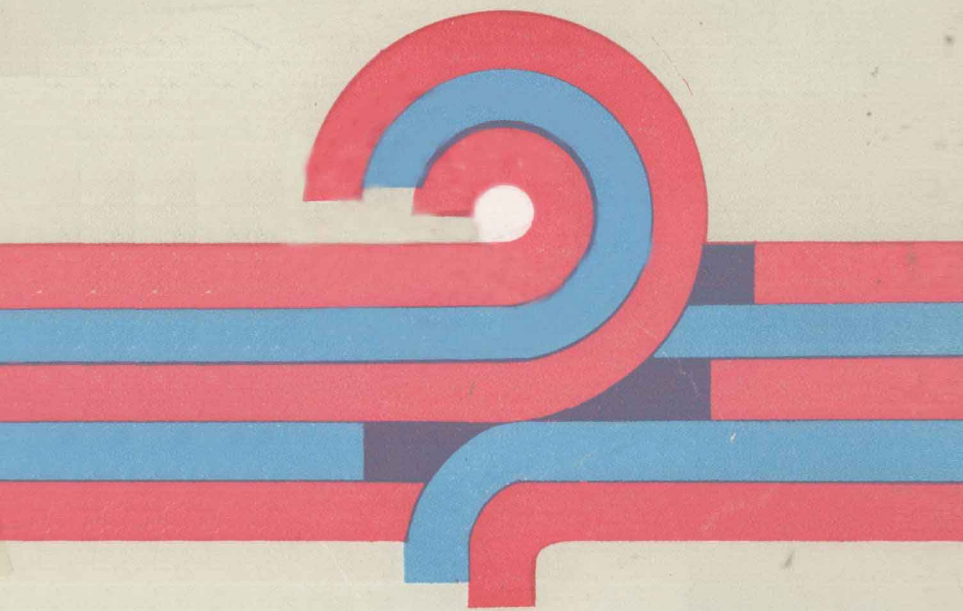


1985—1988年高考试题分类分析与复习指导

数 学

徐望根 梁子木 陈 宁 编



中国环境科学出版社

1985—1989 年高考
试题分类分析和复习指导
数 学

徐望根 梁子木 陈 宁 编

中国环境科学出版社

1989

前 言

在教与学的过程中,加强“双基”,提高能力,是提高教学质量和学习效果的核心。

历届高(中)考试题,重在考查基础知识,基本技能和灵活运用知识的能力,因而对教与学都有着重要的促进作用。它对教师可以促进教学改革,使教学走向科学化、标准化。它对学生可以促其改进学习方法,优化学习效果。

本丛书是继《标准化训练与教学》、《能力培养与标准化命题》之后,又一套具有特色的学习参考读物。该丛书具有如下特点:

一、分类编写,阅读方便。丛书选用了1985——1989年各科高考试题,精选了1985—1989年全国部分地区的中考试题,分别按各科的知识顺序重新归类编排,资料一目了然,便于查找,使用方便。

每部分知识均有〔历届题选〕、〔试题分析〕、〔学法指导〕、〔补充练习〕等内容,并附有相应参考答案。

二、深入分析,帮助理解。丛书对每部分知识都从整体出发进行分析,分析知识间的内在联系,分析这部分知识在整体知识中的地位和作用,帮助读者加深对基础知识和基本概念的理解,为灵活运用这些知识去解决问题,打下基础。

三、指导学法,优化学习。科学的学习方法,是提高教学效果的重要手段。丛书作者积多年指导学生学习的经验,依据学科特点,结合学习心理规律,有的放矢地指导学生的学习方法,指出

应该掌握哪些知识,怎样掌握,才能打好基础,获得能力,提高水平,阅读此书,使优化学习有路可寻。

四、补充练习,巩固知识。丛书在具体指导学法之后,在每一部分知识后面都附有补充练习,以巩固所学知识。题目突出重点,以少胜多,由浅入深,力求举一反三。

显然,丛书绝非把学生引入题海或脱离课本,走上邪路,而是倡导学生认真读书,学好课本要求的“双基”,对所学的知识能融汇贯通,开阔思路,深入思考,以求发展思维,提高能力。

丛书顾问崔孟明同志(特级教师、北京景山学校校长),在学术上给了具体指导,在此表示感谢。

丛书编写组

1989年7月

目 录

代数

一、函数与方程

〔历届题选〕	(1)
〔试题分析〕	(7)
〔学法指导〕	(22)
〔补充练习〕	(33)

二、三角函数

〔历届题选〕	(36)
〔试题分析〕	(40)
〔学法指导〕	(50)
〔补充练习〕	(59)

三、反三角函数与简单三角方程

〔历届题选〕	(63)
〔试题分析〕	(65)
〔学法指导〕	(70)
〔补充练习〕	(81)

四、数列和极限及数学归纳法

〔历届题选〕	(84)
〔试题分析〕	(89)
〔学法指导〕	(105)
〔补充练习〕	(113)

五、不等式

〔历届题选〕	(118)
--------	-------

〔试题分析〕.....	(120)
〔学法指导〕.....	(128)
〔补充练习〕.....	(139)

六、复数

〔历届题选〕.....	(145)
〔试题分析〕.....	(148)
〔学法指导〕.....	(157)
〔补充练习〕.....	(163)

七、排列组合与二项式定理

〔历届题选〕.....	(166)
〔试题分析〕.....	(168)
〔学法指导〕.....	(170)
〔补充练习〕.....	(175)

立体几何

一、直线和平面

〔历届题选〕.....	(177)
〔试题分析〕.....	(179)
〔学法指导〕.....	(182)
〔补充练习〕.....	(190)

二、多面体和旋转体

〔历届题选〕.....	(192)
〔试题分析〕.....	(196)
〔学法指导〕.....	(199)
〔补充练习〕.....	(207)

解析几何

一、直线

〔历届题选〕.....	(210)
〔试题分析〕.....	(211)
〔学法指导〕.....	(215)
〔补充练习〕.....	(223)

二、圆锥曲线

〔历届题选〕.....	(225)
〔试题分析〕.....	(231)
〔学法指导〕.....	(239)
〔补充练习〕.....	(247)

三、参数方程和极坐标

〔历届题选〕.....	(250)
〔试题分析〕.....	(251)
〔学法指导〕.....	(252)
〔补充练习〕.....	(260)

代 数

一、函数与方程

〔历届题选〕

(一)选择题

1. (1985 年)[文]

设集合 $X = \{0, 1, 2, 4, 5, 7\}$, $Y = \{1, 3, 6, 8, 9\}$, $Z = \{3, 7, 8\}$, 那么集合 $(X \cap Y) \cup Z$ 是

- (A) $\{0, 1, 2, 6, 8\}$; (B) $\{3, 7, 8, \}$;
(C) $\{1, 3, 7, 8\}$; (D) $\{1, 3, 6, 7, 8\}$ 。

()

2. (1986 年)[文]

已知全集 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 那么集合 $\{2, 7, 8\}$ 是

- (A) $A \cup B$; (B) $A \cap B$;
(C) $\bar{A} \cup \bar{B}$; (D) $\bar{A} \cap \bar{B}$.

()

3. (1986 年)[文]

函数 $y = 5^x + 1$ 的反函数是

(A) $y = \log_5(x+1)$; (B) $y = \log_x 5 + 1$;

(C) $y = \log_5(x+1)$; (D) $y = \log_{(x-1)} 5$.

()

4. (1986 年)[理]

函数 $y = (0.2)^{-x} + 1$ 的反函数是

(A) $y = \log_5 x + 1$; (B) $y = \log_x 5 + 1$;

(C) $y = \log_5(x-1)$; (D) $y = \log_5 x - 1$.

()

5. (1986 年)[文,理]

在下列各图中, $y = ax^2 + bx$ 与 $y = ax + b$ ($ab \neq 0$) 的图象只可能是:

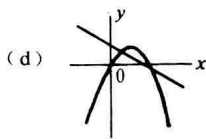
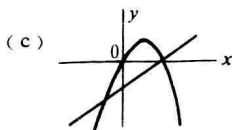
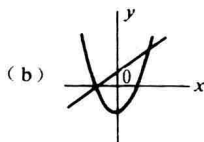
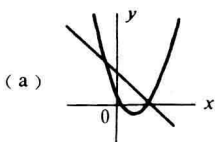


图 1

()

6. (1987 年)[文,理]

设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 记 $X = S \cap T$, 那么

$S \cup X$ 是

(A) S ; (B) T ; (C) Φ ; (D) X .

()

7. (1987 年)[文,理]

在区间 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的是

(A) $= \log_{\frac{1}{2}}(-x)$; (B) $y = \frac{x}{1-x}$;

(C) $= -(x+1)^2$; (D) $y = 1+x^2$.

()

8. (1987 年)[文]

二次函数 $y=f(x)$ 的图象如图 2 所示,那么此函数为

(A) $y = x^2 - 4$;

(B) $y = 4 - x^2$;

(C) $y = \frac{3}{4}(4 - x^2)$;

(D) $y = \frac{3}{4}(2 - x)^2$.

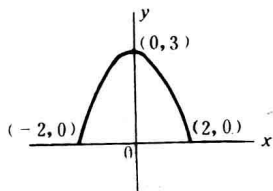


图 2

()

9. (1987 年)[文]

设 $\log_3 4 \cdot \log_4 8 \cdot \log_8 m = \log_4 16$, 那么 m 等于

(A) $\frac{9}{2}$; (B) 9; (C) 18; (D) 27.

10. (1988 年)[文,理]

集合 $\{1, 2, 3\}$ 的子集总共有

(A) 7 个; (B) 8 个; (C) 6 个; (D) 5 个。

()

11. (1988 年)[文]

函数 $y = \frac{x-2}{2x-1}$ ($x \in R$, 且 $x \neq \frac{1}{2}$) 的反函数是

(A) $y = \frac{x-2}{2x-1}$ ($x \in R$, 且 $x \neq \frac{1}{2}$);

(B) $y = \frac{x+2}{2x-1}$ ($x \in R$, 且 $x \neq \frac{1}{2}$);

(C) $y = \frac{2x-1}{x-2}$ ($x \in R$, 且 $x \neq 2$);

(D) $y = \frac{2x-1}{x+2}$ ($x \in R$, 且 $x \neq -2$).

()

12. (1988 年)[文]

函数 $y = a^x$ ($0 < a < 1$) 的图象是

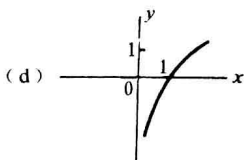
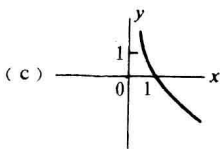
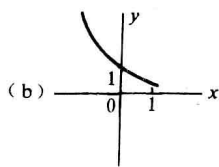
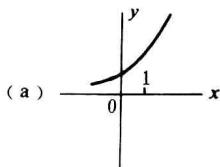


图 3

()

13. (1989 年)[文,理]

如果 $I = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c, d\}$, $N = \{b, d, e\}$, 其中 I 是全集, 那么 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 等于

4. (1986 年)[文,理]

求方程 $\sqrt{25^{(x^2+x-0.5)}} = \sqrt[4]{5}$ 的解。

5. (1987 年)[文]

求函数 $y = \log_2(1+2x-3x^2)$ 的定义域。

6. (1988 年)[文,理]

解方程 $9^{-x} - 2 \cdot 3^{1-x} = 27$ 。

7. (1989 年)[文,理]

函数 $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ 的反函数的定义域是_____。

8. (1989 年)[文,理]

已知 A 和 B 是两个命题,如果 A 是 B 的充分条件,那么 B 是 A 的_____条件; $\bar{A}$ 是 $\bar{B}$ 的_____条件。

(三)求解题

1. (1985 年)[文]

解方程 $\lg(3-x) - \lg(3+x) = \lg(1-x) - \lg(2x+1)$ 。

2. (1985 年)[理]

解方程 $\log(3-x) + \log_{0.25}(3+x) = \log_4(1-x) + \log_{0.25}(2x+1)$ 。

3. (1989 年)[文,理]

已知 $a > 0, a \neq 1$, 试求使方程

$$\log_a(x - ak) = \log_a(x^2 - a^2)$$

有解的 k 的取值范围。

4. (1989 年)[理]

设 $f(x)$ 是定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上以 2 为周期的函数, 对 $k \in \mathbb{Z}$, 用 I_k 表示区间 $(2k-1, 2k+1)$, 已知当 $x \in I_0$ 时 $f(x) = x^2$ 。

(1)求 $f(x)$ 在 I_k 上的解析表达式;

(2)对自然数 k , 求集合

$M_k = \{a \mid \text{使方程 } f(x) = ax \text{ 在 } I_k \text{ 上有两个不相等的实根}\}$ 。

(四)证明题

1. (1988 年)[理]

给定实数 $a, a \neq 0$, 且 $a \neq 0$, 设函数 $y = \frac{x-1}{ax-1} (x \in R, \text{且 } x \neq \frac{1}{a})$ 。证明:

(1)经过这个函数图象上任意两个不同的点的直线不平行于 x 轴。

(2)这个函数的图象关于直线 $y=x$ 成轴对称图形。

答案:

(一) 1. C; 2. D; 3. C; 4. C; 5. D; 6. A; 7. B; 8. C; 9. B; 10. B;
11. A; 12. B; 13. A; 14. D; 15. C。

(二) 1. $\{x \mid -2 \leq x < 1\} \cup \{x \mid 1 < x \leq 2\}$; 2. $[-1, 1]$; 3.

最大值是 2, 最小值是 -2; 4. $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$; 5.

$-\frac{1}{3} < x < 1$; 6. $x = -2$; 7. $(-1, -1)$; 8. 必要,
必要。

(三) 1. $x=0$; 2. $x=0$; 3. $(-\infty, 1) \cup (0, 1)$ 。

4. (1) $f(x) = (x-2k)^2$; (2) $M_k = \{a \mid 0 < a \leq \frac{1}{2k+1}\}$ 。

〔试题分析〕

这里, 我们对试题进行选解和分析。

1. 选择题第 6 题

解一：用推理进行选择

$$\because S \cap T \subset S,$$

$$\therefore S \cup X = S \cup (S \cap T) = S, \text{ 故选 (D).}$$

解二：用特殊值法

设 $S = \{1, 2\}, T = \{2, 3\}$, S, T 符合条件。此时 $X = S \cap T = \{2\}$, 而 $S \cup X = S$, 故选 (D)。

解三：用图示

如图 4, 用圆面表示 S, T , 则相交部分表示 X , 易见 $S \cup X = S$, 故选 (D)。

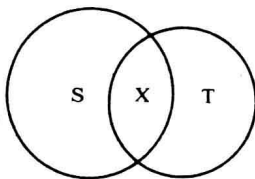


图 4

分析：本题主要考查集合间的交、并及相等关系，弄清非空集合的概念及有关集合的运算符号等，这里介绍的三种解法，都是解选择题的常用方法。

另外，条件 $S \subsetneq T, T \subsetneq S$, 意味着 S, T 不满足下面三种情况：

$$S \subset T, S \supset T, S = T.$$

但话得说回来，如果没有这个条件，原题的结论未变：

设 S, T 是两个非空集合，令 $X = S \cap T$, 那么 $S \cup X$ 等于

$$(A) X; (B) T; (C) \emptyset; (D) S.$$

答 (D)。

2. 选择题第 7 题

解一：直接用增减性的定义

$\because x \in (-\infty, 0)$, $\therefore$ 当 x 增加时, $-x$ 减少, $\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 增加, $-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 减少. 故在 $(-\infty, 0)$ 上, 函数 $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 是减函数.

函数 $y = \frac{x}{1-x} = -\frac{x}{x-1} = -1 - \frac{1}{x-1}$. $\because x \in (-\infty, 0)$, $\therefore$ 当 x 增加时, $\frac{1}{x-1}$ 减少, $-1 - \frac{1}{x-1}$ 增加, 故函数 $y = \frac{x}{1-x}$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数.

当 $x = -1$ 时, $y = -(x+1)^2 = 0$, 故可看出函数 $y = -(x+1)^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上既不是增函数, 也不是减函数.

而 $y = 1+x^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数, 故选(B).

解二：用图象法(图 5)

(1) 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, 函数 $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 与 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$ 的图象关于 x 轴对称.

(2) 画函数 $y = \frac{x}{1-x} = -1 - \frac{1}{x-1}$ 的图象, 可先画 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象, 后往右平移一个单位, 再往下平移一个单位, 仅取 y 轴的左边部分.

(3) 函数 $y = -(x+1)^2$ 的图象是以 $(-1, 0)$ 为顶点且开口向下的抛物线的 y 轴左边部分.

(4) 函数 $y = 1+x^2$ 的图象是以 $(0, 1)$ 为顶点且开口向上的抛物线的 y 轴左边部分.

由图象知, 应选(B).

解三：用特殊值法

(C)、(D)是二次函数, 容易排除; 对(A)、(B)可用特殊值法判断. 对于(A), 取 $x = -1$, 有 $y = 0$; 取 $x = -\frac{1}{2}$, 有 $y = -1$. 对于

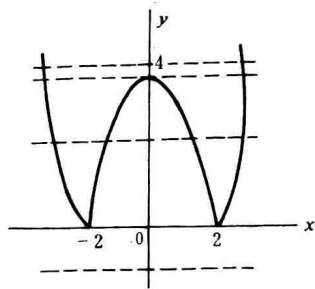


图 5

(B), 取 $x = -1$, 有 $y = -\frac{1}{2}$; 取 $x = -\frac{1}{2}$, 有 $y = -\frac{1}{3}$ 。故排除 (A), 应选 (B)。

分析: 本题主要考查函数增减性的判断选择能力。考查的知识面较广, 其中 (A) 是对数函数类型, (B) 为分式函数, (C)、(D) 为二次函数。一般说来, (C)、(D) 容易排除, 关键是对 (A)、(B) 的取舍。除了题选中介绍的两种方法外, 还可以用增减性定义的另一做法:

对于 (A), 设 $x_1 < x_2 < 0$, 有 $-x_1 > -x_2 > 0$, $\frac{-x_1}{-x_2} > 1$,

且

$$\begin{aligned} y_1 - y_2 &= -\log_{\frac{1}{2}}(-x_1) + \log_{\frac{1}{2}}(-x_2) \\ &= \log_{\frac{1}{2}} \frac{-x_2}{-x_1} = \log_2 \frac{-x_1}{-x_2} \\ &> \log_2 1 = 0, \end{aligned}$$

$\therefore y_1 > y_2$, 故 (A) 是减函数。