7 导数的几何和物理应用	(82)
题型 1.2.7.1 平面曲线方程由显函数 $y=f(x)$ 给出,求其切线和法线方程	(82)
题型 1.2.7.2 曲线方程由隐函数方程 $F(x,y)=0$ 给出,求其切线和法线方程	(82)
题型 1.2.7.3 曲线方程由参数方程 $\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \end{cases}$ 给出,求其切线与法线	(83)
题型 1.2.7.4 曲线方程由极坐标方程 $r=r(\theta)$ 给出,求其切线与法线方程	(84)
题型 1.2.7.5 求解与切线在坐标轴上的截距有关的问题	(85)

题型 1.2.7.6 求解两曲线相切的有关问题	(85)
题型 1.2.7.7 求解与曲率有关的问题	(85)
题型 1.2.7.8 求解与变化率有关的问题	(86)
第 3 章 一元函数积分学	(87)
考点 1.3.1 计算不定积分	(87)
题型 1.3.1.1 计算被积函数中含有积分变量的无理根式的不定积分	(87)
题型 1.3.1.2 计算被积函数中含有对数函数的不定积分	(88)
题型 1.3.1.3 求被积函数含反三角函数的不定积分	(89)
题型 1.3.1.4 计算被积函数为有理函数的不定积分	(90)
题型 1.3.1.5 求被积函数为两类不同函数乘积的不定积分	(90)
考点 1.3.2 计算定积分	(91)
题型 1.3.2.1 用分部积分法计算定积分	(91)
题型 1.3.2.2 计算需用换元法计算的定积分	(92)
题型 1.3.2.3 利用定积分的重要特性简化计算定积分	(93)
题型 1.3.2.4 计算被积函数含抽象函数导数或被积函数导数已知的积分	(96)
题型 1.3.2.5 比较和估计定积分的大小	(97)
考点 1.3.3 变限积分	(99)
题型 1.3.3.1 求含变限积分的函数导数	(99)
题型 1.3.3.2 求分段函数的变限积分	(100)
题型 1.3.3.3 求与变限积分有关的极限	(101)
题型 1.3.3.4 求变限积分函数的定积分	(102)
题型 1.3.3.5 讨论变限积分函数的性质	(103)
考点 1.3.4 计算反常积分(广义积分)	(106)
题型 1.3.4.1 计算无穷区间上的反常积分	(106)
题型 1.3.4.2 计算无界函数的反常积分	(108)
题型 1.3.4.3 判别混合型反常积分的敛散性	(111)
考点 1.3.5 定积分在几何上和物理上的应用	(112)
题型 1.3.5.1 计算平面图形的面积	(112)
题型 1.3.5.2 已知曲线方程,求其绕坐标轴旋转所得旋转体的侧面积(表面积)	(115)
题型 1.3.5.3 已知曲线方程,求其绕坐标轴旋转所得的旋转体体积	(117)
题型 1.3.5.4 计算平行截面面积已知的立体体积	(120)
题型 1.3.5.5 计算平面曲线的弧长	(121)
题型 1.3.5.6 求解定积分的应用与最值问题相结合的综合题	(123)
题型 1.3.5.7 求函数在区间上的平均值	(125)
题型 1.3.5.8 定积分在物理上的应用	(125)
第 4 章 多元函数微分学	(129)
考点 1.4.1 多元函数微分学中若干基本概念及其联系	(129)
题型 1.4.1.1 多元函数微分学中几个基本概念	(129)
题型 1.4.1.2 二元函数在某点极限存在、连续、可偏导及可微的关系	(130)
考点 1.4.2 计算多元函数的偏导数和全微分	(131)
题型 1.4.2.1 求多元显函数的偏导数或全微分	(131)

题型 1.4.2.2	求抽象复合函数的偏导数或全微分	(134)
题型 1.4.2.3	利用隐函数存在性定理确定隐函数	(136)
题型 1.4.2.4	求隐函数的偏导数或全微分	(136)
题型 1.4.2.5	求二元函数的二阶混合偏导数或全微分	(138)
题型 1.4.2.6	求含变限积分的二元函数的偏导数	(140)
题型 1.4.2.7	求在变换下方程的变形	(140)
考点 1.4.3	多元函数的极值与最值	(142)
题型 1.4.3.1	二元函数无条件极值的判别及其求法	(143)
题型 1.4.3.2	求二(多)元函数的条件极值	(144)
题型 1.4.3.3	求二元函数的最大值和最小值	(147)
第 5 章	二重积分	(149)
考点 1.5.1	计算直角坐标系下的二重积分	(149)
题型 1.5.1.1	化二重积分为累次积分	(149)
题型 1.5.1.2	交换二次积分的积分次序	(150)
题型 1.5.1.3	利用积分区域的对称性和被积函数的奇偶性简化计算	(152)
题型 1.5.1.4	分块计算二重积分	(154)
考点 1.5.2	用极坐标系计算二重积分	(157)
题型 1.5.2.1	计算圆域或部分圆域上的二重积分	(157)
考点 1.5.3	转换坐标系计算二重积分	(159)
题型 1.5.3.1	将直角坐标系下的二重积分转换为极坐标系下的二重积分计算	(159)
题型 1.5.3.2	将极坐标系下的二重积分转换为直角坐标系下的二次积分计算	(161)
第 6 章	常微分方程	(164)
考点 1.6.1	求解一阶微分方程	(164)
题型 1.6.1.1	求解可分离变量的微分方程	(164)
题型 1.6.1.2	求解齐次方程	(165)
题型 1.6.1.3	求解一阶线性方程	(166)
考点 1.6.2	求解高阶常系数线性微分方程	(169)
题型 1.6.2.1	利用解的结构和性质求解微分方程	(169)
题型 1.6.2.2	求解可降阶的微分方程	(170)
题型 1.6.2.3	求解高阶常系数线性齐次微分方程的通解	(172)
题型 1.6.2.4	确定二阶常系数非齐次微分方程的特解形式	(173)
题型 1.6.2.5	求解二阶常系数非齐次线性方程	(174)
题型 1.6.2.6	求解含变限积分的方程	(175)
题型 1.6.2.7	求在变量代换下微分方程的变形,并求其解	(177)
考点 1.6.3	已知微分方程的通(特)解反求该微分方程	(179)
题型 1.6.3.1	已知微分方程的通(特)解,反求该齐次微分方程	(179)
题型 1.6.3.2	已知其特解或通解反求该非齐次线性方程	(180)
考点 1.6.4	微分方程的应用	(182)
题型 1.6.4.1	微分方程在几何上的应用	(182)
题型 1.6.4.2	微分方程在物理上的应用	(184)

第2部分 线性代数

第1章 行列式	(188)
考点 2.1.1 计算数字型行列式	(188)
题型 2.1.1.1 计算行(列)和相等的行列式	(188)
题型 2.1.1.2 计算非零元素(主要)在一条或两条线上的行列式	(189)
题型 2.1.1.3 计算非零元素在平行于主对角线的三条线上的行列式	(190)
题型 2.1.1.4 计算含零子块的四分块矩阵的行列式的值	(192)
考点 2.1.2 计算抽象矩阵的行列式	(193)
题型 2.1.2.1 计算抽象乘积矩阵的行列式	(193)
题型 2.1.2.2 已知一方阵的列向量组可由另一方阵的列向量组线性表示,又已知其中 一矩阵的行列式,求另一矩阵的行列式	(193)
题型 2.1.2.3 已知一矩阵方程,求其中一矩阵的行列式的值	(194)
题型 2.1.2.4 利用秩、特征值、相似矩阵等计算行列式	(195)
题型 2.1.2.5 计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式	(195)
题型 2.1.2.6 计算抽象矩阵的线性组合的行列式	(196)
题型 2.1.2.7 证明方阵的行列式等于零或不等于零	(197)
考点 2.1.3 克莱姆法则的应用	(198)
题型 2.1.3.1 求方程组 $AX=b$ 的唯一解或判定方程组 $AX=0$ 只有零解	(198)
题型 2.1.3.2 已知方程组 $A_{n \times n}X=0$ 只有零解,或有非零解,确定待求常数	(198)
第2章 矩阵	(200)
考点 2.2.1 矩阵运算	(200)
题型 2.2.1.1 利用矩阵乘法的结合律,计算乘积矩阵	(200)
题型 2.2.1.2 计算方阵的高次幂	(202)
题型 2.2.1.3 证明抽象矩阵可逆,并求其逆矩阵的表示式	(203)
题型 2.2.1.4 求元素已知的矩阵的逆矩阵	(204)
考点 2.2.2 求解与伴随矩阵有关的问题	(207)
题型 2.2.2.1 计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式	(207)
题型 2.2.2.2 求与伴随矩阵有关的矩阵的逆矩阵	(207)
题型 2.2.2.3 求与伴随矩阵有关的矩阵的秩	(207)
题型 2.2.2.4 求伴随矩阵的表达式	(208)
考点 2.2.3 矩阵的秩	(209)
题型 2.2.3.1 求数字型矩阵的秩	(209)
题型 2.2.3.2 求抽象矩阵的秩	(210)
题型 2.2.3.3 已知矩阵秩的有关信息,求其待定常数或其所满足的关系	(211)
考点 2.2.4 求解矩阵方程	(212)
题型 2.2.4.1 求解含或可化为含单位矩阵加项的矩阵方程	(212)
题型 2.2.4.2 求解含伴随矩阵 A^* 的矩阵方程	(214)
题型 2.2.4.3 求解矩阵方程,该方程两边同含左(或右)乘可逆因子矩阵	(215)
题型 2.2.4.4 求解矩阵方程 $AB+aA+bB+cE=O$,可直接利用命题 2.2.1.6 求解	(215)
题型 2.2.4.5 求解未知矩阵前(或后)的系数矩阵不是方阵或是方阵但不可逆的矩阵方程	(216)

考点 2.2.5 求解与初等变换有关的问题	(217)
题型 2.2.5.1 用初等矩阵表示矩阵的初等变换	(217)
题型 2.2.5.2 利用初等矩阵及其性质表示变换前或变换后的矩阵及其性质	(218)
题型 2.2.5.3 讨论与等价矩阵有关的问题	(219)
第 3 章 向量	(221)
考点 2.3.1 向量的线性组合与线性表示	(221)
题型 2.3.1.1 讨论向量 β 能否用该向量组线性表示	(221)
题型 2.3.1.2 讨论抽象向量能否由抽象向量组线性表示	(222)
题型 2.3.1.3 求解一组向量由另一组向量线性表出的有关问题	(222)
考点 2.3.2 向量组的线性相关性	(226)
题型 2.3.2.1 判定(证明)向量组的线性相关性	(226)
题型 2.3.2.2 已知一向量组线性无关,判别其线性组合的向量组的线性相关性	(227)
题型 2.3.2.3 证明向量组线性无关	(228)
考点 2.3.3 求向量组的极大线性无关组和向量组的秩	(232)
题型 2.3.3.1 求向量组的极大线性无关组	(232)
题型 2.3.3.2 求向量组的秩	(233)
第 4 章 线性方程组	(235)
考点 2.4.1 判定线性方程组的情况	(235)
题型 2.4.1.1 判定齐次线性方程组解的情况	(235)
题型 2.4.1.2 判定非齐次线性方程组解的情况	(235)
考点 2.4.2 基础解系	(236)
题型 2.4.2.1 基础解系的判定或证明	(236)
题型 2.4.2.2 基础解系和特解的求法	(237)
考点 2.4.3 求解线性方程组	(239)
题型 2.4.3.1 求解不含参数的线性方程组的通解	(239)
题型 2.4.3.2 求解含参数的线性方程组 $AX=b$	(240)
题型 2.4.3.3 求解其通解满足一定条件的含参数的线性方程组	(246)
题型 2.4.3.4 求解参数仅出现在常数项的线性方程组	(248)
考点 2.4.4 抽象线性方程组的求解	(249)
题型 2.4.4.1 已知 $AX=b$ 的特解,求其通解	(249)
题型 2.4.4.2 利用线性方程组的向量形式求其通解	(251)
考点 2.4.5 由其解反求线性方程组或其参数	(252)
题型 2.4.5.1 已知 $AX=0$ 或 $AX=b$ 的解的情况,反求 A 中参数	(252)
题型 2.4.5.2 已知方程组的基础解系,求其系数矩阵	(254)
考点 2.4.6 求两线性方程组的公共解	(255)
题型 2.4.6.1 已知两具体的线性方程组,求其公共解	(255)
题型 2.4.6.2 两方程组中至少有一个方程组的通解已知,求其公共解	(256)
考点 2.4.7 讨论两方程组同解的有关问题	(257)
题型 2.4.7.1 证明两齐次线性方程组同解	(258)
题型 2.4.7.2 已知两线性方程组有公共非零解或同解,求其待定常数	(259)

第 5 章 矩阵的特征值和特征向量	(261)
考点 2.5.1 求矩阵的特征值、特征向量	(261)
题型 2.5.1.1 求数字型矩阵的特征值和特征向量	(261)
题型 2.5.1.2 求抽象矩阵的特征值、特征向量	(262)
题型 2.5.1.3 已知一矩阵的特征值、特征向量,求相关矩阵的特征值、特征向量	(263)
考点 2.5.2 求与已知矩阵的特征值、特征向量有关的问题	(265)
题型 2.5.2.1 已知矩阵的特征值、特征向量,反求其矩阵的待定常数	(265)
考点 2.5.3 相似矩阵与相似对角化	(266)
题型 2.5.3.1 判别两矩阵相似	(266)
题型 2.5.3.2 判别方阵是否可相似对角化	(267)
题型 2.5.3.3 相似矩阵性质的应用	(268)
考点 2.5.4 与两矩阵相似的有关计算	(270)
题型 2.5.4.1 已知 A 可相似对角化,即 $P^{-1}AP = \Lambda$,求相似对角矩阵 Λ	(270)
题型 2.5.4.2 已知矩阵 A 可相似对角化,求可逆矩阵 P 使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵	(271)
题型 2.5.4.3 由特征值、特征向量,反求其矩阵	(273)
题型 2.5.4.4 已知矩阵 A 和可逆矩阵 P 求 A 的相似矩阵 B ,使 $P^{-1}AP = B$	(274)
考点 2.5.5 实对称矩阵性质的应用	(275)
题型 2.5.5.1 已知实对称矩阵的一部分特征向量,求另一部分特征向量	(275)
题型 2.5.5.2 A 为实对称矩阵,求正交矩阵 Q 使 $Q^{-1}AQ$ 为对角矩阵	(277)
题型 2.5.5.3 利用相似对角化求矩阵的高次幂	(278)
第 6 章 二次型	(280)
考点 2.6.1 二次型的标准形	(280)
题型 2.6.1.1 用正交变换化二次型(实对称矩阵)为标准形(对角矩阵)	(280)
题型 2.6.1.2 已知二次型的标准形(规范形),求二次型中的未知参数	(283)
考点 2.6.2 判别(证明)实二次型(实对称矩阵)的正定性	(285)
题型 2.6.2.1 判别二次型或其矩阵的正定性	(285)
题型 2.6.2.2 确定参数值使二次型或其矩阵正定	(287)
考点 2.6.3 合同矩阵与合同变换	(289)
题型 2.6.3.1 判别(证明)两实对称矩阵合同	(289)
题型 2.6.3.2 讨论两矩阵相似与合同的关系	(290)
附录 1997—2012 年考研数学二试题	(291)
1997 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(291)
1998 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(292)
1999 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(293)
2000 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(295)
2001 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(296)
2002 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(298)
2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(299)
2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(301)
2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(303)
2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(305)

2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(306)
2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(308)
2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(310)
2010 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(312)
2011 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(313)
2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学二试题	(315)

第1部分 高等数学

第1章 函数极限连续

- 考点 1.1.1 函数的概论及其性质
- 考点 1.1.2 极限的概念与基本性质
- 考点 1.1.3 求函数极限
- 考点 1.1.4 数列极限
- 考点 1.1.5 无穷小量或无穷大量的比较
- 考点 1.1.6 已知一极限,确定待定常数、待定函数或另一待求极限
- 考点 1.1.7 讨论函数的连续性及其间断点的类型

第2章 一元函数微分学

- 考点 1.2.1 导数定义的应用
- 考点 1.2.2 讨论含绝对值函数的可导性
- 考点 1.2.3 求一元函数的导数和微分
- 考点 1.2.4 利用微分中值定理证明中值等式
- 考点 1.2.5 利用导数和极限讨论函数的性态
- 考点 1.2.6 利用导数证明函数不等式
- 考点 1.2.7 导数的几何和物理应用

第3章 一元函数积分学

- 考点 1.3.1 计算不定积分

- 考点 1.3.2 计算定积分

- 考点 1.3.3 变限积分

- 考点 1.3.4 计算反常积分(广义积分)

- 考点 1.3.5 定积分在几何上和物理上的应用

第4章 多元函数微分学

- 考点 1.4.1 多元函数微分学中若干基本概念及其联系
- 考点 1.4.2 计算多元函数的偏导数和全微分
- 考点 1.4.3 多元函数的极值与最值

第5章 二重积分

- 考点 1.5.1 计算直角坐标系下的二重积分
- 考点 1.5.2 用极坐标系计算二重积分
- 考点 1.5.3 转换坐标系计算二重积分

第6章 常微分方程

- 考点 1.6.1 求解一阶微分方程
- 考点 1.6.2 求解高阶常系数线性微分方程
- 考点 1.6.3 已知微分方程的通(特)解反求该微分方程
- 考点 1.6.4 微分方程的应用

第1章 函数极限连续

考点 1.1.1 函数的概论及其性质

题型 1.1.1.1 求分段函数的复合函数

若 $f(x)$ 为分段函数, $g(x)$ 为分段函数或初等函数, 求其复合函数 $f[g(x)]$ 或 $g[f(x)]$ 或 $f[f(x)]$ 或 $g[g(x)]$ 时, 可采用先内后外或先外后内的代入法求之, 即先将内(或外)层函数的表达式代入, 然后将外(或内)层函数的表达式代入. 此法常称为先内后外或先外后内代入法.

当 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的分段点相同时, 则 $f[g(x)], g[f(x)]$ 也为分段函数, 且其分段点与 $f(x)$ 或 $g(x)$ 的相同, 这时还可采用分段点为界点的分区间求之.

例 1.1.1.1 [1997 年 2]* 设 $g(x) = \begin{cases} 2-x, & x \leq 0, \\ x+2, & x > 0, \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ -x, & x \geq 0, \end{cases}$ 则 $g[f(x)]$ 为().

- (A) $\begin{cases} 2+x^2, & x < 0 \\ 2-x, & x \geq 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2-x^2, & x < 0 \\ 2+x, & x \geq 0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} 2-x^2, & x < 0 \\ 2-x, & x \geq 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 2+x^2, & x < 0 \\ 2+x, & x \geq 0 \end{cases}$

[解题思路] $g(x), f(x)$ 均为分段函数, 可采用先内后外或先外后内的方法求其复合函数 $g[f(x)]$. 由于 $g(x), f(x)$ 的分段点相同, $g[f(x)]$ 也是分段函数, 且其分段点与 $f(x), g(x)$ 均相同, 因而可以以分段点为界点分区间求之.

解一 以分段点为界点分区间求之.

当 $x < 0$ 时, $f(x) = x^2 > 0$, 则 $g[f(x)] = f(x) + 2 = x^2 + 2$;

当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = -x \leq 0$, 则 $g[f(x)] = 2 - f(x) = 2 - (-x) = 2 + x$.

故 $g[f(x)] = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0, \\ x + 2, & x \geq 0. \end{cases}$ 仅(D)入选.

解二 采用先外后内的方法求之.

$$g[f(x)] = \begin{cases} 2 - f(x), & f(x) \leq 0 \\ 2 + f(x), & f(x) > 0 \end{cases} = \begin{cases} 2 - x^2, & x^2 \leq 0, x < 0, & \text{①} \\ 2 + x^2, & x^2 > 0, x < 0, & \text{②} \\ 2 - (-x), & -x \leq 0, x \geq 0, & \text{③} \\ 2 + (-x), & -x > 0, x \geq 0. & \text{④} \end{cases}$$

显然, 不等式组①与④无解, 不等式组②、③的解的条件分别为 $x < 0, x \geq 0$, 故

$$g[f(x)] = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0, \\ 2 + x, & x \geq 0. \end{cases} \quad \text{仅(D)入选.}$$

解三 采用先内后外的方法求之.

$$g[f(x)] = \begin{cases} g(x^2), & x < 0 \\ g(-x), & x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} 2 - x^2, & x^2 \leq 0, x < 0 & \text{①} \\ x^2 + 2, & x^2 > 0, x < 0 & \text{②} \\ 2 - (-x), & -x \leq 0, x \geq 0 & \text{③} \\ 2 + (-x), & -x > 0, x \geq 0 & \text{④} \end{cases}$$

显然, 不等式组①、④无解, 不等式组②、③的解的条件分别为 $x < 0, x \geq 0$, 故

$$g[f(x)] = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 0, \\ x + 2, & x \geq 0. \end{cases} \quad \text{仅(D)入选.}$$

* [1997 年 2] 表示该例为 1997 年数学二的考题. 下同.

[考查知识点] 求分段函数的复合函数.

例 1.1.1.2 [2001 年 2] 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases}$ 则 $f\{f[f(x)]\}$ 等于 ().

(A) 0

(B) 1

(C) $\begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 0, & |x| \leq 1 \\ 1, & |x| > 1 \end{cases}$

[解题思路] 用分段函数的定义求之. 先求 $f[f(x)]$.

解一 仅(B)入选. 先求 $f[f(x)]$. 由于当 $x \leq 1$ 时, $f(x) = 1$, 从而 $f[f(x)] = 1$; 当 $x > 1$ 时, $f(x) = 0$, 则 $f[f(x)] = 1$. 因 $f[f(x)] = 1 (-\infty < x < +\infty)$, 故 $f\{f[f(x)]\} = 1$.

解二 由题设有 $f[f(x)] = \begin{cases} 1, & |f(x)| \leq 1, \\ 0, & |f(x)| > 1. \end{cases} \quad ①$

$f\{f[f(x)]\} = \begin{cases} 1, & |f[f(x)]| \leq 1, \\ 0, & |f[f(x)]| > 1. \end{cases} \quad ②$

而由 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ 可知, $|f(x)| \leq 1$. 再由式①知 $f[f(x)] = 1$, 即 $|f[f(x)]| = 1$. 再由式②知, $f\{f[f(x)]\} = 1$. 仅(B)入选.

[考查知识点] 分段函数的复合.

题型 1.1.1.2 求反函数的表示式

其方法和步骤为: (1) 由原函数 $y = f(x)$, 求出 x 的表达式 $x = f^{-1}(y)$; (2) 对换 x, y 的位置得到反函数 $y = f^{-1}(x)$; (3) $y = f(x)$ 的值域就是 $y = f^{-1}(x)$ 的定义域.

例 1.1.1.3 [1996 年 2]* 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1-2x^2, & x < -1, \\ x^3, & -1 \leq x \leq 2, \\ 12x-16, & x > 2, \end{cases}$ 写出 $f(x)$ 的反函数的表

达式.

[解题思路] 按上述求反函数的方法和步骤求之.

解 (1) 当 $x < -1$ 时, $y = 1 - 2x^2 < -1$, 在 $y = 1 - 2x^2$ 中解出 x , 得到 $x = -\sqrt{(1-y)/2}$. 交换 x 与 y 的位置, 得到反函数 $y = -\sqrt{(1-x)/2}, x < -1$.

(2) 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, $-1 \leq y = x^3 \leq 8$. 从 $y = x^3$ 中解出 x , 得到 $x = \sqrt[3]{y}$. 交换 x 与 y 的位置, 得到反函数 $y = \sqrt[3]{x}, -1 \leq x \leq 8$.

(3) 当 $x > 2$ 时, $y = 12x - 16 > 8$, 从 $y = 12x - 16$ 中解出 x , 得到 $x = (y + 16)/12, x > 8$. 交换 x 与 y 的位置, 得到反函数为 $y = (x + 16)/12, x > 8$.

综上所述, 得到 $f(x)$ 的反函数 $g(x)$ 的表达式为

$$g(x) = f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{(1-x)/2}, & x < -1, \\ \sqrt[3]{x}, & -1 \leq x \leq 8, \\ (x+16)/12, & x > 8. \end{cases}$$

[考查知识点] 反函数的概念及其求法.

题型 1.1.1.3 判别函数的奇偶性

常用奇、偶函数的定义判别或证明, 此外也常用下述命题判别.

命题 1.1.1.1 设 $f(x)$ 为 $(-\infty, +\infty)$ 内的连续函数, “ $A \Leftrightarrow B$ ”表示“ A 的充分必要条件是

* 为帮助考数学二的考生全面复习有关考点内容的命题情况, 本书中精选了数学一、数学三及原数学四(1996 年及以前)中相关内容的典型试题及解答.