内蒙古师范大学
六十周年校庆
60TH ANNIVERSARY

论非线性发展方程求解中辅助方程法的历史演进

LUN FE … NG FAZHAN
FANGC … UJIE ZHONG
FUZHU … ENGFA
DE LIS … N

套格图桑 著

最近50多年来，人们利用计算机技术，在非线性光学中发现光孤子并应用于通信领域取得了成功。生物学中发现了达维多夫(Davydov)孤立子，海洋学中发现了内孤立波。另外，在凝聚态物理、激光物理、超导物理、经济学、人口问题和医学等诸多科学领域中相继发现了光滑孤立子、尖峰孤立子和紧孤立子等多种孤立子。

中央民族大学出版社
China Minzu University Press

非线性发展方程求解中辅助方程法的历史演进

LUN FEIXIANXING FAZHAN FANGCHENG QIUJIE ZHONG FUZHU FANGCHENGFA DE LISHI YANJIN

套格图桑 著

中央民族大学出版社
China Minzu University Press

图书在版编目（CIP）数据

论非线性发展方程求解中辅助方程法的历史演进/套格图桑著. —北京：中央民族大学出版社，2012. 6

ISBN 978-7-5660-0209-9

Ⅰ. ①论… Ⅱ. ①套… Ⅲ. ①非线性方程—发展方程—研究 Ⅳ. ①O175. 26

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 089949 号

论非线性发展方程求解中辅助方程法的历史演进

作　　者　套格图桑
责任编辑　李　飞
封面设计　汤建军
出 版 者　中央民族大学出版社
　　　　　北京市海淀区中关村南大街 27 号　邮编：100081
　　　　　电话：68472815（发行部）　传真：68932751（发行部）
　　　　　　　　68932218（总编室）　　　　68932447（办公室）
发 行 者　全国各地新华书店
印 刷 厂　北京春飞无限彩色印刷技术有限公司
开　　本　787×1092（毫米）　1/16　印张：24. 5
字　　数　384 千字
版　　次　2012 年 6 月第 1 版　2012 年 6 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5660-0209-9
定　　价　60. 00 元

序

孤立子理论是应用数学和数学物理的一个新的分支学科。在流体力学、非线性光学、等离子体物理、经典场论、量子场论、生物学和海洋学等诸多科学领域有着广泛的应用，一直受到数学家和物理学家的关注和研究。尽管国内对孤立子理论的研究始于上世纪70年代末期，但到目前为止中文版的介绍孤立子理论的书籍和专著甚少，仅有几本专著也跟踪历史发展介绍反散射方法、Bäcklund变换、Darboux变换、可积性、对称、Painleve性质、非线性方程的数值解法等孤立子理论的主要方面，缺乏凸显介绍孤立子理论最新研究成果的专著。

本书作者在攻读博士学位期间，深入学习吴文俊研究数学史和研究数学的重要思想。从“吴消元法”的发明过程中得到启示，在“古为今用”的研究数学史的重要原则指导下，利用数学专题史的研究方法，对试探函数法与辅助方程法有关的大量研究文献进行认真分析和仔细比较研究，总结了这两种方法的构造性和机械化性特点。

试探函数法与辅助方程法，在构造非线性发展方程精确解领域发挥了非常重要的作用，获得了非线性发展方程的有限多个新精确解。但是，未能获得无穷序列精确解。理论上说:“非线性发展方程存在无穷多个解”。因此，作者深刻领会这两种方法的构造性和机械化性特点的内涵，提出了新的试探函数法、三角函数型辅助方程法和双曲函数型辅助方程法，并获得了几种常用辅助方程之间的自Bäcklund变换、拟Bäcklund变换和解的非线性叠加公式，在符号计算系统Mathematica的帮助下，构造了非线性发展方程的多种类型的无穷序列新精确解。其中包括无穷序列光滑孤立子精确解、无穷序列尖峰孤立子精确解和无穷序列紧孤立子精确解。这在理论上取得了一定的突破，具有重要的研究价值。

作者在书写的过程中注重“总结”和“应用”两点，在第四章、第五章和第

六章中体现了作者在这两个方面获得的研究成果。其中包括《中国物理B》、《物理学报》、《理论物理通讯》和《工程数学学报》等核心期刊上公开发表的学术论文。这些论文完成了国家自然科学基金项目、内蒙古自治区自然科学基金项目和内蒙古自治区高等教育研究项目等科研项目。同时上述论文获得了内蒙古自治区科技进步一等奖一项(第二完成人)、内蒙古师范大学科技进步一、二、三等奖各一项。

《论非线性发展方程求解中辅助方程法的历史演进》一书不同于孤立子理论的其它专著，具有数学史研究与现代数学研究相结合的特色。本书以历史发展为脉搏，精确求解为中心，辅助方程法为重点，涉足非线性发展方程的各种类型的孤波解，系统介绍作者本人的最新研究成果，使读者感到内容新颖，读有收获。因为，本书作为一个数学史研究与数学研究相结合的成功案例，能够体现作者在孤立子理论领域所开展研究工作的特色和水平，为孤立子理论的学习和研究者打开了一扇新窗口。

斯仁道尔吉

2011年12月于呼和浩特市

前　言

1834年8月，英国科学家罗素发现了孤立波自然现象。1895年，荷兰阿姆斯特丹大学的数学家德弗里斯(G.de Vries)在导师柯特维格(D.J.Korteweg)的指导下，研究单方向运动的浅水波时，建立了描述罗素孤立波现象的数学模型KdV方程，从理论上肯定了孤立波解的存在性。1955年，美国物理学家费米(Enrico Fermi)，帕斯塔(John Pasta)和犹拉姆(Stan Ulam)提出的著名的FPU问题，对于发现孤立子提供了第一个实验依据。1965年，美国Princeton大学应用数学家扎布斯基(N.J.Zabusky)和实验室的克鲁斯卡尔(M.D.Kruskal) 发现了FPU问题中弦的位移满足KdV方程，而且他们通过计算机模拟重现了孤立波相互作用时表现出类此于粒子的性质，并由此提出“孤立子”的概念。孤立子概念的提出证明了孤立波解的稳定性。

最近50多年来，人们利用计算机技术，在非线性光学中发现光孤子并应用于通信领域取得了成功。生物学中发现了达维多夫(Davydov)孤立子，海洋学中发现了内孤立波。另外，在凝聚态物理、激光物理、超导物理、经济学、人口问题和医学等诸多科学领域中相继发现了光滑孤立子解、尖峰孤立子解和紧孤立子解等多种孤立子。

孤立子理论的研究内容大致分为以下两类。

(1)构造系统的求解方法：即构造和发展求解非线性方程的一种系统的方法。这里指的非线性方程包括非线性偏微分方程，非线性常微分方程，非线性积分微分方程和非线性差分微分方程。对于许多非线性发展方程，已经有了多种有效的求解方法，但是没有一种通用的方法。

(2)解释解的性质：研究解释可积方程的代数和几何的一系列美妙的性质。这里所说的可积方程是能够转化成线性方程的非线性方程。对于研究解的性质方面一般有如下三个情况。第一种情况：当难以获得显示精确解时，分析研究

非线性发展方程的适定性问题；第二种情况：利用计算数学的理论知识和计算机，对解进行模拟分析研究；第三种情况：利用试探法和构造变换法等数学技巧，获得非线性发展方程的精确解。虽然以上三种研究方法的角度不同，但是目的都是解释解的变化规律。

数学史研究数学概念、数学方法和数学思想的起源与发展，以及与社会政治、经济和一般文化的联系。1974年，吴文俊开始研究中国数学史。他在“古证复原”原则下，利用“反辉格”与“中西方数学对比”相结合的综合性方法来研究中国传统数学，揭开了中国数学的构造性和机械化性两个特点。在此基础上与计算机技术相结合发明了著名的“吴消元法”。吴文俊的工作成就是“古为今用”的典范。他提出的“新方法论”对于数学史和数学研究工作来说具有指导性和启发性作用。

本书的主要内容是作者在攻读博士学位期间获得的研究成果。作者学习吴文俊的数学思想的过程中从“吴消元法”的发明得到启示，利用“新方法论”对2009年以前的辅助方程法和试探函数法有关的大量文献进行认真比较和仔细分析研究，获得了这两种方法的构造性和机械化性。在第四章中总结了试探函数法的构造性和机械化性两大特点。在此基础上，提出了新的试探函数法，构造了非线性连续(离散)发展方程新的精确解。

在第五章中，对Riccati方程法等辅助方程法有关的大量文献进行研究，概括了辅助方程法的思想基础和来源问题。在分析辅助方程法的四个应用步骤中总结了该方法的构造性和机械化性两大特点。在此基础上，初步发挥辅助方程法的两大特点，提出了三角函数型辅助方程法与双曲函数型辅助方程法等新方法，构造了非线性发展方程的新精确解。

(1)把非线性发展方程转化为非线性常微分方程的变换具有构造性。

(2)辅助方程与非线性常微分方程的形式解的选择具有构造性。

(3)非线性方程组的求解问题具有机械化性。

(4)非线性发展方程解的验证具有机械化性。

理论上说:“非线性发展方程存在无穷多个解”。但是，辅助方程法有关的诸多博士(硕士)学位论文以及相关的文献只获得了有限多个精确解。本书为了获得非线性发展方程的无穷序列精确解，进一步分析领会辅助方程法的两大特点的深刻含义，在第六章中获得了Riccati方程、第一种椭圆辅助方程、第二种椭圆辅助方程等几种常用辅助方程的自Bäcklund变换、拟Bäcklund变换和解的非线性叠加公式，构造了连续(离散) 和变系数(常系数)非线性发展方程的多种类型的无穷序列新精确解。

(1)单函数型无穷序列精确解。就是Jacobi椭圆函数、双曲函数、三角函数和有理函数单独构成的无穷序列新精确解。这里包括无穷序列光滑孤立子解、无穷序列尖峰孤立子解和无穷序列紧孤立子解。本书不仅获得了K(m,n)方程、Degasperis-Procesi方程和CH方程的无穷序列尖峰孤立子解和无穷序列紧孤立子解，而且其他非线性发展方程中也获得了此类无穷序列精确解。

(2)复合函数型无穷序列精确解。就是Jacobi椭圆函数、双曲函数、三角函数和有理函数，通过几种形式复合而成的无穷序列精确解。这里包括光滑孤立子解、尖峰孤立子解和紧孤立子解，通过几种形式复合而成的无穷序列新精确解。

套格图桑

2011年12月于呼和浩特市

目 录

第一章　绪　论

§1.1　研究数学史的新方法论

1.1.1　新方法论

吴文俊说:“我自己的转变源于1974年数学所号召全所学习中国古代数学。我这时才真正学习中国古代数学，懂得了其丰富而深刻的内容，西方史书所说的有许多不实之处，这决定了我此后对数学的新的认识与新的研究道路[1]”。

他经过研究中国传统数学中的《九章算术》、《九章算术注》、《海岛算经》、《数书九章》和《四元玉鉴》等经典著作后总结了中国传统数学的构造性和机械化性两大特点。中国数学的两大特点的总结对于吴方法和吴消元法的发明具有重要意义。

吴文俊经过认真分析研究中国传统数学的大量文献后谱写了许多有价值的研究论文。1975年，他用“顾今用”的笔名，在《数学学报》上发表题目为“中国古代数学对世界文化的伟大贡献”的一篇文章。另外，他还写了《出入相补原理》(1978年)、《<海岛算经>古证探源》(1982年)、《从<九章算术>看中国传统数学的构造性与机械化性特色》(1987年)和《对中国传统数学的再认识》(1987年)等诸多著作。

吴文俊在研究中国数学史的研究过程中形成了具有独创性的研究数学史的“新方法论”。概括起来就是，在“古证复原”的原则下，利用“反辉格研究”与“中西方数学对比研究”相结合的方法(简称综合研究法)，最终为达到“古为今用”目的一种研究数学史的新方法。

1986年，吴文俊描述了“古证复原”三项原则，同年又把它提炼成两项原则[2]。第一次提出的“古证复原”原则的内容：一是证明应当符合当时的本地区数学发展的实际情况，而不能套用现代或其他地区的数学成果与方法。二是证明应有史实史料上的依据，不能凭空臆造。三是证明应自然地导致所求证的结果或公式，而不应为了达到预知结果以致出现不合情理的人为调琢痕迹。

提炼后的“古证复原”原则的内容[2],[3]：一是所有研究结论应该在幸存至今的原著基础上得出。二是所有结论应该利用古人当时的知识、辅助工具和惯用的推论方法得出。

吴文俊在“古证复原”原则下，利用“综合研究法”对中国古代大量的经典数学著作进行研究得出如下结论[3]。“从历史来看，数学有两条发展路线，一条是从古希腊欧几里得系统通过阿拉伯传到欧洲；另一条是发源于中国，影响到印度，然后影响到世界数学”。吴文俊对于世界数学发展主流性的澄清工作方面做出了卓越的贡献。他的研究工作驳斥了西方学术界对中国古代数学的偏见，而且证实复原了中国古代数学在世界数学发展历史长河中发挥的主流性的作用和作出的重要贡献。

1.1.2 简明原理

吴文俊用中西方数学对比方法来研究中国古代数学，得出如下结论：西方数学是从抽象概念出发建立公理化的逻辑演绎体系，即西方数学采用的是“定义→公理→ 定理→证明”的系统。而中国数学是从具体问题(实际问题)出发，经过分析提炼出原理、原则和方法，最终解决一大类问题的机械化的算法体系，即“总结经验→综合事实→抽象概念→提炼几条简明原理→ 逻辑推导出各种不同的几何结果”的系统。这里所说的“简明原理[3]”包括“出入相补原理”、“刘徽原理”和“祖暅原理”。

“出入相补原理”在解决我国古代几何学许多疑难问题做出了重要贡献。所谓的“出入相补原理”是一个平面或立体图形被分割成几部分后，面积或体积的总和保持不变[3]的原理。

贡献1.证明复原了中国古代几何公式。看起来颇为复杂的公式，通过利用“出入相补原理”后证明过程简单而且很自然。

贡献2.几何问题代数化工作中做出了杰出贡献，即把几何问题转化为代数方程求解问题。几何问题与代数问题统一处理的思想是我国古代数学的一个传统重要特色，这种思想从“九章算术”以来就向来如此，这种思想是建立解析几何学的坚实基础。

在数学史的研究工作中必须回答以下两个问题，即“为什么研究数学史？研究数学史有何应用？”可以用“古为今用”来回答这两个问题。从文献[3]中可以

查到吴文俊对“古为今用”的如下论述。“假如你对数学的历史发展，对于一个领域的发生和发展，对于理论的兴旺和衰退，对一个概念的来龙去脉，对一种重要思想的产生和影响等这许多历史因素都弄清了，我想，对数学就会了解得多，对数学的现状就会知道得更清楚、深刻，还可以对数学的未来起一种指导作用，也就是说，可以知道数学究竟应该按怎样的方向发展可以收到最大的效益。”概括起来就是将中国古代传统数学的思想和方法通过现代人的继承、发扬和创新，在新时代发挥新的作用，实现新的价值。

§1.2　吴方法和吴消元法的发明

1.2.1　简单回顾计算机的发明历史

17世纪法国著名数学物理学家帕斯卡(1623年-1662年)利用齿轮传动造出了第一台“加法计算器”，这是计算机历史上的一个里程碑。莱布尼兹(1646年-1716年)受到帕斯卡设计的加法计算机的原理， 发明了最原始的乘法计算机。1674年，他在巴黎科学院当众演示了他发明的计算机。

1944年，Howard H.Aiken(1900-1973)研制出全电子计算器，为美国海军绘制弹道图。

1946年2月14日，标志现代计算机的ENIAC(Electronic Numerical Integrator and Computer)诞生。ENIAC由美国政府和宾夕法尼亚大学合作开发，是第一台真空电子管普通用途计算机。

1956年，晶体管在计算机中使用，晶体管和磁芯存储器导致了第二代计算机的诞生。

1958年，美国德州仪器的工程师Jack Kilby发明了集成电路(IC)，将三种电子元件结合到一片小小的硅片上。

1971年， 出现在一个芯片上容纳几百个元件的大规模集成电路计算机。1981年，IBM推出个人计算机用于家庭、办公室和学校。这是人类社会进入信息时代的一个重要标志。随着计算机的突飞猛进的发展，社会生产力取得了先所未有的的解放。数学作为自然科学的基础学科结合与计算机技术获得了

更大的发展。数学机械化的实现就是一个很好的先例。

1.2.2　西方数学机械化研究概况

帕斯卡设计加法计算机的主要目的是代数问题机械化；笛卡儿的一个重要思想是创造一种通用语言，实现一切科学问题的推理转化为机械化，他所发明的解析几何学就是几何问题的机械化。这种发明把几何定理的证明从质的困难转化为量的困难，提供了人工的可行的有效方法；莱布尼茨想发明一种通用语言，借助它的符号和专门语法来指导推理。他认为逻辑语言应该用一些表意的符号，每一个符号代表一个简单的概念，多种符号的组合表达复杂的思想。他也考虑建立一种推理的代数学，目的是创建一种演算，通过这种演算，可以把推理问题转化为计算问题，这也是一种机械化的过程(这种工作没完成)。但是，这些思想被后人所继承发扬光大，创立了布尔代数(逻辑代数)。

布尔之后，经过杰文斯、皮尔斯和施罗德等逻辑学家和数学家的共同努力下，数理逻辑学得到了不断的发展[4]。布尔代数在代数学、逻辑演算、集合论、拓扑空间理论、测度论、概率论和泛函分析等数学分支中均有应用。1967年后，在数理逻辑的四大支柱之一的公理化集合论以及模型论的理论研究中，也起着一定的作用。近几十年来，布尔代数在自动化技术、电子计算机的编程序等工程技术领域中得到重要的应用。

19世纪到20世纪数理逻辑学进一步发展。英国哲学家和数学家伯特兰•罗素和他的老师怀特海合著的《数学原理》是数理逻辑发展史上的一个重要里程碑。这一部著作对莱布尼茨以来数理逻辑领域获得的重大的研究成就，这一部著作对数理逻辑进行全面地、系统地总结，对于20世纪数理逻辑的发展奠定了基础。

1898年，希尔伯特发表了他的著作《几何基础》的第一版，经过多次改版后现在流行的是第七版。在希尔伯特之前，有不少数学家关于数学公理化做过许多有益尝试。《几何基础》一书是数学公理化发展历史上的一个经典著作。该书的出版，把数学家们带进能够将所有的数学都进行公理化，能用有限的公理推导出无限数学的梦想之中。

1931年，哥德尔发表了题目为“论(数学原理)及有关系统中的形式不可判定命题”的论文，这里他证明了哥德尔的第一不完全判定定理，在此基础上他进一步证明了他的第二不完全判定定理，这两个定理合称“哥德尔不完全性定理[4]”。哥德尔的“不完全性定理”提出后彻底击碎了所有数学家的梦想。

厄布朗(Herbrand J)在代数数论和数理逻辑进行研究并获得重要的研究成就。1929年，他在博士论文《证明论研究》中提出一个基本定理。这个定理的主要目的是想把谓词演算归结为命题演算。由于前一理论是不可判定的，而后一理论是可判定的，因此这种归结不可能是完全的。

在文献[5]中厄布朗对于“数理逻辑”方面获得的成就如下介绍和评价:“在实际应用方面，厄布朗创立了一种可以用来证明任何定理的算法，可是这一算法是不完全的。因为照此算法进行下去，不能保证可以在有限步骤之内结束证明。这种算法提供了一种进行推理的途径，任何定理都可以根据这种推理方式一步一步进行下去。假定在有限的步骤之内结束了，定理就被证明了。如果不能在有限步骤内结束，就不能得出结论。因此这种算法是不完全的。但是它提供了一种新方法，可以使推理过程实现一定程度的自动化。”

1948年，塔斯基(A.Tarski)发表了关于初等代数和初等几何定理的判定方法的一篇文章。他证明了“初等几何和代数范围的命题都可以通过机械方法判定”的一个重要定理。实际上，塔斯基的判定定理是一种“消去量词”的方法。

塔斯基创立了初等代数问题的判定方法。具体方法如下：第一步骤给出变换，即对于任意给定的公式，总能用机械的方法找到一个与其等值的公式，它满足实现判定所需要的形式。第二步骤进行判定，即对于任意给定的不含量词的语句，总能用机械的方法判定它是否为真。

1953年起，王浩开始了计算机理论与机器证明的可行性研究。1957年，他在题目为“对图灵计算机理论的改写”的一篇文章中表述计算机理论与机器证明问题的初步想法。1958年的夏天，王浩在波启浦夕的IBM研究实验室里利用IBM704型计算机编写了三个程序[6]。1959年，对三个程序进行进一步修改。他编写的第一个程序为命题计算提供了证明或判定过程，利用该程序可以证明命题是否为一个定理或反证。第二个程序用以指示机器利用基本符号形成命题，再从中选取出重要的命题。第三个程序作为一个大程序的组成部分，用来处理谓词演算。

1.2.3 吴方法的发明

1974年，吴文俊在“古为今用”原则下，对中国古代大量的数学原始资料进行研究后得出如下结论:“中国古代数学的主攻目标不是定理和公理，而是为了解决各种各样的实际问题而提出的算法研究。算法主要体现在各种方程的求解方法。”比如：汉初的《九章算术》里列出了246个问题和202方法，《九章算术注》

中记载了几种机械化的消元方法及其应用过程。到了宋朝，中国古代数学的算法发展到高次方程求数值解的机械化程度。这种机械化算法主要以“问题集”的形式出现，而且追求解决一大类问题的普遍适用的一般方法。吴文俊细心分析研究中国的传统数学，得出中国数学的构造性和机械化性两大特点。他把中国数学的这两大特点发扬光大，并与当代计算机科学结合在一起，发明了吴方法和吴消元法。

1976年冬，吴文俊开始研究几何定理机械化证明问题。1977年春，取得了初步成果，证明初等几何中主要一类定理的证明可以机械化。1978年，进一步完善所得到的成果，在《中国科学》杂志上发表题目为“初等几何判定问题与机械化原理”的一篇文章[7]。吴文俊给出的机械化的证明方法是切实可行的，即使用手算，依据机械化的方法逐步进行，虽然繁复，也可以证明一类艰深的几何学定理[8]。

吴方法不仅应用于初等几何定理的自动证明，而且也应用于初等微分几何定理的自动证明。1978年初吴文俊把吴方法扩展应用到初等微分几何中主要的一类定理自动证明领域，证实了这种机械化方法的切实可行性。这是古今中外绝无仅有的成就。由于吴文俊的工作在自动推理领域具有先驱性，1997年，获得“Herbrand自动推理杰出成就奖”。

1.2.4 吴消元法的发明

吴文俊研究中国古典数学，总结了《九章算术》的开方和立方的机械化、《九章算术注》的消元法及其算法过程的机械化、宋代的高次方程的求数值解的机械化和朱世杰给出的四元术的消元思想，发明了吴方法和吴消元法。

吴文俊发明的“吴方法”的主要思想是几何问题代数化。首先用坐标为未知数的多元多项式来表示定理的假设和结论。然后判断假设所描述的多元多项式代数方程组的解是否满足结论所描述的多元多项式代数方程组的解。为了完成第二步骤的工作，吴文俊深刻研究多元多项式代数方程组的零点结构问题。

1986年，吴文俊发表题目为“关于代数方程组的零点”的一篇文章[9]，其中给出了多项式方程组所确定的零点结构定理，这一定理是实现数学机械化的灵

魂和核心。这标志着求解多元多项式方程组的吴消元法正式建立。实现几何定理的机械化与代数方程组的机械化是零点结构定理的具体应用。

1989年，吴文俊把“吴消元法”推广应用到偏微分代数方程组的求解领域，提出了吴微分特征列的概念，创立了“吴微分消元法[10]”。“吴微分消元法”的发明，对于孤立子理论、控制论和全局最优化等多个学科的进一步发展带来曙光。孤立子是21世纪在非线性科学领域中三个重大发现之一。构造非线性发展方程的精确解在孤立子理论的研究领域占据非常重要的地位。辅助方程法是“吴消元法”的基础上提出的一种求解方法，已经构造了非线性发展方程的多种新精确解。

18世纪以来人类社会已经经历了几次工业革命，经过几次革命后人类几乎从体力劳动解放出来了。当今社会已经进入计算机为重要载体的信息时代，人类社会要发展面临新型工业革命的挑战，这种革命可以理解为脑力劳动的机械化。吴文俊把中国古典数学的“方程求解的消元法”与西方的计算机技术结合在一起发明了“吴方法”和“吴消元法”。他提出的数学机械化纲领具有脑力劳动机械化的特色，是实现多种科学机械化的基础。这是继承和发扬广大中国传统数学的思想体系的结果，对于当今科学技术的发展以及社会生产力的进一步解放具有重要意义。

§1.3　吴消元法与非线性发展方程的求解方法

1.3.1　孤立子理论的研究内容

1834年8月，英国造船工程师、科学家J.司各特·罗素在联合运河(Union Canal)上第一次观察到孤立波自然现象。从此以后围绕孤立波的存在性、稳定性以及其他领域里是否存在孤立波等多种问题进行长期激烈的争论。孤立子理论的研究内容大致分为以下两种情况。

(1)构造系统的求解方法：即构造和发展求解非线性方程的一种系统的方法。