



张锦斋等著

数学

(下)

与 · 7
能力目标
中学生学科

中国城市经济社会出版社

国家教委“七五”重点科研项目

中学生学科能力目标与培养丛书

中学生学科能力目标与培养

数 学 (下)

张锦斋 张春条 李令倩 李光华 著
马成瑞 储瑞年 张继林 金 元

中国城市经济社会出版社

1990. 北京

中学生学科能力目标与培养

数 学 (下)

张锦斋等 著

中国城市经济社会出版社出版发行

(北京东城区西总布胡同64号)

新华书店经销

北京仰山印刷厂印刷

开本: 787×1092毫米 1/32 印张: 13 字数: 270千

1990年2月第1版 1990年2月第1次印刷

ISBN 7-5074-0247-9/G·065

印数: 1—3000 定价: 6.20元

序

滕 纯

今年是党的十一届三中全会的十周年，也是我国改革、开放的十周年。为了纪念三中全会十周年，加快改革的步伐，我国理论界正在对十年改革中的理论工作进行回顾和总结。

从教育理论来说，我们感到：我国在教育理论和教育实践方面有一个可喜的变化，就是从过去重视传授知识转变为既重视传授知识又重视培养能力。这个进展也可以说是在教育理论特别是教学论上的一个突破。

80年代以来，随着教育改革的推进，培养能力的问题已变成教育界的热门话题。许多教育理论工作者和教学第一线的教师，对什么是能力，怎样培养学生的能力以及知识、技能和能力的关系，进行了深入的研究和探讨。但是，我们也感到对能力的概念、结构、层次，还处于模糊不清的状态，有待于进一步研究解决。比如，有的书上提出培养学生几种能力，有的提出十几种，有的提出二十几种。据不完全统计，从不同方面、不同角度、不同层次，各种提法大约有100多种。在众说纷纭面前，需要通过研究和实验，把能力问题加以系统化、规范化，理出个头绪来，以便广大教师有所遵循。

就以中学而论，根据我国社会、经济、科技发展的需要，迎接21世纪的挑战，应该培养中学生具有哪些能力，能

力的结构是什么样的，分哪些层次，哪些是基本的能力，哪些是派生出来的能力，都需要分门别类地加以研究。

一方面从理论上把什么是能力，能力的概念，中学阶段培养学生具备哪些能力，各科教学怎样培养和发展学生的能力，把这些基本理论问题搞清楚。更重要的是要在教学实践中具体落实，通过各科教学切切实实地把学生的能力培养出来。这就需要明确制订出中学各科教学培养目标及其测定的方法。

由中央教育科学研究所教育心理研究室副研究员李镜流同志负责的《中学各科学学习能力培养目标及其实验研究》，正是为了解决上述问题而提出的科研课题。这个课题已于1987年7月经审议批准列为“七五”期间国家教委级教育科研重点项目之一。

鉴于培养能力的问题是当前教学改革中一个复杂的理论问题和实际问题，不是单靠少数专业研究人员所能解决的，而是需要依靠教学第一线的教师积极参加才行，为此，本课题从北京、天津两市邀请了60多位有丰富的教学经验、有相当的理论素养和研究能力的各科优秀教师和校长，参加了课题研究。这种合作研究，不仅充分地体现了理论工作者和实际工作者相结合的正确科研方向，而且有力地说明了一个问题：以教育改革为目标的教育科学研究和实验，如果没有教师的积极参加，是不会成功的。只有教师积极参加的教育改革的研究和实验，才是真正的改革。

教育改革的研究和实验不仅要依靠专业的教育理论工作者，更要依靠在教学第一线搞改革、搞实验的教师。随着教改的深入发展，在我国中小学教师和校长中间，正在孕育

着、成长着一批研究型的教师和校长、学者型的教师 and 校长，在他们中间会涌现出我们所希望的教育家。今后，在教育改革中，我们要注意发现、扶植有先进教育思想的改革家，为培养我国的教育家创造条件。

经过两年的辛勤探索、刻苦钻研，《中学各科学习能力培养目标及其实验研究》的阶段性成果即将问世。本书是教育理论工作者和教学第一线的教师、校长集体智慧的结晶，也可以说是教育科研联合攻关的一次有益的尝试，对帮助广大教师培养与发展学生的能力，将会起到积极推动作用。

1988年7月于北京

目 录

序.....	滕 纯(1)
中学数学学科能力教育目标.....	(1)

高中代数第一册

第一章 幂函数、指数函数和对数函数.....	(13)
第二章 三角函数.....	(51)
第三章 两角和与差的三角函数.....	(85)

高中代数第二册

第一章 反三角函数和简单三角方程.....	(120)
第二章 数列、极限、数学归纳法.....	(141)
第三章 不等式.....	(165)
第四章 (略)	
第五章 复数.....	(195)

高中代数第三册

第二章 排列 组合与二项式定理	(214)
-----------------------	-------

高中立体几何全一册

第一章 直线和平面.....	(233)
第二章 多面体和旋转体.....	(270)

高中解析几何全一册

第一章 直线	(299)
第二章 圆锥曲线	(321)
第三章 参数方程	(354)
第四章 极坐标	(366)
参考文献	(377)
作者附记	(378)
把学科能力的培养提到教育目标的高度	
——课题论证报告(节录)	李镜流(380)
中学学科能力研究协作组附记	(403)

中学数学学科能力教育目标

为了适应时代和“四化”建设的需要，培养既有扎实基础又有创新、应变能力的新型人才，我们根据国家教委颁发的“中学数学教学大纲”的要求并依据现代教育心理学、数学能力心理学和数学教育学有关理论，从中学生的学习心理与年龄特点以及中学数学教学的实际出发，制定了中学数学学科能力的教育目标。

一、数学学科的特点

（一）普遍性：数学是研究数量关系和空间形式的科学，是人类文明史上最早形成的一门科学，它的应用极其广泛，无论日常生活、生产劳动和科学技术研究，都离不开数学，在中学，学生要学好自然科学如物理、化学，必须要以扎实的数学知识与方法为基础，即使学习社会科学，也必须有一定的数学知识作基础。因此，数学是公认的重要基础课之一。

（二）高度抽象性：数学所研究的对象是客观世界的现实存在，但数学又不是就客观世界的全部属性逐一加以研究，而是仅研究事物的个别特殊属性——数量关系与空间形式，这就构成了数学的抽象性。但这种抽象性是以客观现实为基础的。其次，数学的高度抽象性还表现在广泛地使用抽象的符号语言。这种高度抽象性与实践性相结合就使得数学具有极其广泛的应用。

（三）严密的逻辑性：物理、化学是实验科学，它的许

多规律是通过实验发现和加以验证的。数学则不同，虽然某些实践经验为数学的发现提供了线索或材料，但作为数学的定理、性质等却需要用严密的逻辑推理来证明，同时通过逻辑推理还可以发现经验以外的新东西，因此，在数学学习中，培养学生的逻辑推理能力至关重要。

（四）数学学科中有着丰富的方法论内容：数学中有一般的科学方法，例如：观察法、比较与分类法、类比法、归纳法与演绎法、分析法与综合法、抽象化与具体化、猜想与论证等等。许多现代科学方法，如模型化方法，公理化方法，结构化方法等等，通过数学的学习，可以掌握这些科学的思维方法，这将有助于提高学生的分析问题和解决问题的能力。

二、数学学科能力的教育目标

中学数学教育应确定哪些能力为培养教育的目标，对这个问题目前尚无统一的认识。这是因为它不但是一个复杂的实践问题，而且也是一个多学科边缘交叉渗透的理论问题。根据学生数学学习活动过程的阶段性，我们认为，中学数学教育应以下列七项能力要求为培养目标。

（一）对数学关系式和空间图形的观察能力

包括：

1. 对用（数字、字母、运算符号、关系符号等）符号或文字所表示的数学关系式、命题或问题及对图表、图象或几何图形的结构特点的迅速而有目的的、细心观察的观察能力。

2. 掌握科学的观察方法，主要有局部特点观察法——根据观察目的、全力找出被观察事物局部细节的特点；整体观

察法——抓住事物的整体，从整体中看部分；多维度观察法——从不同角度、不同侧面、不同层次去认识数学材料的本质的主要的特征；对比观察法——从观察不同事物中进行对比，在对比中进行观察；分析观察法——运用逻辑思维去观察分析事物内隐的深层特征。

3. 养成有序的良好观察习惯，这主要指学会有计划、有步骤地进行观察。

总之，数学观察力的指标有三项：准确性、完整性和深刻性。

初中阶段对数学关系式和空间观察能力的要求是：

(1) 对用符号或文字所表示的简单数学关系式，如代数式四则运算中的算术特点，因式分解中的被分解整式结构，代数方程(组)式结构及简单应用问题的数量关系，定理的条件、结论和平面几何图形，一次函数和反比例函数图象及简单图表的特点的准确、迅速的观察。

(2) 能熟练运用局部特点观察法、整体观察法、多维度观察法和对比观察法，观察数学材料。能初步运用分析观察法进行深入观察。

(3) 初步养成有序的观察习惯。

高中阶段的观察能力在初中要求的基础上，补充以下要求。

①培养学生能自如地运用分析观察法对抽象事物进行深入的观察。

②能迅速地对空间几何图形的位置关系进行正确的观察。

(二) 对符号、数字、数学关系式逻辑模式和空间图形

的记忆能力。

包括：

1. 准确、牢固地记忆数字和字母及各种运算符号、性质符号、函数符号。

2. 准确、迅速地记忆由数字、字母和符号或文字所表示的关系式。

3. 准确、迅速地记忆几何图形和函数图象。

4. 对解决各种数学问题的逻辑表达模式，解题思维方法的模式等逻辑模式的迅速准确的记忆。

5. 在解题过程中对上述记忆材料的迅速准确地再现。

6. 掌握数学的科学记忆方法。主要有规律记忆法、类比记忆法、图象记忆法、重点记忆法、系统记忆法。

总之，数学记忆力的指标可以概括为四项：准确性、敏捷性、持久性和备用性。

初中阶段对记忆力的要求是：

(1) 能迅速、准确地记忆数字、运算符号、性质符号和1—10的平方数，5、3、2的精确到0.01的平方根等。

(2) 能迅速、准确、牢固地记忆主要概念定义（如有理数定义、绝对值定义、直角三角形定义、等腰三角形定义等），各种法则、公式、算律和定理。

(3) 能准确、牢固地记忆数学解题中的逻辑表达模式（规范的解题格式）。

(4) 能准确地记忆空间图形，进行文字语言、符号语言与图形之间的转换。

(5) 能牢固地记忆并在解题中敏捷地再现常见数学问题的解题方法及解题思维模式。

(6) 初步掌握科学的记忆方法。

高中阶段对记忆力的要求在项目上与初中相同，但在每一项的要求中，广度和深度都大于或高于初中。六项要求，重点在后三项。

(三) 数学概括能力

数学概括能力是一种特殊的概括能力，它主要是指概括各种数学材料、数量关系、空间图形关系和运算的能力。

进行数学概括，有两种表达方式，一种是用日常语言表达，另一种是用数学的符号语言表达。

数学概括能力包括：

1. 对数学关系的概括。常见的数学关系有：顺序关系、守恒关系、非守恒关系、对应关系、图形位置关系、函数关系、对称关系、推出关系、等价关系、互逆关系等等。

2. 对数学问题特点的概括。

3. 用概括化形式解题。

4. 对解题思路和方法的概括。

5. 在教师指导下能进行知识的单元小结，形成学生自身的逐渐完整的知识体系。

总之，数学概括能力的指标有：

- (1) 准确性；

- (2) 深度——概括的抽象程度；

- (3) 稳定性——对于概括出的特征能明确区分本质特征和非本质特征，并能按照这个特征去解题，而且能进一步将已有的概括纳入到对规律的概括的水平；

- (4) 速度——概括某一数学材料所需最少的变式感性材料和练习次数；

初中阶段对数学概括能力的要求是：

(1) 能通过具体数学材料，在教师引导下形成概念，正确迅速地概括数学对象之间的基本数学关系。

(2) 能准确、全面和较迅速地概括较简单数学问题的结构特点：已知什么、求什么。

(3) 能准确地用概括化形式解题。

(4) 能较迅速地、准确地概括较简单问题的思路和方法。

(5) 掌握科学的概括方法。主要有：归纳法——从不同的数学材料中归纳发现出它们所共有的本质和规律；操作法——通过实验操作发现一类事物的本质或规律；分析法——通过对数学材料的直接分析，抽象出本质或规律。

(6) 逐步养成自觉的概括习惯，不断提高概括水平。

高中阶段对概括能力的要求，应在初中阶段要求的基础上：

(1) 进一步丰富概括的内容；

(2) 提高概括的深度；

(3) 能准确、迅速地概括复杂数学问题的结构；

(4) 能自如准确地用概括化形式解题；

(5) 能自觉、迅速、准确地概括各种数学问题的解题思路和方法。

(四) 运算能力

中学数学运算能力是在顺利完成数字和式的运算，代数式和简单超越式的恒等变形，以及解方程(组)和不等式(组)的活动中表现出来的稳定的心理特征。主要包括：

1. 正确、迅速完成计算的能力：正确的含义是指计算

过程合理、计算结果准确；迅速的含义是指计算速度快。

2. 对代数式和简单超越式的恒等变形能力。

3. 简化与优化计算过程的能力：在多种运算方法中能选择最优方法，在书面或口头表达上能作到简明扼要、清楚明白。

4. 对运算结果的自我评定与完善的能力：要求学生对自己运算结果是否符合题求、正确与否作出自我评定，对于偏离题求的，有能力去修正，达到自我完善。

总之，运算能力的指标可以归纳为三项：

(1) 准确性

(2) 速度

(3) 简捷性

初中阶段对运算能力的要求是：

(1) 能正确运用运算法则，对数字的“+”、“-”、“ $\times$ ”、“ $\div$ ”、乘方、开方运算，能在规定时间内准确完成（正确率在95%以上）。

(2) 能合理进行不超过五、六步的代数式恒等变形（包括有理式与无理式）。

(3) 对数字与字母的运算能正确运用交换律、结合律、分配律。

(4) 正确进行平面图形中的长度与面积、角度计算。

(5) 各种运算过程具有明晰性、合理性、简化性。

(6) 有检验并修正运算结果的能力。

高中阶段对运算能力的要求是：

(1) 正确运用法则进行符号运算与函数运算、反函数运算。

(2) 合理地进行多步恒等变形(包括代数式与简单的超越式)。

(3) 正确进行空间图形中长度、面积、角度的计算。

(4) 正确运用数形结合方法完成相应运算。

(5) 各种运算过程具有明晰性、合理性、简化性。

(6) 有检验并修正运算结果的能力。

(五) 对已有数学信息运用数学推理的思维方式进行的具体思维(动作思维和形象思维)与抽象思维(形式思维和辩证思维)的逻辑思维能力

包括:

1. 能正确地、逐步深刻地理解数学概念(包括定义、公理、定律、定理、公式法则等)。

2. 根据问题的条件,从已有概念出发,正确运用形式逻辑和辩证逻辑推理的方法以及常见的思维方法解决问题。

3. 正确地判断命题的正误。

4. 对新的数学材料从已有概念出发进行猜想并正确运用数学推理推出新的结论。

5. 对已有的命题变更条件,进行推广、引伸并加以推理论证。

数学思维品质是衡量数学思维能力高低的重要标志。

它主要是指:

(1) 思维的深刻性——思维活动的抽象程度、逻辑的严谨、周密性程度以及思维活动的广度、深度和难度。

(2) 思维的独立性——独立地提出问题和解决问题。

(3) 思维的灵活性——在解决问题过程中,能从各种不同角度(包括逆向思维)多途径地探求解题思路,能迅速

地实现思维方向的转换。

(4) 思维的独创性——经独立思考创造出对社会(或个人)有价值的新颖的观念、思想的智力品质。

在初中阶段逻辑思维能力的要求是从正确理解概念、正确敏捷地解题中培养思维的深刻性、独立性、灵活性及独创性。

高中阶段逻辑思维能力的要求应从有意识地正确理解概念(如映射概念、函数概念、反函数概念、立体几何中的直线垂直概念等);正确敏捷地解题;独立地对命题变更条件加以推广、引伸和独立地提出猜想并给予逻辑论证等四个方面去着力培养数学思维品质,其中思维的深刻性、灵活性和独创性尤为重要。

(六) 空间想象力

空间想象力指的是正确运用空间图形或图象反映,掌握物体的空间存在特性(形状、大小和位置)与关系的能力,它包括:

1. 正确地分析基本图形中的基本元素之间的度量关系及位置关系。

2. 对于客观事物,能借助图形准确地思考其空间形状及位置关系,并能正确地进行平移,旋转等变换。

3. 正确地完成文字或符号语言与图形之间的转换,即能正确地根据数学语言叙述的内容中画出相应的图形,反之,观察到图形中基本的关系,能准确地用数学语言进行描述。

总之,空间想象力的指标主要有二项:准确性和敏捷性。

初中阶段对空间想象力的要求是: