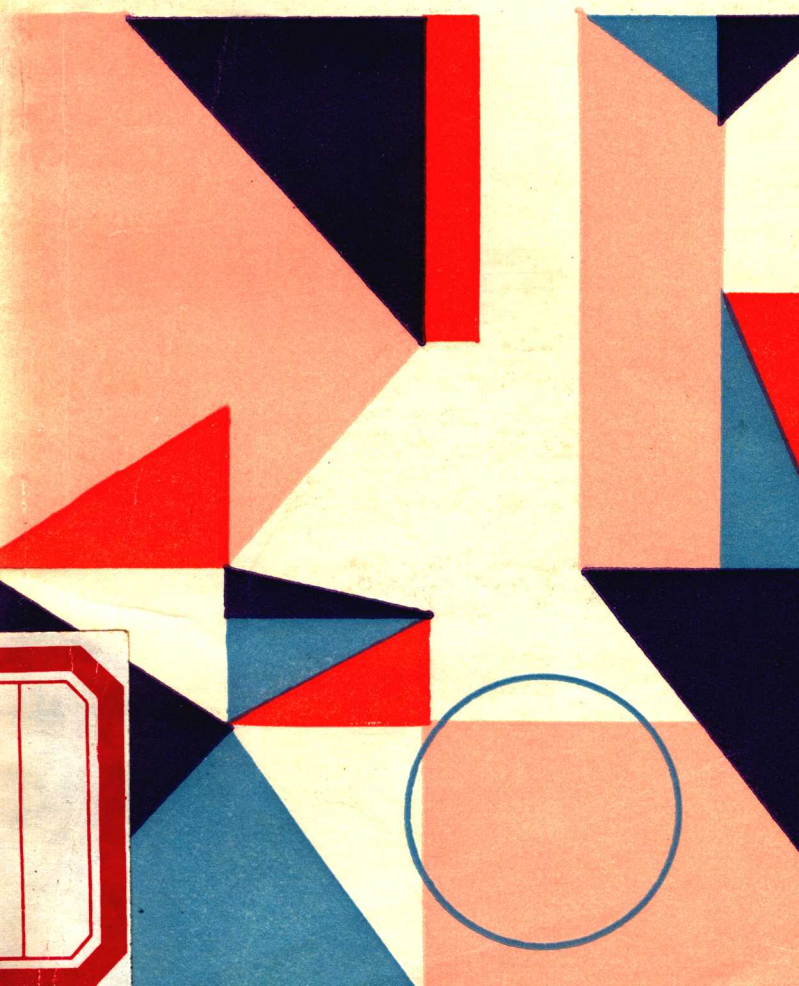


你会列方程

解应用题吗

郭延庆 编

四川教育出版社



0122

<14> 10 10321

你会列方程解应用题吗?

郭延庆 编著



22262164

四川教育出版社

1991年·成都

你会列方程解应用题吗？ 郭延庆 编著

四川教育出版社出版发行 (成都盐道街三号)
四川省新华书店经销 广汉市印刷厂印刷

开本787×960毫米 1/32 印张 2.125 字数35千
1991年5月第一版 1991年5月第一次印刷
印数：1—5560 册

ISBN7—5408—1481—0/G·1432 定价：0.79元

前 言

列方程(组)解应用题的这部分内容，在初中数学中占据非常重要的地位，并且具有非常明显的实际应用的意义；同时怎样布列方程(组)解决实际问题，对于初中学生来说，也是学习上的难点。为了提高列方程(组)解应用题的能力，编写了这本小册子，希望它能成为广大同学的良师益友。

目 录

前言

一 列方程解应用题 (1)

§1 应用题的算术解法和代数解法 (1)

§2 列方程解应用题的一般步骤 (4)

§3 化日常语言为数学语言 (9)

§4 两种等量关系 (14)

§5 两种基本思考方法 (20)

§6 怎样设未知数 (26)

§7 两种常用的辅助解题方法 (32)

§8 综合举例 (36)

二 列方程组解应用题 (43)

§1 为什么要列方程组解应用题 (43)

§2 列方程组解应用题的注意事项 (44)

§3 列出方程组解应用题 (48)

§4 综合举例 (52)

结束语 (61)

一、列方程解应用题

§ 1 应用题的算术解法和代数解法

在小学算术里，我们已经会解各种四则应用题，俗称算术解法。进入中学，为什么还要学习用列方程来解应用题呢？俗称代数解法。我们先来看看下面的例子：

例1：某拖拉机厂二月份生产拖拉机315台，比一月份产量的2倍还多15台，问该厂一月份生产拖拉机多少台？

算术解法：从题目的条件看出，由该拖拉机厂二月份生产拖拉机315台中减去15台，就刚好是一月份生产拖拉机台数的2倍，即

该厂一月份生产拖拉机台数的2倍为

$$315 - 15 = 300 \text{ (台)} .$$

该厂一月份生产拖拉机的台数为

$$300 \div 2 = 150 \text{ (台)} .$$

根据上述思考方法列出综合算式如下：

该拖拉机厂一月份生产拖拉机的台数为

$$(315 - 15) \div 2 = 150 \text{ (台)} .$$

代数解法：首先用字母 x 表示所求的数，俗称未知数。设该拖拉机厂一月份生产 x 台拖拉机，再由

题目所给的条件，该厂一月份生产 x 台拖拉机的2倍还多15台，即为 $(2x+15)$ 台，这就是该厂二月份生产拖拉机的台数，而题目已经给出该厂二月份生产315台拖拉机，于是便得到方程为

$$2x+15=315.$$

解方程，得 $x=150$ (台)，即该拖拉机厂一月份生产150台拖拉机。

不论用算术解法还是用代数解法，这道例题都很容易求得上述结果，但是我们看出，在算术解法中，提到“倍”反用“除”，提到“多”反用“减”，显得很别扭，不符合一般思维习惯；而代数解法则不同，提到“倍”就用“乘”，提到“多”就用“加”，显得很顺理成章，合情合理，可见，代数解法比算术解法来得简便顺畅。

例2：甲乙两人相距6公里，甲在前以每小时3公里的速度先出发3小时，乙以每小时5公里的速度追甲，问经过几小时后，乙能追上甲？

算术解法：由题设条件知，甲、乙是同向行走，并且甲走了3小时后，乙才开始出发，就造成3小时后，甲乙两人相距为

$$6+3\times 3=15 \text{ (公里)}.$$

3小时后，甲乙两人同向行走，乙要追上甲，则乙的速度就应大于甲的速度，乙与甲的速度差为

$$5-3=2 \text{ (公里/小时)}.$$

乙在甲后面15公里，但是乙的速度大于甲的速度，由于速度差缩短距离差，经过一定的时间乙总

能追上甲，那么，追及的时间为

$$15 \div 2 = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} \text{ (小时)}.$$

根据上述思考方法列出综合算式如下：

乙追上甲所需的时间为

$$(6+3 \times 3) \div (5-3) = 7\frac{1}{2} \text{ (小时)}.$$

代数解法：首先用字母 x 表示所求的未知数，设乙追上甲需要 x 小时。即经过 x 小时后，甲又走了 $3x$ 公里，乙走了 $5x$ 公里，这时乙比甲多走了 $(6+3 \times 3)$ 公里，于是列出方程为

$$5x - 3x = 6 + 3 \times 3.$$

解这个方程，得 $x = 7\frac{1}{2}$ （小时），也就是乙经过 $7\frac{1}{2}$ 小时追上甲。

从例2看出，用算术方法来解决应用题，实际上要求我们找出一系列用四则运算符号把已知数联系起来的式子，算式中全是已知数，使未知数始终处于特殊地位，而且每一步都具有探索性，并要给出必要的说明，直到解题基本结束时，才能建立所求的那个未知数和已知数之间的关系，显得“拐弯抹角”，“道路曲折”；而代数解法则不同，首先以字母 x 代替未知数，然后把未知数也看成已知数，从而使未知数在考虑所有的数量关系过程中，始终处于和已知数平等的地位，能直截了当地、全面地反映总的相等关系，从思路到计算都是平铺直叙，便于思考，显得简捷容易，同时，代数解法的基本路子和格式不因题目的变化而变化，有规律可循，

具有一贯性和普遍性，充分显示出它比算术解法有更多的优越性。

另外，算术解法还带有局限性，甚至不能解某些应用题，代数解法则能克服这些缺点，适用范围更广泛。

例3：矩形的长比宽多3厘米，它的面积为42平方厘米，求这个矩形的长与宽。

我们设矩形的长为 x 厘米，则宽为 $(x-3)$ 厘米，于是列出方程为

$$x(x-3)=42, \text{ 即为 } x^2-3x-42=0.$$

从例3看出，要求出 x 的值，还要涉及到开方运算，无法用算术中的四则运算符号把未知数 x 表示出来，也就不能用算术方法来解；然而这个一元二次方程能用求根公式得到未知数 x 的值，所以，这个问题能用代数方法来解。

由此可见，应用题的代数解法是算术解法的深化和发展，它比算术解法更为简便，易于掌握，还能解决某些算术解法不能解决的实际问题，更进一步显示出代数解法的优越性，这就是在中学里我们学习列方程解应用题的目的。

§ 2 列方程解应用题的一般步骤

上节论述了学习列方程解应用题的必要性，现在我们来介绍怎样列出方程来解应用题。我们一般把列方程解应用题的整个解题过程总结成五步，具

体步骤如下:

(1) 弄清题意.首先要仔细审题,弄清题中的已知量、未知量以及它们之间的关系;

(2) 设未知数.选择一个未知量作为未知数,并用字母 x 来表示,并用含 x 的代数式来表示其它未知量;

(3) 列方程.将所列出的代数式代入未用过的等量关系中去,便得到方程;

(4) 解方程.求出未知数 x 的值;

(5) 验根作答.检验求得的解是否是原方程的解,同时也要检验它是否符合题意,若符合题意,就写出答案来;若不符合题意,这道应用题也就无解.

列方程解应用题实际上是把题目中的普通语言叙述的问题“翻译”成数学语言,也就是写出代数式,布列出方程,把一个实际问题转化为数学问题.通过解决数学问题,然后回到实际问题得出解答.这一个完整的过程,就是通过上述五个步骤来实现的.换句话说,通过上述列方程解应用题的五个步骤,就能达到解应用题的目的.

从列方程解应用题的步骤来看,前面三步是十分重要的,通过弄清题意,设未知数和列方程三步,也就实现了实际问题向数学问题的转化,这是列方程解应用题的重点,也是难点.解决这个难点的关键,则在于挖掘题目中的数量相等关系,只有找出题目中的等量关系,才能写出代数式,列出方程,达到解应用题的目的.因此,我们应把重点放

在分析问题、找出等量关系和列出方程上,以及找出已知量和未知量之间的数量关系上,从而培养和提
高我们分析和解决问题的能力.下面我们通过实例来说明列方程解应用题的要领和注意事项.

例 1: A、B 两地相距 48 公里.甲、乙两人骑自行车分别从 A、B 两地同时出发,相向而行,经 2 小时后相遇.已知甲的速度比乙每小时快 2 公里,求甲、乙两人的车速各是多少?

第一步:在仔细读题、理解题意的基础上,要求我们明确题目中哪些量是已知的,哪些量是未知的或不完全知道的.这个问题还涉及到速度、时间和路程三种量.本题中的已知量有①A、B 两地相距 48 公里;②甲、乙两人同时相向行驶 2 小时后相遇;③甲骑自行车的速度比乙每小时快 2 公里.未知量有①甲骑自行车的速度;②乙骑自行车的速度;③相遇时甲行驶的路程;④相遇时乙行驶的路程.

第二步:从上面分析知道本题共有 4 个未知量,需要选择其中一个未知量作为未知数,并用 x 表示出来,一般地,问什么就把它用 x 表示来得简便,那么,甲、乙两人骑自行车的速度任选一个用 x 表示出来,不妨设乙骑自行车的速度为每小时 x 公里.这里要注意语言应完整,设出的未知数不要忘记把单位写出来.

第三步:分清了已知量和未知量后,就需要我们进一步分析它们之间的关系,关键就是要找数量的相等关系.把本题的等量关系式都一一列出来,就是:

- ① 甲骑车的时间 = 乙骑车的时间;
 ② 甲骑车的速度 = 乙骑车的速度 + 2公里/小时;
 ③ 甲骑车的速度 $\times$ 时间 = 甲车行驶的路程;
 ④ 乙骑车的速度 $\times$ 时间 = 乙车行驶的路程;
 ⑤ 甲车行驶的路程 + 乙车行驶的路程 = A、B 两地的路程。

观察上面列出的等量关系式知，⑤式含有已知量和未知量，也包含了题目的全部条件，我们最好选此等量关系式来布列方程，而用其余的等量关系式来表达⑤式中甲车行驶的路程和乙车行驶的路程的两个代数式。我们把乙骑自行车的速度设为每小时 x 公里，然后把它看成已知量，根据②式，得到甲骑车的速度为每小时 $(x+2)$ 公里，又根据③、④式求得的甲、乙两车行驶的路程分别为 $2x$ 公里和 $2(x+2)$ 公里。我们知道，要甲、乙两人相遇，就必须共同走完AB全程，甲车行驶的路程 $2x$ 公里和乙车行驶的路程 $2(x+2)$ 公里的和就是A、B两地的路程。又从已知条件可知，A、B两地的路程为48公里。上面用了两种不同的方式表示同一种量，而A、B两地的路程应该是相等的，也就是⑤式反映的等量关系，于是便列出方程

$$2x + 2(x+2) = 48.$$

第四步：解列出的方程，得 $x=11$ ， $x+2=13$ 。

第五步：把 $x=11$ 代入方程进行检验，得出 $x=11$ 是列出方程的解，并且易知符合题意，也就可

以写出答案来。

在解题过程中，上述五个步骤，有的必须写出，有的则不必写出来。下面把一般解题书写格式写出来。

解：设乙骑车的速度为每小时 x 公里，则甲骑车的速度为每小时 $(x+2)$ 公里。

根据题意，得

$$2x+2(x+2)=48.$$

解这个方程，得

$$x=11, x+2=13.$$

答：甲骑车的速度是每小时13公里，乙骑车的速度是每小时11公里。

在解例1的过程中，我们没有写出“检验”这一步，因为例1中求得的解是所列方程的解和符合题意的，这两个方面都是十分明显的，因而可略去不写。

例2：有两个运输队，第一队有30人，第二队有28人，因为任务需要，要求第一队人数比第二队人数多1倍，需从第二队抽多少人支援第一队？

分析：设需要从第二队抽出 x 人支援第一队，则第二队的人数为 $(28-x)$ 人，第一队人数为 $(30+x)$ 人。题目要求第一队人数比第二队人数多1倍，根据这个条件就有等量关系

第二队人数 $\times 2 =$ 第一队人数，便可以列出方程来了。

解：设从第二队抽 x 人支援第一队，根据题意，

得

$$(28-x) \times 2 = 30+x.$$

解这个方程，得 $x = 8\frac{2}{3}$ 。

我们知道，答案是一个分数，也就是说不可能从第二队抽调 $8\frac{2}{3}$ 个人到第一队去，从而无法满足第一队人数比第二队人数多1倍的条件，只能得出这样的结论：

因为 $x = 8\frac{2}{3}$ 不符合题意，故本题无解，

但是，我们在审题、列方程以及解方程过程中都没有错，只是检验出它不是应用题的解。

从上面的实例看出，正确地完成列方程解应用题的五个步骤，就能解出应用题来。而通过归纳出来的五个步骤只告诉了每步的要求和要领，具体内容则因题而异，上述步骤的内容不要死记硬背，应在理解的基础上记住它。解应用题时把重点放在领会题意，找出等量关系上，只有从这方面下功夫，才能从根本上提高我们解应用问题的能力。

§ 3 化日常语言为数学语言

列方程解应用题最重要的是，要实现把一个实际问题转化为数学问题，列出方程来。列方程的技巧往往就是“由日常语言到数学语言”的“翻译”技巧，也就是列方程解应用题的技巧，因此，我们

必须首先加强这方面的训练。

例1：两数的和为18，其中一个数比另一个数的3倍还大2，求这两个数。

分析：把日常语言译成数学语言的要领是抓关键句子和关键字。本题的关键句子是“两数的和为18”和“其中一个数比另一个数的3倍还大2”。这两句话包含着两个等量关系，即较大的数+较小的数=18和较大的数=较小的数 $\times 3+2$ 。与前面相同，选择其中一个等量关系译成代数式，剩下的一个等量关系也就译成方程。

要求的两个数中，我们设较小的数为 x 。不妨利用第一句话反映出来的数量关系译成代数式。

“两数的和为18”中的关键字是“和”，则表示较大的加数的代数式也就是 $18-x$ 。第二句话“其中一个数比另一个数的3倍还大2”中的关键字是“倍”和“大”，对于较小的数 x 来说，它的倍数就用“乘”，比它大就用“加”，利用这个等量关系就能列出方程

$$18-x=3x+2.$$

当然也可以利用第二句话来写代数式，第一句话来列方程，请读者试一试。

例2：某工作，甲单独做5天完成，乙单独做7天完成，现甲先做2天，再由甲、乙合做，问甲、乙合做几天可完成？

分析：本题有一个明显的等量关系，即甲做2天的工作量+甲、乙合做的工作量=这项工作的工

作量；与前例不同的是，题中还有一种隐晦的等量关系，也就是工作效率 $\times$ 工作时间=工作量。利用它们就能把本题的日常语言顺利地翻译成代数式和列出方程来。

设甲乙还需合做 x 天可完成这项工作，首先必须利用题目不直接告诉的隐晦等量关系：工作效率 $\times$ 工作时间=工作量，才能把“某工作，甲单独做5天完成，乙单独做7天完成”这句话翻译出来。我们往往习惯把不具体的总工作量用1表示，那么，甲每天完成的工作量，即工作效率为 $\frac{1}{5}$ ，乙的工作效率为 $\frac{1}{7}$ ，又现甲先做2天，再由甲、乙合做 x 天可完成这项工作，再利用 工作效率 $\times$ 工作时间=工作量这个关系可得，甲先做2天的工作量为 $\frac{2}{5}$ ，

甲、乙合做的工作效率为 $(\frac{1}{5} + \frac{1}{7})$ ，甲、乙合做 x 天的工作量就为 $(\frac{1}{5} + \frac{1}{7})x$ 。句中关键字“再”表示甲2天的工作量应加上甲、乙合做 x 天的工作量就等于这项工作的总工作量，这也就是题目明确告诉的等量关系，把它译出来便是本题所求的方程

$$\frac{2}{5} + (\frac{1}{5} + \frac{1}{7})x = 1.$$

从上面两例看出，应用题遇到的数量关系有两种不同的表现形式，即明显的等量关系和隐晦的等量关系，这两种不同的等量关系，我们采用不同的方法把它们译成数学式子，明显等量关系是通过问

题中的一些关键词语表现出来的，它们与列出代数式和建立方程有密切的关系。在审题时，我们必须着重找出这些关键词语，并弄清它们的确切意义。这些关键词语大致可分为三类：①“增长到”是指原来的基数加上增长数以后所得的和数。与它相同的说法有“达到”、“增长为”等，与它相反的有“减少到”、“降低到”等。②“多、少”关系。在解题时要弄清谁大，谁小，按“大数—差=小数”或“小数+差=大数”的关系转化相等关系，千万不要简单地记成“多了就减，少了就加”。这类关键词语还有“增长了”、“增长”、“增加”、“快”等，与它相反的有“减少了”、“减少”、“慢”等。③倍数关系。在解题时要注意弄清谁是一倍量，分清“甲是乙的多少倍”，“甲比乙多多少倍”的含意。这类关键词语有“大几倍”、“多几倍”、“增加了几倍”、“是几倍”、“增加到几倍”等，与它相反的有“减少几分之几”、“减少到几分之几”、“降低到百分之几”等，而隐晦等量关系在问题中都不明显给出，必须在审题时分析题意方能得到。例2就具有隐晦等量关系。工作效率 $\times$ 工作时间=工作量。利用隐晦等量关系写出代数式、列出方程时，要求我们不但要仔细审清题意，同时也要求我们善于应用所学过的知识或者生活中已有的经验。

从上面两例体会到，把题目的日常语言译成数学语言的要领是，仔细审题，弄透题意，紧紧抓住