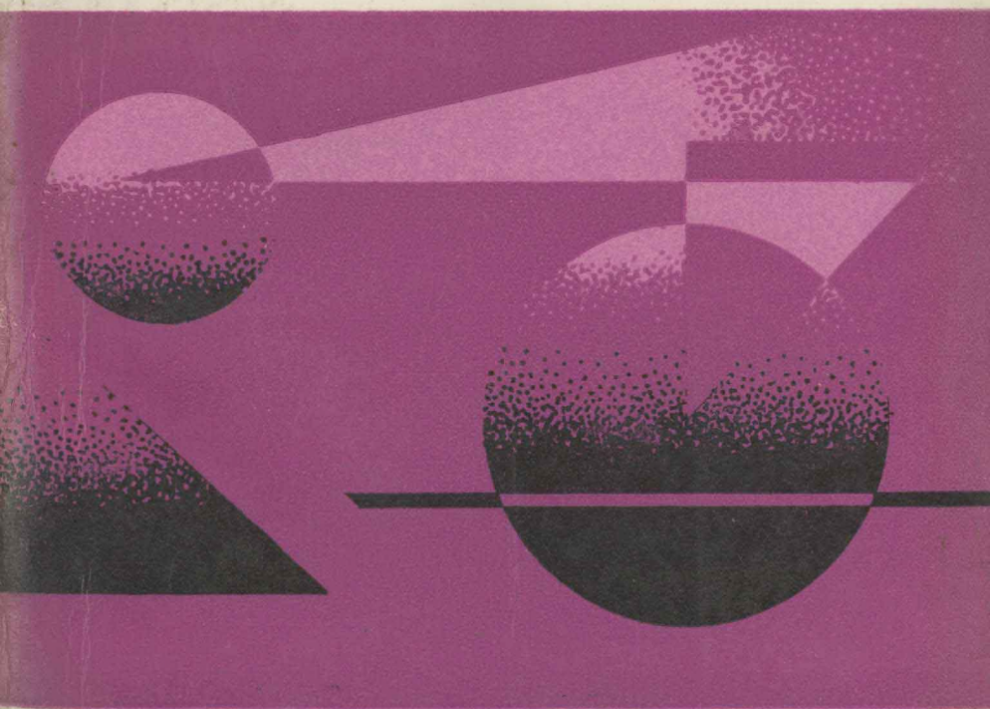


ZIRANXUEKEDEYUCONGSHU

自然学科德育丛书 · 数学篇

高学铭 主编



天津大学出版社

责任编辑 杨秀雯 陈荣胜

封面设计 庞恩昌

技术设计 孟凡友

ISBN7-5618-0365-6

0·40

定 价：6.20 元

自然学科德育丛书

# 数 学 篇

主编：高学铭

编委：孔书荣 冯长河 叶惠新 刘玉仁

刘冰 刘光慧 孙宝善 孙家麟

李士明 苏洁 郭芳 袁秀英

陆克毅 烟学敏 袁俊鹏 顿继宗

(以姓氏笔画为序)

天津大学出版社

## 内 容 提 要

本书是《自然学科德育丛书》数学篇，全书共分三编。第一编“弘扬爱国主义精神”。该编内有中国古代（从上古至清末）数学的光辉成就、古代数学思想、数学方法、数学著作、数学家简介及古代数学专题讲座。第二编“辩证唯物主义教育”。该编按照现行中学数学教材顺序，对教材进行全面系统地分析，准确地阐述了数学知识中的辩证唯物主义观点。第三编“思想品德教育”。该编介绍十位古今中外数学家在科学研究，发明创造和日常生活、学习、工作中表现的崇高精神、先进的思想方法、优秀的道德品质。

本书可供中学教师及高等院校师生参考。

(津)新登字012号

自然学科德育丛书

数 学 篇

高学铭 主编

\*

天津大学出版社出版

(天津大学内)

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

\*

开本：850×1168毫米1/32 印张：9<sup>1</sup>/<sub>4</sub> 字数：239千字

1992年8月第一版

1992年8月第一次印刷

印数：1—8000

ISBN 7-5618-0365-6

0·40

定价：6.20元

## 前 言

学校中的各科教学是向青少年学生实施全面发展教育的主渠道。学生在迎接新世纪、面临严峻挑战的形势下，加强学科德育是促其成才的必由之路。不仅文科教学应该重视德育，而且自然学科教学同样应该重视德育。这是因为自然学科受一定的世界观和方法论的制约，且具有思想品德教育的深刻内涵；同时也因为长期以来自然学科教学德育问题尚未获得圆满解决，其中的教学规律有待进一步探讨。

有鉴于此，天津市教育科学研究院及天津市自然科学教育研究会邀请了有关专家学者和具有丰富教学经验的教师编撰了《自然学科德育丛书》。旨在加强自然学科教学的辩证唯物主义教育、爱国主义教育 and 品德教育；为有关学科教师提供德育的参考资料。

《自然学科德育丛书》共分数学、物理、化学、生物和地理五篇。它以翔实丰富的素材、通俗生动的语言为特点，向读者介绍了古今中外著名科学家为祖国繁荣、科技进步孜孜不倦的执着追求及勇于为真理而斗争的献身精神；并向读者展示出炎黄子孙对人类文明所做出的巨大贡献；与此同时，借助大量实例，揭示了客观物质世界生存与发展中的辩证关系。

本《丛书》得到了国家教委有关领导部门的关心和支持；得到了天津大学出版社的支持。在《丛书》出版之际，谨向曾经给予本《丛书》以支持和帮助的领导和同志深表谢意。

限于各方面条件，《丛书》中疏漏之处在所难免，敬祈读者批评指正。

# 目 录

## 第一编 弘扬爱国主义精神

<b>第一章 中国古代数学的光辉成就</b> .....	( 1 )
一、先进的记数制度和独特的计算工具.....	( 2 )
二、最早实现从自然数到有理数的扩充.....	( 3 )
三、先进的方程数值解法.....	( 5 )
四、世界著名的孙子剩余定理和不定方程.....	( 7 )
五、最早的测量工具和高水平的测量方法.....	( 8 )
六、世界著名的几何定理和其他的几何成就.....	( 9 )
七、自成系统的高阶等差数列.....	( 11 )
八、率先创用内插法.....	( 12 )
九、世界最早的组合数学.....	( 13 )
<b>第二章 中国古代的数学思想和数学方法</b> .....	( 15 )
一、根基于“器”，蕃衍沟通.....	( 15 )
二、以实为体，分类明术.....	( 16 )
三、析理以辞，寓理于算.....	( 17 )
四、解体用图，数形结合.....	( 18 )
五、出入相补，分解构形（以盈补虚，以“棋”奠 基）.....	( 19 )
六、比类旁求，转化变通.....	( 20 )
七、曲直互通，无穷逼近.....	( 21 )
八、会通中外，独创新识.....	( 22 )
<b>第三章 中国古代的数学著作</b> .....	( 23 )
一、算经十书.....	( 24 )

二、宋元名著	( 26 )
三、商业数学书	( 29 )
四、西方数学著作的翻译	( 29 )
五、中西会通或对西方数学深化的著作	( 31 )
六、对中国古算书的整理、研究与发展的著作	( 33 )
<b>第四章 中国古代的数学家</b>	( 36 )
一、我国古代数学家之杰出代表——刘徽	( 36 )
二、圆周率研究的世界冠军——祖冲之	( 38 )
三、高阶等差数列研究的开拓者——沈括	( 40 )
四、数形结合研究方程的著名学者——李冶	( 42 )
五、三斜求积公式的创造者——秦九韶	( 44 )
六、宋元时期数学四杰之一——杨辉	( 46 )
七、研究方程与高阶等差数列的专家——朱世杰	( 48 )
八、我国古代珠算研究的集大成者——程大位	( 50 )
<b>第五章 中国古代数学专题讲座或资料</b>	( 53 )
一、规矩起源的传说及对其性能的认识	( 53 )
二、文字记数的起源与发展	( 54 )
三、中国古代算术运算法则的发展	( 55 )
四、对我国“六十进制制”的看法	( 57 )
五、秦九韶的三斜求积公式	( 57 )

## 第二编 辩证唯物主义教育

<b>第一章 代数中的辩证法</b>	( 59 )
一、数的辩证发展	( 59 )
二、数学运算的辩证法	( 74 )
三、方程、不等式中的辩证法	( 85 )
四、初等数学中的函数的辩证法	( 94 )
五、数与形的对立统一	( 101 )
六、数学归纳法中的唯物辩证思想	( 119 )

七、复数概念的辩证发展·····	( 123 )
八、排列与组合的辩证关系·····	( 126 )
九、二项式定理的辩证法·····	( 130 )
<b>第二章 几何学中的辩证法</b> ·····	( 133 )
一、几何概念中的辩证法·····	( 133 )
二、几何方法论中的辩证关系·····	( 147 )
三、关于直与曲的辩证关系·····	( 169 )
<b>第三章 三角学中的辩证法</b> ·····	( 173 )
一、三角学的辩证发展·····	( 174 )
二、三角在中学数学教学中的地位和作用·····	( 181 )
<b>第四章 “解析几何”中的辩证法</b> ·····	( 183 )
一、解析几何的建立是唯物辩证法的胜利·····	( 183 )
二、“曲线和方程”的辩证关系·····	( 186 )
<b>第五章 微积分学中的辩证法</b> ·····	( 196 )
一、微积分产生与发展的辩证历程·····	( 196 )
二、形式逻辑与辩证逻辑·····	( 203 )
三、导数(定义)中的辩证法·····	( 205 )
四、定积分(定义)中的辩证法·····	( 211 )
五、极限概念是反映质量互变规律的数学概念·····	( 215 )
六、微积分运算中的辩证法·····	( 221 )
<b>第六章 中学数学思想、方法中的辩证法</b> ·····	( 229 )
一、贯穿于数学中的一般科学方法的辩证因素·····	( 230 )
二、中学数学基本思想、方法中的辩证因素·····	( 243 )

### 第三编 思想品德教育

一、自学成才的华罗庚·····	( 249 )
二、新中国培养的数学家张广厚·····	( 254 )
三、农民出身的发明家于振善·····	( 261 )
四、深思熟虑、善于总结规律的学者——希尔伯特·····	( 266 )



- 五、理论联系实际数学家——笛卡尔…………… ( 270 )
- 六、勇于向权威挑战的伽罗瓦…………… ( 273 )
- 七、勤奋好学的神童——高斯…………… ( 278 )
- 八、治学严谨的数学家欧几里得…………… ( 279 )
- 九、推崇中华文化的莱布尼兹…………… ( 281 )
- 十、热爱祖国的著名数学家陈省身教授…………… ( 284 )

# 第一编 弘扬爱国主义精神

我国数学的发展源远流长，早在远古时代就对数和形有了初步认识。随着数形知识的积累和总结，形成了我国独有的数学体系，谱写出一部有四千多年的中国数学史，使中国成为世界上数学史最长的国家。

在这漫长悠久的数学历史长河中，出现了五次发展高峰，创造了几十项领先于世界的数学成果，写出了大量的数学典籍，涌现出数百位知名的数学家。我国古代数学的成就是对世界文化的重大贡献，也说明中华民族具有创造性、自立性，有着无穷的智慧和力量。

## 第一章 中国古代数学的光辉成就

公元一世纪大约在西汉末期，我国数学形成了以数学专著《九章算术》为标志的中国古代数学体系。又经魏晋南北朝时期众多数学家从事数学理论研究以及隋唐时期数学教育的发展，到了宋元时期数学的发展达到了极盛。经过明代数学发展的低潮，到明末清初又开始复苏，然后出现对数学古籍整理和中西数学交融的时期。这是我国古代数学发展的五次高峰。中国数学从萌芽积累到宋元发展的\*\*高峰\*\*，长期居于世界领先地位，在数学各个领域都有着辉煌的成就，为世界数学史写下了光辉的篇章，是世界文化的重要组成部分。

我国古代数学的成就表现为领先、专有和独创。就是说，世界

各国都有的成就我们早有，世界上其他国家没有的我们专有，世界上虽已有但我国数学家自力奋斗独立创造出同样的成果。本书按数学内容归之以类，介绍中国数学的世界记录。

## 一、先进的记数制度和独特的计算工具

我国劳动人民在长期的计算实践中，创造了算筹这个独特的计算工具，并由此使我国成为世界上最早使用十进位值制的国家。

早在公元前十四世纪商代就已建立了十进制记数法。在甲骨文中从一到十以及百、千、万都有专用的记数文字，十、百、千、万的倍数通常用合文，如六百就把六和百字合成一个单字。这样，用这十三个表数单字，可记十万以内的任何自然数，形成了十进记数系统。现在的二十、三十记成卅、卅，可以看成是合文留下的痕迹。

约在公元前十一世纪，到春秋战国时已广泛使用的算筹记数和计算方法，又促进了十进位值制的形成。算筹是一种特制的小竹棍，也有用木、骨、铁等材料制成的。自然数前九个的摆法有纵横二式，纵式为：|、||、|||、||||、|||||、┐、┑、┒、┓、横式为一、二、三、≡、≡、⊥、⊥、┌、└。多位数用纵横相间的方法摆成一横行，如同现代的记数法。规定个位为纵，十位为横，相间进行。《孙子算经》卷上载有这个记数法则：“凡算之法，先识其位，一纵十横，百位千僵，千十相望，万百相当。”如7352摆成⊥ ||| ≡ |。遇到零则空位，后来把空位用口表示并发展为○。这就是位值制，也就是同一数码在不同的书写位置表示不同单位的数。

十进位值制算筹记数法是我国古代数学的一项独特的创造，它记数简明计算便利，是当时世界上最先进的记数制度。古埃及采用十进制但不是位值制，古巴比伦虽知位值制但主要用六十进位。印度到第六世纪末才使用十进位值制，十世纪后，印度记数法经阿剌伯才传入欧洲。中国古代计算数学非常发达，很多方面遥遥领先于世界，这与最早使用十进位值制不无关系。

筹算法是中国数学的一大特色，为了解中国古代数学的一把钥

匙。它使数学脱离开具体事物向抽象化迈进，它构成了中国独创的各种计算方法的基础。作为中国古代数学的主要计算工具，在中国沿用了两千多年，一直到十五、六世纪明代中叶才逐渐被珠算所代替。

珠算的产生也是我国数学史上的一件大事，它是由筹算演变而来。但它产生于何代创造于何人之手不能确切回答，它和各种口决配合，在明代中叶已被社会各阶层广泛使用。中国算盘是世界上类似的计算工具中最好的一种，曾被传入朝鲜、日本以至泰国、越南并沿用至今。介绍珠算方法影响最大的一本书是明代程大位的《直指算法统宗》，畅行国内300余年。

## 二、最早实现从自然数到有理数的扩充

我国在上古时期采用结绳记数和刻痕记数，已经产生了自然数的概念。商代有一片甲骨文，上刻有从一到十这十个自然数，最大的数有“三万”。说明对自然数已有了明确的认识，而且当时已能进行加减乘三种运算，以后又认识了分数，引入了负数，使用了数“零”，使我国在世界上最早实现了从自然数到有理数的扩充。

由于历法、分配以及制造各种器具规格的需要，我国早在公元前四、五世纪春秋战国时代就已建立了分数的概念。公元前二世纪的天文著作《周髀算经》记载了相当复杂的分数运算，公元一世纪的《九章算术》是世界上系统地叙述分数的最早著作。比欧洲早1400年。这本书中给出了约分、合分、减分、乘分、经分、课分、平分等算法和现代的约分、分数四则，比较大小，求分数平均数的算法基本一致。刘徽注中又提出“齐同术”，实际上是通分的方法。由于我国使用十进制值制记数法，所以小数的应用很早，并表现为十进分数的形式。刘徽提出开方不尽时要求其微数，微数就是十进分数。刘徽说：“微数无名者以为分子，其一退以十为母，其再退以百为母，退之弥下，其分弥细”。这种十进分数实际上是十进小数的表达形式。这种思想比外国的同样思想早了1000多年，元朝

刘瑾（1300年左右）将小数点以后的数降低一格来写，是世界上最早的小数表示法，比外国早100年以上。

负数的引入和使用，是我国杰出的创造。我国是世界上认识正负数并建立正负数加减运算法则最早的国家。在《九章算术》中已认识到正负数是具有相反意义的量，提出卖是正，买是负；余钱是正，不足钱是负。这是世界上最早的正负数观念。公元三世纪刘徽在《九章算术》注中更明确指出：“今两算得失相反，要令正负以名之，正算赤，负算黑，否则以邪（斜）正为异。”这不仅给了正负数定义，而且规定了用算筹表示正负数的区分方法。刘徽还明确了正负数加减运算法则，其正负术曰：“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之；其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之。”相益、相除分别指加和减，无入即以零为被减数或被加数，其法则与今相同。比刘徽还早的汉朝刘洪在公元二世纪作乾象历，在历法计算中应用了正负数。其术法从略。公元七世纪印度数学家才开始认识负数，欧洲数学家则长期缺乏负数的概念，到十六世纪才普遍承认。至于正负数乘除法，是由元朱世杰于1299年在《算学启蒙》中明确指出。

“零”在我国也有着自身的发展过程，并不是由印度传入的。“零”号的出现与位值制有关。在筹算中用空位表示零，后来把空位用□表示，在手写中逐渐演变○。这大约是在十二世纪以后，其实用空位也好用□也好，都是表示数量的一种存在状态，实质上都是把零看作数。而且在刘徽正负数加减运算法则中，也可看作有零参与运算。所以零号的作用和对零是数的认识都比西方要早。

总之，我国古代对有理数全面的认识，远远走在世界的最前面。各种数的运算方法和运算定律都早于世界其他国家或独立提出。如算术运算定律清代焦循在十八世纪独立提出，外国也是在十八、九世纪提出的。又如在运算中用的九九歌更为我国所独有，在公元前100年就有记载。

### 三、先进的方程数值解法

解方程和列方程是我国古代数学家所擅长的计算方法。从公元一世纪有记载开始，对解二次、三次到更高次的方程及方程组到列方程的天元术、四元术都很发达，宋元时代发展到顶峰。清代汪莱和李锐专门研究了方程理论。

中国古代把开各次方和解二次以上的方程统称为开方。周髀算经中已用到开平方但未讲方法。九章算术讲了开平方术、开立立方和开带从平方法。开平方和开立方的步骤和现代的算法基本一样。金庸小说“射雕英雄传”中讲黄蓉看到瑛姑蹲在地上，把算子(筹)排成商、实、法、借算四行进行计算，就是正在求55225的平方根，这是九章算术少广章第12题。九章算术还对分数开方提出了两条法则，即 $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ 或 $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{B}$ 。刘徽在九章算术注中用图形解释了开方法的道理。开带从平方是解带正系数一次项的二次方程。在九章算术勾股章第20题解方程 $x^2 + 34x = 71000$ ，其中 $34x$ 为“从法”，解这种二次方程就是开带从法平方，可用开平方法直接导出。这样我国在公元一世纪便完整地解决了开平方和解二次方程。在欧洲开平方最早出现在亚历山大里亚城的塞翁著作中，那是公元390年前后的事。开平方和开立方的近代方法到十五世纪才提出。开立方到十六世纪方法还很落后，十七世纪才引入了立体模型使方法具体化。在印度七世纪出现开平方法。另外，汉赵君卿在给《周髀算经》注中研究了二次方程问题，并得出与韦达定理类似的结果，比韦达早了1300多年，还得出了二次方程的一个求根公式，是世界上最早的求根公式之一。

公元七世纪唐王孝通著《缉古算经》中20个问题大部分是解一元二、三、四次方程，三次方程多为 $x^3 + ax^2 + bx = A$ 的形式。在外国十世纪阿拉伯人才有三次方程，十一、二世纪的中亚学者系统研究三次方程的数值解法。欧洲在十三世纪意大利数学家菲波那契才

得出一个三次方程数值解，比王孝通晚600多年。一般的三次方程到十六世纪才在意大利出现，比王孝通晚八、九个世纪。

宋元时期的中国数学家对高次方程的研究取得世界意义的成就。十一世纪中，北宋数学家贾宪提出了著名的“开方作法本源”图和增乘开方法。开方作法本原图我们称为贾宪三角，元朝朱世杰作过增补，它的数学许多领域都有应用。外国人则称之为帕斯卡三角形，他们认为是十七世纪法国数学家帕斯卡首先创用，实际上比贾宪晚600年。八国联军入侵北京时把载有此图的永乐大典掠至英国，现藏于剑桥大学图书馆。增乘开方法是贾宪按照开方作法本源图的构造原理创造的，用这种方法开平方和开立方比九章算术中的方法方便得多，而且能解决开高次方问题。南宋数学家秦九韶创造性地把增乘开方法运用于一般形式的高次方程解法。在此之前北宋数学家刘益还应用了益积开方和减从开方讨论了最高次项系数不限于1，也不限于正数的高次方程解法。贾宪的增乘开方法与现代数学中的鲁非尼—霍纳方法基本一致。意大利数学家鲁非尼和英国数学家霍纳分别在1804年和1819年独立提出，但比秦九韶晚了500多年，还不如秦九韶法简捷明确。

线性方程组在九章算术中就已提出。当时说“方程”就是指多元一次方程组。“方”是把一道算题用算筹列成方阵形式，“程”是按一定程序计算。其列法如同把方程中各项系数构成矩阵，其解法类似于消元法，也是矩阵解法的雏型。外国对线性方程组的完整解法，到十七世纪莱布尼兹才着手拟定，十八世纪法国数学家培祖用行列式建立了线性方程组的一般理论。九章算术解法比欧洲早1500年以上，这是值得我们自豪的成就。至于高次方程组解法，十四世纪初由朱世杰解决了四元高次方程组的降阶和消元问题。而欧洲在十八世纪才解决。

方程问题包括列方程和解方程两大能力。解方程叫开方，列方程叫造术，需一定技巧。天元术就是列方程的方法，大约起源于十三世纪初，创造者的名字和年代不可考。在李冶的《测圆海镜》(1248

年)中介绍了天元术。立“天元一”即设未知数 $x$ ，然后依据问题中的已知条件立出一个天元开方式。因古代方程都只写系数，故在一次项旁边记一个“元”字，常数项旁边记一个“太”字。在十一世纪以后，增乘开方法减轻了“开方”的手续，十三世纪中天元术的发展又克服了造术困难，从而使中国古典代数学发展到了比较完备的阶段。天元术比阿拉伯的代数学要进步得多，在欧洲到十六世纪才做到天元术中的方法。天元术又发展为四元术。元朱世杰在《四元玉鉴》(1306)中用天、地、人、物代表四个未知数，列出多元高次方程组，然后运用消元法经过方程变换逐步化成一元方程来解。四元术是多元高次方程组的建立和求解的方法。在欧洲直到十八世纪才对多元高次方程组作了系统研究，比朱世杰晚四、五百年。

#### 四、世界著名的孙子剩余定理和不定方程

公元三世纪的《孙子算经》卷下第26题有物不知其数问题，原题是：“今有物不知其数，三三数之馀二，五五数之馀三，七七数之馀二，问物几何？”答曰：“二十三”。这个问题可以叫孙子问题，又称鬼谷算、秦王暗点兵，韩信点兵、剪管术、隔墙算、神奇妙算等。其算法可用明程大位的四句歌诀来概括。即“三人同行，七十稀，五树梅花开一枝，七子团圆月正半，除百零五便得知。”按孙子算经的术文，其解式为：

$$N = 70 \times 2 + 21 \times 3 + 15 \times 2 - 105 \times 2 = 23$$

孙子问题相当于解不定方程组 
$$\begin{cases} N = 3x + 2 \\ N = 5y + 3 \\ N = 7z + 2 \end{cases}$$
 中的 $N$ 。也相当于

于解现代数论中的一次同余组：

$N \equiv 2 \pmod{3} \equiv 3 \pmod{5} \equiv 2 \pmod{7}$ 。秦九韶在十三世纪系统地研究了这类问题，创立了大衍求一术，提出了关于一次同余组相当完整的理论和算法，取得了举世公认的杰出成就。其结果被誉为中国剩余定理，现在称为孙子剩余定理。在欧洲直到十八、九



世纪欧拉和高斯才对一般同余组解法进行了深入的研究，获得与秦九韶相同的结果，但已比秦九韶晚了500年，比孙子晚1500多年。

关于不定方程还有两个著名问题。一是百鸡问题，载于五世纪的张邱建算经中。题文是：“今有鸡翁一，值钱五，鸡母一，值钱三，鸡雏三，值钱一。凡百钱买鸡百只，问鸡翁、母、雏各几何？”张邱建给出了三组解。十五世纪中亚有百禽问题，可能系中国数学影响。另一个是五家共井问题，载于九章算术中。原题是：“今有五家共井，甲二绠（geng，汲水用绳）不足，如乙一绠；乙三绠不足，如丙一绠；丙四绠不足，如丁一绠；丁五绠不足，如戊一绠；戊六绠不足，如甲一绠。如各得所不足一绠，皆逮（到达水面）。问井深、绠长各几何？”若设 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $u$ 、 $v$ 分别表甲、乙、丙、丁、戊的绳长，井深为 $h$ ，则得六个未知数的五个方程即：

$$\begin{cases} 2x + y = h \\ 3y + z = h \\ 4z + u = h \\ 5u + v = h \\ 6v + x = h \end{cases}$$

为六元一次方程组，这是世界上最早的不定方程组。希腊丢番图在公元三世纪研究不定方程在九章算术之后，也在刘徽之后。印度则更晚。

## 五、最早的测量工具和高水平的测量方法

古代的规和矩，类似于现在的圆规和曲尺。甲骨文中“规”、“矩”二字。传说在公元前2000多年禹治水时“左准绳，右规矩”。汉时一些庙宇中有“伏羲手执矩，女娲手执规”的造象。可见在极远的古代就已有规矩这两种测绘工具，春秋战国时代已被广泛使用。公元前十一世纪数学家商高还系统讲了用矩六法“平矩以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远。环矩以为圆，合矩以为方。”这是测量技术的总结。有人把商高誉为世界测量之鼻祖。