·经典教材辅导用书·

信号与线性系统
辅导与题解

高教版《信号与线性系统》（第5版）（管致中等主编）

宋琪　陆三兰　编

知识归纳　释疑解惑

习题解析　考研辅导

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

经典教材辅导用书

信号与线性系统
辅导与题解

高教版《信号与线性系统》(第 5 版)(管致中等主编)

宋 琪 陆三兰 编

华中科技大学出版社
中国·武汉

内容提要

本书是与高等教育出版社出版、管致中等原著、孟桥等修订的《信号与线性系统》(第 5 版)配套的学习辅导用书。

本书的编排体系与原教材一致,共分十一章。为了帮助学生学习,每章分别包含知识点归纳、释疑解惑和习题详解三个部分。知识点归纳部分对该章的内容和知识点进行总结,释疑解惑部分对该章的疑难问题展开进行分析,或对某个容易忽视或混淆的概念进行深入的阐述,习题详解部分给出了原教材中所有习题的详细解答过程。

本书最后给出了两套试题,并附有解答,可供学生自测用。

本书可作为高等学校本科学生的辅导教材,也可作为报考电子信息、通信类专业及其他相关专业硕士研究生的考生的复习参考书。

前　言

信号与线性系统是电子、通信类专业的一门重要的专业基础课，也是许多相关专业的重要基础课，该课程主要研究信号和线性系统分析的基本理论、概念和方法，是不少高校电子、通信类专业的考研必考科目。

由管致中等主编的《信号与线性系统》是国内非常有影响的经典教材之一，现在由孟桥教授等进行修订已出版到了第5版。该版教材是高等教育“十一五”国家级规划教材，也是教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会的推荐教材。与第4版相比，第5版不仅将原来的上、下两册合为一册，在内容上也进行了删减，使得教材与当前许多高校的电子通信类专业的课程体系相适应。

我们编写与该教材配套的辅导书，目的是为了帮助学生正确理解课程中的基本理论和基本概念，认识这些理论和概念在实际中的应用，并促使学生灵活、深入地掌握基本分析方法。为此，本书的每一章都安排了知识点归纳、释疑解惑及习题详解三大块。通过对每一章主要内容的概括总结以及疑难问题的分析讲解，让学生了解每章学习的重点，前后知识点之间的关联性及横向知识点之间的相似性；通过习题解答，使学生加深对知识点和一些技巧的掌握。

本书第一、二、五、六和十一章主要由陆三兰老师编写，第三、四、七至十章主要由宋琪老师编写，黄光明老师、马泳老师及周国栋同学在文字校对、图表制作及部分习题解答方面做了不少工作，全书由宋琪老师统稿。由于原教材的少数习题在出版打印时有

误，我们在编写本书时已将其修正，请同学们在参考时注意。

感谢华中科技大学出版社周芬娜老师及其他工作人员的大力支持和辛勤工作。限于编者水平，书中难免有疏漏和错误之处，恳请读者批评指正。

编　者

2012年8月28日

目　　录

第 1 章　绪　论

1.1　知识点归纳

1. 信号的定义、分类与特性

(1) 信号的定义

信号是带有信息(如语言、音乐、图像、数据等)的随时间(和空间)变化的物理量或物理现象,其图像称为信号的波形。

广义地说:信号是随着时间变化的某种物理量。

在电子系统中,信号通常是随时间变化的电压或电流(有时可能是电荷或磁通)。

信号表示为一个时间的函数,即 $f(t)$,故信号与函数常通用。

(2) 信号的分类

信号的形式多种多样,可以从不同的角度进行分类:

① 按函数值的确定性,信号可分为确定信号与随机信号;

② 确定信号按函数值的重复性可分为周期信号和非周期信号;

③ 确定信号按时间是否连续可分为连续时间信号和离散时间信号;

④ 根据能量特性,信号还可分为能量信号和功率信号。

(3) 信号的基本特性

信号的基本特性是指时间特性和频率特性。

时间特性:信号随时间变化快慢的特性,体现为信号的周期 T 与信号中单个脉冲的持续时间 τ 及上升时间和下降时间的不同。

频率特性:信号的频率特性可由频谱来描述。

2. 信号的运算

(1) 信号的相加与相乘

两个信号的相加(乘)即为两个信号的时间函数相加(乘),反映在波形上则是将两信号相同时刻对应的函数值相加(乘)。

① 相加:$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$

② 相乘:$f(t) = f_1(t) \cdot f_2(t)$

(2) 信号的时移

$$f(t) \to f(t-t_0)$$

① $t_0>0$ 表示信号 $f(t-t_0)$ 滞后于 $f(t)$，其波形由 $f(t)$ 的波形沿时间轴右移 t_0 得到。

② $t_0<0$ 表示信号 $f(t-t_0)$ 超前于 $f(t)$，其波形由 $f(t)$ 的波形沿时间轴左移 t_0 得到。

(3) 信号的尺度变换与反褶

$$f(t) \to f(at)$$

① 若 $a>1$，则表示信号 $f(at)$ 是由 $f(t)$ 沿时间轴压缩而得到的。

② 若 $0<a<1$，则表示信号 $f(at)$ 是由 $f(t)$ 沿时间轴展宽而得到的。

③ 若 $a=-1$，则 $f(at)=f(-t)$，其波形是由 $f(t)$ 的波形沿纵轴反褶而得到的。

④ 若 $a<0$ 且 $a\neq-1$，则信号 $f(at)$ 是由 $f(t)$ 同时进行尺度变换和反褶得到的。

3. 系统的概念与分类

(1) 系统的定义

系统是由若干相互关联的单元组合而成的具有某种功能以用来达到某些特定目的的有机整体。

系统的功能是对输入信号进行“加工”、“处理”，并发送输出信号。

(2) 系统模型

系统模型是系统物理特性的数学抽象，以数学表达式或具有理想特性的符号组合图形来表征系统特征。

具体而言，电路、数学方程和方框图都是系统模型的表达形式。

(3) 系统的分类

系统的分类错综复杂，但主要考虑其数学模型的差异，据之可以划分为：

① 连续时间系统和离散时间系统；

② 即时系统与动态系统；

③ 集总参数系统与分布参数系统；

④ 线性系统与非线性系统；

⑤ 时变系统与时不变系统；

⑥ 可逆系统与不可逆系统；

除此以外，还可按系统的性质划分为：

⑦ 因果系统与非因果系统；

⑧ 稳定系统与不稳定系统。

4. 系统的性质

系统的主要性质有以下四种，它们之间是相互独立的。

(1) 线性

是指系统同时具备齐次性和叠加性(可加性)。

① 齐次性

若 $e(t) \to r(t)$，则

$$ke(t) \to kr(t)$$

② 叠加性(可加性)

若 $e_1(t) \to r_1(t)$，$e_2(t) \to r_2(t)$，则

$$e_1(t) + e_2(t) \to r_1(t) + r_2(t)$$

③ 线性

若 $e_1(t) \to r_1(t)$，$e_2(t) \to r_2(t)$，则

$$k_1 e_1(t) + k_2 e_2(t) \to k_1 r_1(t) + k_2 r_2(t)$$

(2) 时不变性

表现为系统响应的波形形状不随激励施加的时间不同而改变。

若 $e(t) \to r(t)$，则

$$e(t - t_0) \to r(t - t_0)$$

线性时不变系统：

若 $e_1(t) \to r_1(t)$，$e_2(t) \to r_2(t)$，则

$$k_1 e_1(t - t_1) + k_2 e_2(t - t_2) \to k_1 r_1(t - t_1) + k_2 r_2(t - t_2)$$

(3) 因果性

是指系统的响应不应出现在激励之前，只对自变量是时间的系统有意义。

若 $e(t) = 0, t < t_0$，则

$$r(t) = 0, \quad t < t_0$$

(4) 稳定性

是指对有界的激励，系统的零状态响应也是有界的。

当 $|e(t)| < \infty$ 时 $|r(t)| < \infty$ (零状态响应)

5. 系统分析方法

系统分析的中心任务是：已知激励信号和系统，求其响应。具体来说，就是要建立系统的数学模型并求其解答。

(1) 建立系统模型的方法

① 输入-输出法：直接建立响应与激励之间的关系，适合于单输入-单输出

系统。

② 状态变量分析法：不仅给出系统的响应，还可提供系统内部各变量的情况，适合于多输入-多输出系统的分析。

(2) 系统数学模型的求解方法

① 时间域方法：包括经典法求解系统常系数微分方程或差分方程；求解状态变量矩阵方程；卷积积分和卷积和求解系统响应；计算机数值求解方法等。

② 变换域方法：利用傅立叶变换分析系统频率特性；利用拉普拉斯变换和 z 变换分析系统的零极点特性；根据卷积定理，把卷积运算变成乘法运算等。

1.2 释疑解惑

本章的难点一是信号周期性的判断；二是系统基本特性的判断。

判断信号的周期性的时候，一定要注意：

① 要对自变量的所有取值进行考察，即对连续时间信号 $f(t)$，在 $-\infty < t < \infty$ 区间上，如果均满足 $f(t)=f(t+T)$，则可断定 $f(t)$ 具有周期性；对离散信号 $f(k)$，在 $-\infty < k < \infty$ 区间上，如果均满足 $f(k)=f(K+N)$，且 k 为整数，N 为正整数，则可断定 $f(k)$ 具有周期性；如果函数值只在自变量的部分区间上具有重复性，这样的信号不能称其为周期信号。

② 连续的正弦信号 $f(t)=\sin(\omega_0 t)$ 一定是最小周期为 $T=\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 的周期信号，但离散的正弦信号 $f(k)=\sin(\omega_0 k)$ 只有在 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}=\dfrac{N}{M}$（其中 M 和 N 是没有公因子的两个整数）的时候才是最小周期为 $N\left(=M\dfrac{2\pi}{\omega_0}\right)$ 的周期信号，如果 $\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ 是无理数，则对应的正弦序列不具备周期性。

③ 包含多个不同频率的正弦信号的复合信号只有当它们的频率或周期之比为整数之比时，复合信号才具有周期性，其最小周期为各分量信号最小周期的最小公倍数。

判断系统是否具有线性、时不变性、因果性和稳定性等特性时，首先要正确理解各特性的含义，然后，根据输入输出关系验证各特性。

判断线性特性时，一定要同时验证齐次性和叠加性，只有两者同时满足的系统才是线性系统。

判断时不变特性时，可分三步：第一步，设系统输入为 $e_1(t)$，根据系统输入输出关系得出系统此时的输出 $r_1(t)$；第二步，设系统输入为 $e_2(t)=e_1(t-t_0)$，

根据系统输入输出关系得出系统此时的输出 $r_2(t)$；第三步，验证 $r_2(t)=r_1(t-t_0)$ 是否成立，若成立，则系统具有时不变性，否则系统是时变的。

判断因果特性时，一定要针对所有的时刻考察系统的输出是否只与当前时刻及在此之前的输入有关，若是，则系统就是因果的，只要有一个时刻的输出与未来时刻的输入有关，即可断定系统是非因果的。

判断稳定特性时，要考察系统是否对所有有界的输入都产生有界的输出。如果怀疑某一系统是不稳定的，那么可寻找一个特殊的反例来证明系统是不稳定的。如可试图用一个常数或阶跃信号作为系统的输入来验证系统此时的输出是否有界，如果输出是无界的，则系统就是不稳定的。

1.3 习题详解

1.1 说明波形如图 P1-1 所示的各信号是连续信号还是离散信号。

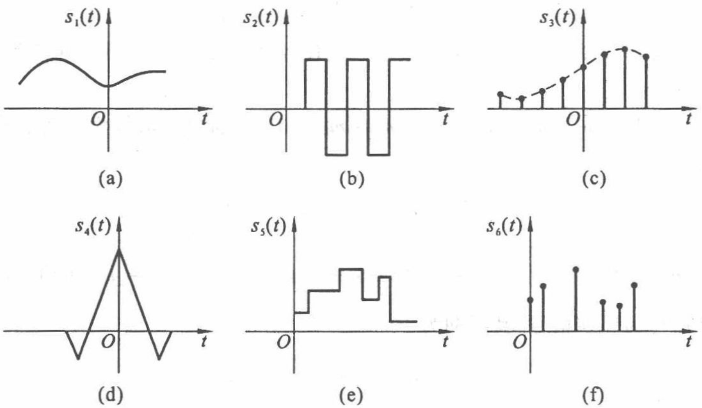

图 P1-1

解 所谓连续时间信号是指它的自变量即时间变量 t 是连续的，如果时间变量的取值是离散的，则为离散时间信号。由此可知，图 P1-1 中，(a)、(b)、(d)、(e) 所示波形是连续信号，而(c)、(f) 所示波形是离散信号。

1.2 说明下列信号是周期信号还是非周期信号。若是周期信号，求其周期 T。

(a) $a\sin t-b\sin(3t)$　　(b) $a\sin(4t)+b\cos(7t)$

(c) $a\sin(3t)+b\cos(\pi t)$，$\pi\approx3$ 和 $\pi\approx3.141\cdots$

(d) $a\cos(\pi t)+b\sin(2\pi t)$　　(e) $a\sin\left(\frac{5}{2}t\right)+b\cos\left(\frac{6}{5}t\right)+c\sin\left(\frac{1}{7}t\right)$

(f) $[a\sin(2t)]^2$　　(g) $[a\sin(2t)+b\sin(5t)]^2$

解　(a) 由于 $\omega_1:\omega_2=1:3$,即 $m_1:m_2=1:3$,所以该信号为周期信号,其周期为

$$T=m_1T_1=m_1\frac{2\pi}{\omega_1}=2\pi$$

(b) 由于 $\omega_1:\omega_2=4:7$,即 $m_1:m_2=4:7$,所以该信号为周期信号,其周期为

$$T=m_1T_1=4\times\frac{2\pi}{4}=2\pi$$

(c) 当 $\pi\approx 3$ 时,由于 $\omega_1:\omega_2=3:3$,即 $m_1:m_2=1:1$,所以该信号为周期信号,其周期为

$$T=m_1T_1=1\times\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$$

当 $\pi\approx 3.141\cdots$ 时,其分量频率为无理数,所以该信号为概周期信号即非周期信号。

(d) 由于 $\omega_1:\omega_2=\pi:2\pi$,即 $m_1:m_2=1:2$,所以该信号为周期信号,其周期为

$$T=m_1T_1=1\times\frac{2\pi}{\pi}=2$$

(e) 由于 $\omega_1:\omega_2:\omega_3=\frac{5}{2}:\frac{6}{5}:\frac{1}{7}$,即 $m_1:m_2:m_3=175:84:10$,所以该信号为周期信号,其周期为

$$T=m_3T_3=10\times\frac{2\pi}{1/7}=140\pi$$

(f) 因为 $[a\sin(2t)]^2=\frac{a^2}{2}[1-\cos(4t)]$,所以该信号为周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ 的周期信号。

(g) 因为

$$\begin{aligned}&[a\sin(2t)+b\sin(5t)]^2\\&=a^2[\sin(2t)]^2+b^2[\sin(5t)]^2+2ab\sin(2t)\sin(5t)\\&=\frac{a^2}{2}[1-\cos(4t)]+\frac{b^2}{2}[1-\cos(10t)]+ab[\cos(3t)-\cos(7t)]\end{aligned}$$

$$\omega_1:\omega_2:\omega_3:\omega_4=4:10:3:7$$

即 $m_1 : m_2 : m_3 : m_4 = 4 : 10 : 3 : 7$,所以该信号为周期信号,其周期为

$$T = m_1 T_1 = 4 \times \frac{2\pi}{4} = 2\pi$$

1.3 说明下列信号中哪些是周期信号,哪些是非周期信号;哪些是能量信号,哪些是功率信号。计算它们的能量或平均功率。

(1) $f(t) = \begin{cases} 5\cos(10\pi t), t \geqslant 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$ (2) $f(t) = \begin{cases} 8e^{-4t}, t \geqslant 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$

(3) $f(t) = 5\sin(2\pi t) + 10\sin(3\pi t), -\infty < t < \infty$

(4) $f(t) = 20e^{-10|t|}\cos(\pi t), -\infty < t < \infty$

(5) $f(t) = \cos(5\pi t) + 2\cos(2\pi^2 t), -\infty < t < \infty$

解 (1) 严格地讲,周期信号应该是无始无终的,所以该信号应该算作非周期信号。但由于当 $t \geqslant 0$ 时,信号呈周期性变化,故这样的信号也可称作有始周期信号。此时,其周期 $T = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5}$,显然,该信号应为功率信号,且平均功率为

$$P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt = 5\int_0^{1/10} 25\cos^2(10\pi t) dt$$
$$= \frac{125}{2}\int_0^{1/10} [1 + \cos(20\pi t)] dt = 6.25 \text{ (W)}$$

(2) 因为 $t \to +\infty$ 时,$f(t) \to 0$,所以该信号为非周期信号,也为能量信号,其能量为

$$E = \lim_{a \to \infty}\int_{-a}^{a} |f(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} 64e^{-8t} dt = 8 \text{ (J)}$$

(3) 由于 $\omega_1 : \omega_2 = 2\pi : 3\pi$,即 $m_1 : m_2 = 2 : 3$,所以该信号为周期信号,其周期为

$$T = m_1 T_1 = 2 \times \frac{2\pi}{2\pi} = 2$$

当然,该信号也为功率信号,其平均功率为

$$P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} [5\sin(2\pi t) + 10\sin(3\pi t)]^2 dt$$
$$= \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} [25\sin^2(2\pi t) + 100\sin^2(3\pi t) + 100\sin(2\pi t)\sin(3\pi t)] dt$$
$$= \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \frac{1}{2}[125 - 25\cos(4\pi t) - 100\cos(6\pi t) + 100\cos(\pi t)$$
$$- 100\cos(5\pi t)] dt$$
$$= \frac{125}{2} = 62.5 \text{ (W)}$$

(4) 因为 $|t|\to\infty$ 时,$f(t)\to 0$,所以该信号为非周期、能量信号,其能量为

$$E=\lim_{a\to\infty}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{0}400\mathrm{e}^{20t}\cos^2(\pi t)\mathrm{d}t+\int_{0}^{\infty}400\mathrm{e}^{-20t}\cos^2(\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=\int_{-\infty}^{0}200\mathrm{e}^{20t}[1+\cos(2\pi t)]\mathrm{d}t+\int_{0}^{\infty}200\mathrm{e}^{-20t}[1+\cos(2\pi t)]\mathrm{d}t$$

$$=2\int_{0}^{\infty}200\mathrm{e}^{-20t}[1+\cos(2\pi t)]\mathrm{d}t$$

$$=400\int_{0}^{\infty}\mathrm{e}^{-20t}\mathrm{d}t+400\int_{0}^{\infty}\mathrm{e}^{-20t}\cos(2\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=20+\frac{400\times 5}{100+\pi^2}=38.2\ (\mathrm{J})$$

(5) 由于 $\omega_1:\omega_2=5\pi:2\pi^2$,即 $m_1:m_2=5:2\pi$,所以该信号为非周期信号,也为功率信号,其平均功率为

$$P=\lim_{a\to\infty}\frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{a\to\infty}\frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2}[\cos(5\pi t)+2\cos(2\pi^2 t)]^2\mathrm{d}t$$

$$=\lim_{a\to\infty}\frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2}[\cos^2(5\pi t)+4\cos^2(2\pi^2 t)+4\cos(5\pi t)\cos(2\pi^2 t)]\mathrm{d}t$$

$$=\lim_{a\to\infty}\frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2}\frac{1}{2}[5+\cos(10\pi t)+4\cos(4\pi^2 t)+4\cos(5\pi t+2\pi^2 t)$$
$$+4\cos(5\pi t-2\pi^2 t)]\mathrm{d}t$$

$$=2.5\ (\mathrm{W})$$

1.4　试判断下列论断是否正确:

(1) 两个周期信号之和必仍为周期信号;

(2) 非周期信号一定是能量信号;

(3) 能量信号一定是非周期信号;

(4) 两个功率信号之和必仍为功率信号;

(5) 两个功率信号之积必仍为功率信号;

(6) 能量信号与功率信号之积必为能量信号;

(7) 随机信号必然是非周期信号。

解　(1) 错误。两个周期信号的和信号只有在其周期的比值为有理数时才是周期信号,否则就是非周期信号。如题 1.3 中(3) 和(5) 刚好属于两种不同的情况。

(2) 错误。例如 $f(t)=\varepsilon(t)$ 是非周期信号,但不是能量信号。

(3) 正确。因为周期信号是功率信号。

(4) 错误。例如 $G_\tau(t)+\varepsilon(t)$ 与 $-\varepsilon(t)$ 均为功率信号,但二者之和 $G_\tau(t)$(门函数) 却是能量信号。

(5) 错误。例如 $G_\tau(t)+\varepsilon(-t)$ 与 $\varepsilon(t)$ 均为功率信号,但二者之积 $G_{\frac{\tau}{2}}\left(t-\frac{\tau}{4}\right)$(延迟的门函数) 却是能量信号。

(6) 正确。

(7) 正确。

1.5 粗略绘出下列各函数式表示的信号波形。

(1) $f(t)=3-\mathrm{e}^{-t},t>0$ (2) $f(t)=5\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-2t},t>0$

(3) $f(t)=\mathrm{e}^{-t}\sin(2\pi t),0<t<3$

(4) $f(t)=\dfrac{\sin(at)}{at}$ (5) $f(k)=(-2)^{-k},0<k\leqslant 6$

(6) $f(k)=\mathrm{e}^{k},0\leqslant k<5$ (7) $f(k)=k,0<k<n$

解 各函数式表示的信号波形如图 P1-5 所示。

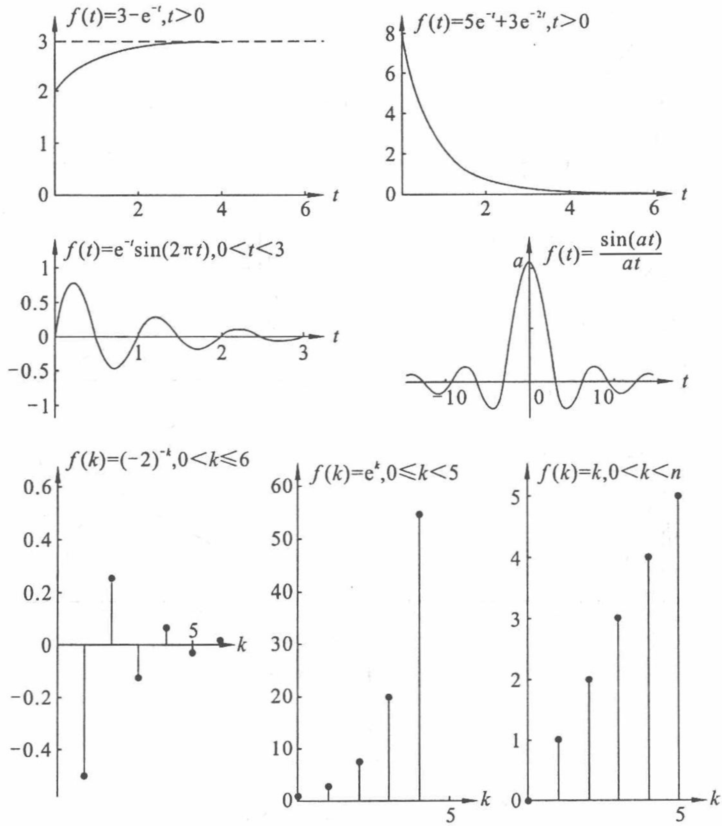

图 P1-5 各函数波形

1.6　已知信号 $f(t)$ 波形如图 P1-6(a) 所示，试绘出 $f(t-4)$，$f(t+4)$，$f\left(\frac{1}{2}t\right)$，$f(2t)$，$f\left(-\frac{1}{2}t\right)$，$f\left(-\frac{1}{2}t+1\right)$ 的波形。

解　将 $f(t)$ 沿时间轴右移 4 即可得 $f(t-4)$，波形如图 P1-6(b) 所示。

将 $f(t)$ 沿时间轴左移 4 即可得 $f(t+4)$，波形如图 P1-6(c) 所示。

将 $f(t)$ 沿时间轴扩展 2 倍即得 $f\left(\frac{1}{2}t\right)$，波形如图 P1-6(d) 所示。

将 $f(t)$ 沿时间轴压缩 2 倍即得 $f(2t)$，波形如图 P1-6(e) 所示。

将 $f\left(\frac{1}{2}t\right)$ 沿纵轴反褶即得 $f\left(-\frac{1}{2}t\right)$，波形如图 P1-6(f) 所示。

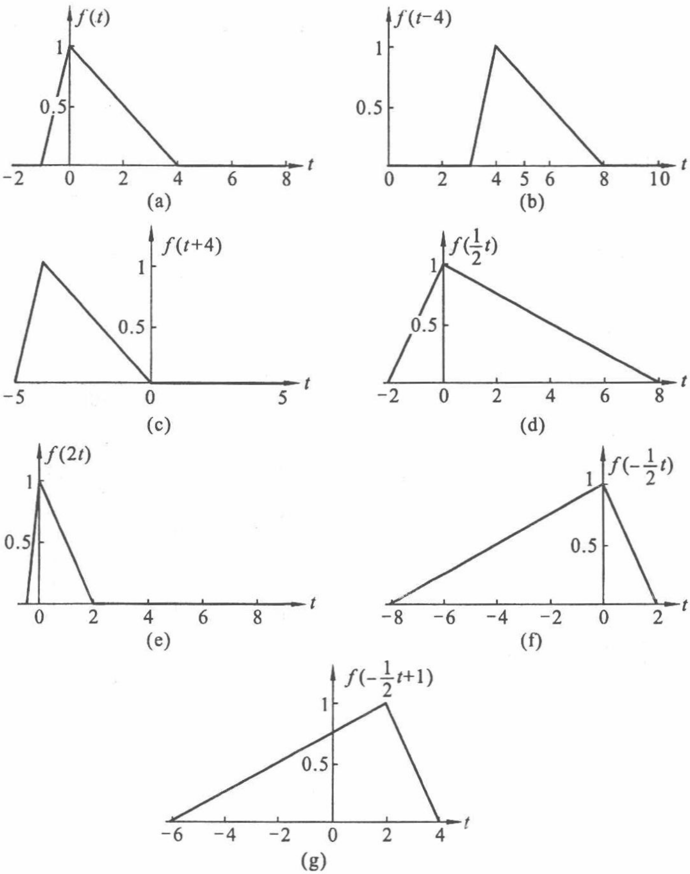

图 P1-6　$f(t)$ 及其时域变换波形