

计算机数据结构和

实用算法大全

谋 仁 主编

亦 鸥 希 望 审校

北京希望电脑公司

计算机数据结构和 实用算法大全

谋 仁 主编
亦鸥 希望 审校

北京希望电脑公司

1991 · 北京

前言

本书对现代计算机的数据结构和算法进行全面而深入的介绍。

本书以相当的深度介绍了许多数据结构和计算机算法，但因对内容进行了精心的设计和安排，因此它适用于所有水平的读者。即使是初学计算机算法的人也可以在本书中找到所需的材料，而不必理会其中的数学证明。

书中的每一章中给出一个算法、一种设计技术、一个应用领域或一个相关的话题。算法是以通俗的语言说明的，并以“伪代码”的形式来设计，这样对任何人来说只要再作一些工作就可以把它转化为计算机程序了。全书中用了 260 多个图来说明算法是如何工作的。由于我们将效率作为算法设计的关键，因此对所有算法都进行了仔细、精确的运行时刻分析。

由于本书照顾到了通用性与全面性，覆盖了许多方面的内容，因此可以作为高年级本科生和研究生的许多门课程（如“数据结构”、“算法分析与设计”等）的教材和参考书。当然在用于某一课程时不必讲述全书的内容，可以将本书当作一个大仓库，只需从中选取所要讲述的内容即可。

本书包括了 900 多个练习和 120 个问题，每一节都以练习结束，而每一章以问题结束。练习一般是些考察对基本材料的掌握程度的小问题，而对问题则需进行精心的研究，有时还通过问题介绍一些新的知识。

在适用于研究生的章节和练习前标上了一个星号，这并不意味着它比未标星号的章节或练习难，只是它可能需要更多的背景知识或数学知识。

同时，本书是学习算法的一本很好的参考材料。书中给出的算法都尽量设计得容易理解，并且也比较有趣。在遇到一个不熟悉的算法时，我们一步一步地说明它，而且还提供对理解算法的分析所需的数学知识的详细说明。如果读者对某个话题有些了解，就可以略过该节的简介部分而直接跳到更高级的部分。

本书篇幅很大，因此读者可以选择与课程有关的章节进行阅读。但本书的设计是使之既可以作为课本，又可以作为工程技术手册或参考书。

在阅读本书之前，读者应具备以下预备知识：

(1) 有过一些程序设计经验，了解递归过程和数组及链表等简单的数据是怎么回事。

(2) 能比较熟练地进行数学推导证明。本书的一小部分需要具备一些微积分方面的知识。除此之外，本书的第一部分介绍了所需的所有数学知识。

由于本书的覆盖范围很广，因此它是一本关于计算机数据结构和算法的非常好的参考手册。又由于每一章都是自解释的，因此读者只需将注意力集中到最感兴趣的章节即可。

本书讨论的算法都是很有用的。如果要实现这些算法，读者会发现将算法的伪代码转换为实际的程序设计语言只是一个直截了当的过程，是非常容易的。本书为每个算法设计的伪代码是非常简明的。

参加本书编译工作的人员有铁诚、振建、远方、尘星、道格、谋仁、亦鸥等同志。

在此，我们要特别感谢北京希望电脑公司资料部的秦人华老师，没有她的关心和帮助，本书是不可能这么快与广大读者见面的。

由于本书篇幅浩大，涉及的内容有较一定深度，编译时难免有不够确切之处，敬请广大读者谅解和指正。

编者

1991年5月

未付古春利意不并友，号星个一丁土志前长泰味草章的生在柳牛用致古

。只耽学谈近叶底景背的遂更要需销何守最只，缺区表史草章的号呈

质量只睛去算的山合中伴，株村涉送的缺卦本一附告算区学最伴本，抑同

是一走一归症，抑惑算的悉燥不个一腔搬宝，搬育好出且并，搬躯良客卦

卖果吸，搬前搬后只耽学谈近需浪转代的告算缺以卦墨否且而，古阳前此

暗怕逃的单箭等表卦又胆矮野长曰搬搬了，金登甘景浪罪些一教育 (I)

。事回公私

目录提要

第一章 引言	1	第五部分 高级数据结构	
第一部分 数学基础		引言	284
引言	14	第十九章 B-树	286
第二章 函数的增长	15	第二十章 二项堆	301
第三章 求和运算	29	第二十一章 斐波那契堆	317
第四章 递归式	38	第二十二章 用于分离集合的数据结构	334
第五章 集合、关系、函数、图和树	56		
第六章 计数和概率	73	第六部分 图的算法	
第二部分 排序和顺序统计学		引言	351
引言	102	第二十三章 图的基本算法	352
第七章 堆排序	104	第二十四章 最小生成树	376
第八章 快速排序	114	第二十五章 单源最短路径	387
第九章 线性时间排序	128	第二十六章 每对结点间的最短路径	414
第十章 中位数和顺序统计学	138	第二十七章 最大流	437
第三部分 数据结构		第七部分 论题选编	
引言	146	引言	475
第十一章 基本数据结构	148	第二十八章 排序网络	477
第十二章 杂凑表	163	第二十九章 运算电路	491
第十三章 二叉查找树	182	第三十章 关于并行计算机的算法	517
第十四章 红-黑树	197	第三十一章 关于矩阵的操作	549
第十五章 数据结构的扩张	211	第三十二章 多项式与快速付里叶变换	587
第四部分 高级设计和分析技术		第三十三章 有关数论的算法	607
引言	223	第三十四章 串匹配	647
第十六章 动态程序设计	224	第三十五章 计算几何学	672
第十七章 贪心算法	245	第三十六章 NP-完全性	694
第十八章 平摊分析	266	第三十七章 近似算法	730

目 录

第一章 引言	1
1.1 算法	1
插入排序	1
伪代码的使用约定	3
练习	4
1.2 分析算法	4
插入排序算法的分析	5
最坏情况和平均情况分析	6
增长的量级	7
练习	7
1.3 设计算法	8
1.3.1 分治法	8
1.3.2 分治算法分析	10
合并排序算法的分析	10
练习	10
1.4 小结	11
练习	12
问题	12
1-1 运行时间的比较	12
1-2 合并排序中插入排序在 短数组上的应用	12
1-3 逆序对	13
第一部分 数学基础	
引言	14
第二章 函数的增长	15
2.1 渐近记号	15
Θ -记号	15
O -记号	17
Ω -记号	18
方程中的渐近记号	18
ω -记号	19

ω -记号	19
不同函数间的比较	20
练习	21
2.2 标准记号体系和通用函数	21
单调性	21
底(Floor)和顶(Ceiling)	21
多项式	22
指数式	22
对数式	23
阶乘	24
多重对数函数	24
斐波那契数	24
练习	25
问题	26
2-1 多项式的渐近性态	26
2-2 相对渐近增长	26
2-3 根据渐近增长率排序	26
2-4 渐近记号的性质	27
2-5 O 和 Ω 的一些变形	27
2-6 多重函数	27
第三章 求和运算	29
3.1 求和公式和性质	29
线性性质	29
算术级数	30
几何级数	30
调和级数	30
积分级数与微分级数	30
套迭级数	31
积	31
练习	31
3.2 和式的界	32
数学归纳法	32
对项的限界	33

分解和式	34	练习	63
积分近似公式	35	5.4 图	63
练习	36	练习	66
问题	37	5.5 树	67
3-1 和式的界	37	5.5.1 自由树	67
第四章 递归式	38	5.5.2 有根树和有序树	69
4.1 替换方法	39	5.5.3 二叉树和位置树	69
作一个好的猜测	39	练习	71
一些细微问题	40	问题	72
避免陷阱	40	5-1 图的着色问题	72
改变变量	41	5-2 友好图	72
练习	41	5-3 二分树	72
4.2 迭代方法	41	第六章 计数和概率	73
递归树	42	6.1 计数	73
练习	44	和规则与积规则	73
4.3 主方法	44	串	73
主定理	44	排列	74
主方法的应用	45	组合	74
练习	45	二项系数	74
* 4.4 主定理的证明	46	二项界	75
4.4.1 取整数幂时的证明	46	练习	76
递归树	47	6.2 概率	77
4.4.2 底函数和顶函数	50	概率公理	77
练习	52	离散概率分布	78
问题	52	连续一致概率分布	78
4-1 递归式的例子	52	条件概率和独立性	79
4-2 找出所缺的整数	53	贝叶斯定理	80
4-3 参数传递的代价	53	练习	81
4-4 进一步的递归式的例子	53	6.3 离散随机变量	82
4-5 Sloppiness 条件	54	随机变量的期望值	83
4-6 斐波拉契数	54	方差和标准差	84
4-7 VLSI 芯片测试	55	练习	84
第五章 集合、关系、函数、图和树	56	6.4 几何分布与二项分布	85
5.1 集合	56	几何分布	85
练习	59	二项分布	86
5.2 关系	59	练习	89
练习	61	6.5 二项分布的尾	90
5.3 函数	61	练习	94
		6.6 概率分析	95

6.6.1 生日悖论	95	1.1 关于平均情况的直觉考虑	118
6.6.2 另一种分析方法	96	1.2 练习	119
6.6.3 球与盒子	97	8.3 快速排序的随机化版本	120
练习	99	8.4 练习	121
问题	99	8.4.1 最坏情况分析	121
6-1 球和盒子	99	8.4.2 平均情况分析	122
6-2 max 程序的分析	100	关于划分过程的分析	122
6-3 雇用问题	100	关于平均情况性态的递归式	123
6-4 概率计数	101	解递归式	123
第二部分 排序和顺序统计学		上述和式的紧确界	124
引言	102	练习	124
输入数据的结构	102	问题	125
排序算法	102	8-1 划分的正确性	125
顺序统计学	103	8-2 Lomuto 划分算法	125
第七章 堆排序	104	8-3 Stooge 排序	126
7.1 堆	104	8-4 快速排序中的堆栈深度	126
练习	105	8-5 “三数取中”划分	127
7.2 保持堆的性质	105	第九章 线性时间排序	128
练习	106	9.1 排序算法的下界	128
7.3 建堆	106	9.2 决策树模型	128
练习	109	9.3 最坏情况下界	129
7.4 堆排序算法	109	练习	130
练习	110	9.2.1 计数排序	130
7.5 优先级队列	111	练习	132
练习	112	9.3.1 基数排序	132
问题	113	练习	134
7-1 由插入而建堆	113	9.4 桶排序	134
7-2 对 d 叉堆的分析	113	练习	136
第八章 快速排序	114	问题	136
8.1 对快速排序的描述	114	8-1 9-1 比较排序的平均情况下界	136
8.2 对数组进行划分	114	8-2 9-2 以线性时间做原地置换排序	137
练习	116	10.1 第十章 中位数和顺序统计学	138
8.2 快速排序的性能	116	最大元素和最小元素	138
8.3 最坏情况划分	116	10.1.1 同时找最小元素和最大元素	139
8.3 最佳情况划分	117	练习	139
8.4 对称划分	118	10.2 以线性期望时间做选择	139

练习	141	第十二章 杂凑表	163
10.3 最坏情况线性时间的选择	141	12.1 直接寻址表	163
练习	142	练习	164
问题	143	12.2 杂凑表	165
10-1 已排序的 i 个最大数	143	通过拉链法来解决碰撞	166
10-2 带权中位数	143	对带拉链杂凑的分析	166
10-3 小型顺序统计	144	练习	168
第三部分 数据结构		12.3 杂凑函数	168
引言	146	好的杂凑函数的特点	169
动态集合的元素	146	将关键字解释为实数	169
动态集合上的操作	146	12.3.1 除法杂凑法	169
第三部分纵观	147	12.3.2 乘法杂凑法	170
第十一章 基本数据结构	148	12.3.3 全域杂凑	171
11.1 栈和队列	148	练习	172
栈	148	12.4 开放地址法	173
队列	149	线性探查	174
练习	150	二次探查	175
11.2 链表	151	双重杂凑	176
查找链表	152	对开放地址杂凑的分析	176
对链表的插入操作	152	练习	179
对链表的删除操作	152	问题	179
哨兵	153	12-1 最长探查的界	179
练习	154	12-2 查找静态集合	180
11.3 指针和对象的实现	155	12-3 拉链法中槽的大小	180
对象的多重数组表示	155	12-4 二次探查	180
对象的单数组表示	155	12-5 K-全域杂凑	181
分配和释放对象	156	第十三章 二叉查找树	182
练习	154	13.1 二叉查找树	182
11.4 有根树的表示	158	练习	183
二叉树	158	13.2 查询二叉查找树	184
无界分叉的有根树	159	查找	184
其他树的表示	160	最大元素和最小元素	185
练习	160	前趋和后继	185
问题	161	练习	186
11-1 表的比较	161	13.3 插入和删除	187
11-2 用链表实现可合并性	161	插入	187
11-3 查找一紧凑的排序链表 ...	161	删除	188
		练习	189
		* 13.4 随机构造的二叉查找树	190

练习	194	16.1 矩阵链乘法	224
问题	194	计算括号化的重数	225
13-1 具有相同关键字的二叉查找树	194	最优括号化的结构	226
13-2 基数树	195	一个递归解	226
13-3 随机构造的二叉查找树中的平均节点深度	195	计算最优代价	227
13-4 不同的二叉树个数	196	构造一个最优解	229
第十四章 红-黑树	197	练习	229
14.1 红-黑树的性质	197	16.2 动态程序设计基础	230
练习	198	最优结构	230
14.2 旋转	199	重迭子问题	231
练习	200	记忆化	232
14.3 插入	201	练习	234
练习	204	16.3 最长公共子序列	234
14.4 删除	204	对最长公共子序列进行刻画	234
练习	208	子问题的递归解	235
问题	209	计算 LCS 的长度	236
14-1 持久动态集合	209	构造一个 LCS	237
14-2 红-黑树上的连接操作	210	对代码的改进	237
第十五章 数据结构的扩张	211	练习	238
15.1 动态顺序统计	211	16.4 最优多边形三角剖分	238
检索具有给定秩的元素	212	与括号化的对应	239
确定一个元素的秩	213	最优三角剖分的子结构	241
对子树规模的维护	213	一个递归解	241
练习	214	练习	241
15.2 如何扩张数据结构	215	问题	242
对红-黑树的扩张	216	16-1 Bitonic 欧几里德货郎担问题	241
练习	217	242
15.3 区间树	217	16-2 优美打印	243
练习	221	16-3 编辑距离	243
问题	222	16-4 Viterbi 算法	244
15-1 最大重迭点	222	第十七章 贪心算法	245
15-2 Josephus 排列	222	17.1 活动选择问题	245
第四部分 高级设计和分析技术		17.2 证明贪心算法的正确性	247
引言	223	练习	248
第十六章 动态程序设计	224	17.2 贪心策略的基本内容	248
		贪心选择性质	249
		最优子结构	249
		贪心法与动态程序设计	249
		练习	250

17.3	哈夫曼编码	251	引言	284
222	前缀编码	252	第十九章 B-树	286
222	构造哈夫曼编码	253	辅存上的数据结构	286
222	哈夫曼算法的正确性	254	19.1 B-树的定义	288
222	练习	256	19.2 B-树上的基本操作	290
* 17.4	贪心法的理论基础	257	查找 B-树	290
222	17.4.1 矩阵胚	257	创建一棵空 B-树	291
222	17.4.2 关于加权矩阵胚的贪心算法	258	B-树中节点的分裂	292
222	练习	261	向 B-树中插入一关键字	293
17.5	一个任务调度问题	262	练习	296
222	练习	264	19.3 从 B-树中删除一个关键字	296
问题		264	练习	299
222	17-1 找换硬币	264	问题	299
222	17-2 无环子图	264	19-1 辅存中的栈	299
222	17-3 调度问题的变形	265	19-2 联结与分裂 2-3-4 树	299
第十八章	平摊分析	266	第二十章 二项堆	301
18.1	聚集方法	266	20.1 二项树与二项堆	302
222	栈操作	267	20.1.1 二项树	303
222	二进计数器	268	20.1.2 二项堆	304
222	练习	269	二项堆的表示	305
18.2	会计方法	270	练习	305
222	栈操作	270	20.2 二项堆上的操作	306
222	二进计数器的增值	271	创建一个新的二项堆	306
222	练习	271	寻找最小关键字	306
18.3	势能方法	271	合并两个二项堆	306
222	栈操作	272	插入一个节点	311
222	二进计数器的增值	273	抽取具有最小关键字的节点	312
222	练习	274	对一个关键字减值	313
18.4	动态表	274	删除一个关键字	313
222	18.4.1 表的扩张	275	练习	314
222	18.4.2 表扩张和收缩	276	问题	315
222	练习	281	20-1 2-3-4 堆	315
问题		281	20-2 采用可合并堆的最小	
222	18-1 按位反序二进计数器	281	生成树算法	316
222	18-2 使二叉查找动态化	282	第二十一章 斐波那契堆	317
222	18-3 平摊权平衡树	282	21.1 斐波那契堆的结构	318
第五部分	高级数据结构			

势函数	319	问题	348
最大度数	319	22-1 脱机最小值	348
21.2 可合并堆操作	319	22-2 深度确定	349
创建一个新的斐波那契堆	320	22-3 Tarjan 的脱机最小	349
插入一个节点	320	公共祖先算法	350
寻找最小节点	321		
合并两个斐波那契堆	321		
抽取最小节点	322		
练习	326		
21.3 减小一个关键字与删除一个节点			
减小一个关键字	326	第六部分 图的算法	
删除一个节点	329	引言	351
练习	329	第二十三章 图的基本算法	352
21.4 最大度数的界	329	23.1 图的表示	352
练习	332	练习	354
问题	332	23.2 宽度优先搜索	354
21-1 删除的另一种实现	332	分析	357
21-2 另一些斐波那契堆操作	332	最短路径	357
第二十二章 用于分离集合的数据结构		宽度优先树	359
22.1 分离集合的操作	334	练习	360
分离集合数据结构的一个应用	335	23.3 深度优先搜索	361
练习	336	深度优先搜索的性质	363
22.2 分离集合的链表表示	337	边的分类	365
UNION 的一个简单实现	337	练习	366
一种加权合并启发式	337	23.4 拓扑排序	367
练习	338	练习	368
22.3 分离集合森林	339	23.5 强连通支	369
改进运行时间的启发式	339	练习	373
分离集合森林的伪代码	340	问题	374
启发式知识对运行时间的影响	341	23-1 通过宽度优先搜索	
练习	341	对边进行分类	374
* 22.4 关于带路径压缩的按秩合并的分析		23-2 挂接点、桥以及双连通子图	
	342	23-3 欧拉回路	375
Ackerman 函数与其逆函数	342		
秩的性质	344	第二十四章 最小生成树	376
时间界的证明	345	24.1 最小生成树的形成	377
练习	348	练习	379
		24.2 Kruskal 算法和 Prim 算法	380
		Kruskal 算法	381
		Prim 算法	382
		练习	384
		问题	385

24-1 次最小生成树	385	26.1 最短路径与矩阵乘法	415
24-2 稀疏图的最小生成树	385	最短路径的结构	416
第二十五章 单源最短路径	387	解决每对结点间的最短路径问题的 一种递归方法	416
变体	387	自底向上计算最短路径的权	416
负权边	388	算法运行时间的改进	419
最短路径的表示方法	389	练习	419
本章概述	389	26.2 Floyd-Warshall 算法	420
25.1 最短路径和松弛技术	390	最短路径的结构	421
最短路径的理想基础	390	解决每对结点间最短路径问题 的一种递归方案	421
松弛	391	自底向上计算最短路径的权	423
松弛的性质	392	建立最短路径	423
最短路径树	394	有向图的传递闭包	424
练习	396	练习	425
25.2 Dijkstra 算法	397	26.3 关于稀疏图的 Johnson 算法	426
分析	399	通过重赋权保持最短路径	427
练习	400	通过重赋权产生非负的权	429
25.3 Bellman-Ford 算法	400	计算每对结点间的最短路径	429
练习	403	练习	430
25.4 有向无回路图中的单源最短路径	403	* 26.4 解决有向图中路径问题的	
练习	405	一般性框架	430
25.5 差分约束与最短路径	405	闭半环的定义	430
线性规划	406	有向图中路径的计算	431
差分约束系统	406	闭半环的实例	433
约束图	407	关于有向图标示的一个动态规划算法	
差分约束系统问题的求解	409	练习	433
练习	409	问题	435
问题	410	26-1 动态图的传递闭包	435
25-1 对 Bellman-Ford 算法的		26-2 E-稠密图中的最短路径	
Yen 氏改进	410	26-3 作为一个闭半环的最小生成树	436
25-2 嵌套框	411	第二十七章 最大流	437
25-3 套汇问题	411	27.1 流网络	437
25-4 关于单源最短路径的小提		流网络与流	438
Gabow 定标算法	411	网络流的一个实例	439
25-5 Karp 最小平均权回路算法		多个源和多个汇的网络	441
	412		
第二十六章 每对结点间的最短路径	414		
本章概述	415		

对流的处理	441	第二十八章 排序网络	477
练习	442	28.1 比较网络	477
27.2 Ford-Fulkerson 方法	443	练习	480
残留网络	443	28.2 0-1 原则	480
增广路径	445	练习	482
流网络的割	446	28.3 双调排序网络	483
基本的 Ford-Fulkerson 算法	448	半清洁器	483
Ford-Fulkerson 算法的分析	449	双调排序程序	484
练习	452	练习	485
27.3 最大偶匹配	452	28.4 合并网络	485
最大偶匹配问题	453	练习	487
寻求最大偶匹配	453	28.5 排序网络	487
练习	455	练习	488
27.4 先流推进算法	455	问题	489
直觉知识	456	28-1 转置排序网络	489
基本的操作	457	28-2 Batcher 奇偶合并网络	489
一般性算法	458	28-3 排列网络	490
先流推进方法的正确性	459	第二十九章 运算电路	491
先流推进方法的分析	460	29.1 组合电路	491
练习	463	组合元件	491
* 27.5 向前提升算法	463	组合电路	492
容许边和容许网络	464	全加器	493
相邻表	465	电路深度	494
溢出结点的释放	465	电路规模	494
向前提升算法	458	练习	495
算法分析	470	29.2 加法电路	495
练习	471	29.2.1 行波进位加法	495
问题	471	29.2.2 先行进位加法器	496
27-1 逃脱问题	471	完成先行进位加法器的构造	496
27-2 最小路径覆盖	472	29.2.3 保留进位加法	501
27-3 航天飞机进行的实验	472	练习	502
27-4 最大流的更新	473	29.3 乘法电路	504
27-5 用定标法计算最大流	473	29.3.1 阵列乘法器	504
27-6 具有容量上限和下限的最大流	473	分析	507
		29.3.2 华莱士树型乘法器	507
第七部分 论题选编		分析	508
引言	475	练习	509
29.4 时钟电路	509	29.4.1 位串行加法	509

分析	511	着色与最大独立集	542
行波进位加法与位串行加法	511	计算 6-着色问题	542
29.4.2 线性阵列乘法器	511	根据 6-着色计算出 MIS	545
一种慢速线性阵列实现方法	513	练习	545
一种快速的线性阵列实现方法	513	问题	546
练习	514	30-1 分段的并行前缀	546
问题	515	30-2 处理器效率的最大值算法	546
29-1 除法电路	515	30-3 连通子图	547
29-2 关于对称函数的布尔公式	515	30-4 对光栅像进行转置处理	548
第三十章 关于并行计算机的算法	517	第三十一章 关于矩阵的操作	549
PRAM 模型	517	31.1 矩阵的性质	549
并发存储器存取方式与互斥		矩阵和向量	549
存储器存取方式	518	关于矩阵的操作	552
同步与控制	519	矩阵的逆矩阵, 秩和行列式	553
本章概述	519	正定矩阵	555
30.1 指针转移	520	练习	555
30.1.1 表排序	520	31.2 关于矩阵乘法的 Strassen 算法	556
正确性	521	算法总论	556
分析	522	确定子矩阵的乘积	557
30.1.2 列表的并行前缀	522	讨论	560
30.1.3 欧拉回路技术	524	练习	561
练习	526	* 31.3 代数系统与布尔矩阵乘法	561
30.2 CRCW 算法与 EREW 算法	527	拟环	561
并发操作发挥作用的有关问题	527	环	562
并发写操作发挥作用的一个问题	529	布尔矩阵的乘法	563
用 EREW 算法来模拟 CRCW 算法	531	域	564
练习	533	练习	564
30.3 Brent 定理与工作效率	533	31.4 求解线性方程组	565
练习	536	LUP 分解总述	566
* 30.4 工作效率高的并行前缀计算	537	正向替换与逆向替换	566
递归的并行前缀计算	537	关于 LU 分解的计算	569
选择要消除的对象	539	LUP 分解的计算	572
分析	539	练习	575
练习	541	31.5 逆矩阵	575
30.5 确定的打破对称性问题	541	根据 LUP 分解来计算逆矩阵	576
		矩阵乘法与逆矩阵	576
		把求逆矩阵问题转化为矩阵乘法问题	576

输入的规模与算术运算的代价	607
33.1 基本的数论概念	608
可除性与约数	608
素数与合数	608
除法定理, 余数和同模	608
公约数与最大公约数	609
互质数	610
唯一的因子分解	611
练习	611
33.2 最大公约数	612
欧几里德算法	613
EUCLID 算法的运行时间	613
欧几里德算法的推广形式	615
练习	616
33.3 模运算	616
有限群	617
根据模加法与模乘法所定义的群	617
子群	620
由一个元素生成的子群	620
练习	621
33.4 求解模线性方程	622
练习	624
33.5 中国余数定理	625
练习	627
33.6 元素的幂	627
运用反复平方法求数的幂	630
练习	631
33.7 RSA 公开密钥加密系统	631
公开密钥加密系统	631
RSA 加密系统	632
练习	635
33.8 素数的测试	636
素数的密度	636
伪素数测试过程	637
Miller-Rabin 随机性素数测试方法	638
Miller-Rabin 素数测试过程的出错率	639
第三十三章 有关数论的算法	607
31.6 对称正定矩阵与最小二乘逼近	579
练习	578
31.7 Shamir 布尔矩阵乘法算法	584
练习	584
31.8 样条	585
第三十二章 多项式与快速付里叶变换	587
32.1 多项式的表示	588
系数表示法	589
点值表示法	589
关于系数形式表示的多项式的快速乘法	591
练习	592
32.2 DFT 与 FFT	593
单位元素的复根	593
DFT	595
FFT	595
对单位元素的复根进行插值	598
练习	599
32.3 有效的 FFT 实现方法	599
FFT 的一种迭代实现	600
并行 FFT 电路	603
练习	604
问题	604
32.4 分治乘法	604
32.5 Toeplitz 矩阵	604
32.6 求多项式在某一点的所有阶导数的值	604
32.7 多项式在多个点的求值	605
32.8 运用模运算的 FFT	606
第三十三章 有关数论的算法	607

练习	640	叉积	673
*33.9 整数的因子分解	641	确定连续线段是向左转还是向右转	674
POLLARD 的 rho 启发性方法	641	确定两条线段是否相交	674
练习	644	叉积的其它应用	675
问题	644	练习	675
33-1 二进制的 gcd 算法	644	35.2 确定任意一对线段是否相交	676
33-2 欧几里德算法中对位操作的分析	645	排序线段	676
33-3 关于 Fibonacci 数的三个算法	645	扫除线的移动	677
33-4 二次残数	645	求线段交点的伪代码	678
第三十四章 串匹配	647	正确性	679
记号与术语	648	运行时间	680
34.1 朴素的串匹配算法	649	练习	680
练习	649	35.3 寻找凸包	680
34.2 Rabim-Karp 算法	650	Graham 扫描法	682
练习	653	Jarvis 步进法	687
34.3 利用有限自动机进行串匹配	654	练习	688
有限自动机	654	35.4 寻找最近点对	688
串匹配自动机	655	分治算法	689
计算变迁函数	658	正确性	690
练习	658	算法实现与运行时间	691
34.4 Knuth-Morris-Pratt 算法	659	练习	691
关于模式的前缀函数	659	问题	692
运行时间分析	662	35-1 凸层	692
前缀函数计算过程的正确性	662	35-2 最大层	692
KMP 算法的正确性	664	35-3 巨人和鬼	693
练习	664	35-4 稀疏包分布	693
34.5 Boyer-Moore 算法	665	第三十六章 NP-完全性	694
坏字符启发性方法	666	36.1 多项式时间验证	695
好后缀启发性方法	668	抽象问题	695
练习	670	编码	696
问题	670	形式语言体系	698
34-1 基于重复因子的串匹配算	670	练习	699
34-2 并行串匹配	671	36.2 多项式时间的验证	700
第三十五章 计算几何学	672	汉密尔顿回路	700
35.1 线段的性质	672	验证算法	701
		复杂类 NP	701
		练习	702
		36.3 NP-完全性与可约简性	703