

丛书

数学

张纯清 王家成编著

四川科学技术出版社

SICHUAN KEXUE JI
SHUCHUBANSHE



空军医学610 2 0066361 1

全国各类成人高校招生考试复习丛书

数 学

主 编 卢铁城
副主编 徐宗钰 王锡宇
罗开贵 郑海朝
编 著 张纯清
王家成



四川科学技术出版社

1991年·成都

特约编辑：牛 力

责任编辑：侯 玘楠

封面设计：朱德祥

技术设计：康永光

各类成人高校招生考试复习丛书
数 学

张纯清

王家成

四川科学技术出版社出版发行

(成都盐道街三号)

四川省新华书店经销

成都石室印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 11.25

字数 260 千

1991 年元月第一版 1991 年元月第一次印刷 印数 1—19000 册

ISBN 7—5364—1048—4/G·240

定价 3.65 元

前 言

四川省教委、省招委组织编写，经由四川科技出版社编辑出版的《成人高考水平考试丛书》和《成人中专水平考试丛书》，针对成年人的特点，内容精练，系统性好，针对性强，可帮助广大考生系统掌握必要的文化基础知识，使成人考生在成人招生考试复习中能学有所获，1989年出版以来，赢得了社会和考生的好评，经过各方面和作者的共同努力，使《成人高校招生考试复习丛书》重新编撰，应需出版，这对成人考生和招生工作者，确实是一件令人高兴的事。

招生工作是学历教育的一个十分重要的环节。生源素质的优劣直接关系学历教育的质量。正确指导成人考生自学和复习迎考，是成人教育中不可忽视的重要课题。

成人高等学历教育是我国高等教育事业的重要组成部分。它对于提高亿万劳动者的思想道德素质和科学技术文化素质，促进经济发展具有直接的、重要的作用。目前，我国进行成人高等学历教育的学校有十类：广播电视大学、职工高等学校、农民高等学校、管理干部学院、教育学院（教师进修学院、卫星电视高师班）、独立设置的函授学院和普通高等学校举办的干部专修科、函授部、夜大学、教师班。各类成人高校，多年来以成年人（包括干部、职工、农民等）为主要对象；以按需培养，专业对口，学以致用，直接为地方经济服务为办学的原则；以为生产单位、艰苦行业、边远山区、广大农村对口培养中高级应用型专业技术人才为主要培养目标，赢得了社会的普遍赞誉。

1986年，各类成人高校实行全国统一招生考试，使成人学历教育跨入了一个新阶段。由于统一考试这一竞争机制的引入，加强成人学历教育的宏观管理和控制，使一度出现的乱办学、滥发文凭的歪风及时得到了抑制和制止，提高了学校新生质量和教学质量，从而扩大了成人学历教育的社会效益，提高了成人教育的信誉和社会地位。1988年初，国家教委遵照党的十三大精神，为使成人高等教育更主动适应经济改革和社会发展的需要，更直接有效地为社会主义建设服务，在总结前两届统考经验的基础上，提出了以试验“往届生”、“预科生”和实行“资格生”的“三项改革”为中心的一系列深化改革的试点工作意见，并首先在四川省、湖北省武汉市、黑龙江省哈尔滨市、辽宁省抚顺市等地进行了试验。试点经验表明，这些改革的方向是正确的，它使成人统考招生更加适合我国改革开放条件下成人教育的特点，这样不仅使成人高校开始扭转了生源不足的困境，而且使成人教育的服务面正由大中城市扩展到广大的农村和边远山区，预示着成人学历教育有着广阔的前景。

逐步提高成人高校入学新生文化水平，是我国成人高考改革的方向。成人高考就其性质来说，应属于水平测试。它与普通高考的选拔考试有基本的区别。因为成人教育是职后教育，招生考试的目的，主要在于测试考生是否达到了高中毕业的文化水准，是否具有接受高等教育的基本起点。只有达到基本水准的考生，才能对口进入成人高校学习。搞水平考试，按其要求，首先得制定出基本水准，然后用这个水准去设计和命制试题，建立题库，使各次考试的成绩等值，各次考试的分数可进行比较。实行水平考试，能利于单位制定

送培计划,利于方便考生报考,学校提高教学质量和扩大社会效益。但是,也应当看到,实现水平考试并非易事,需要有一个逐步创造条件、在实施中逐步完善的较长过程。仅就创造条件来说,就有许多工作要做。例如要组织专家论证,研究制定进入成人高校学习的基本水准;要研究制定并公布水平考试的考试大纲;要科学命题、建立题库;保持试题水平的相对稳定性;要培训和组织一支适应水平考试管理工作的队伍等等。目前,国家教委考试管理中心正就这些问题积极进行研究 and 筹备。考生各省川四陕群和同,外支麻早港前同

新路，需要创业者去开拓，改革需要志者去探索。两套复习丛书，就是在开拓、探索、改革的精神鼓舞下，为适应水平考试之所需，为解决成人考生读书难、买到适用的书更难之所急，同时亦为探索水平考试复习辅导之新路而组织编写的。成人高考这套复习丛书分为政治、语文、数学、物理、化学、历史和地理七本学科分册。各学科分册均按国家教委颁布的《1990年~1992年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》规定的各学科复习的内容和要求，参考全日制普通中学通用教材，并认真分析了近几年成人高考试题及考生答卷情况而编撰的，这套复习丛书是由卢铁城、徐宗钰、王锡宇、罗开贵、郑海朝等同志负责组织编写的。其作者均是长期从事成人教育的学术造诣较深的专家、学者、教师。在编辑指导思想上，着力体现成人教育的特点，对上成人的口味，做到有针对性和可读性。在谋篇布局、内容安排上，注意采诸家之长处，反映历届考生解题之经验教训，既系统地有重点地介绍各学科必须掌握的基础知识，又有针对性地设计了若干例题，力求使读者通过此书从低到高，由了解、理

解，进而会综合运用，以收到读有所获，学有所成之实效。

改革传统考试，实行新的水平考试，需要时间、需要探索；为适应水平考试需要所进行的自学方法、复习辅导教学方法的变革，同样需要时间，需要研究。而对于文化基本水平的掌握，哪些知识必须掌握，哪些该详，哪些须略，确有一定难度。因此，限于水平，亦限于时间仓促，这套丛书中的错误在所难免。切望读者及同行指正。

这套复习丛书的编辑出版，承蒙得到国家教委成人教育司的指导和支持，同时得到四川省各主管部门、四川省招委办公室宣传组、成人招生组的支持。在此谨致以衷心感谢！

编 者

一九九〇年九月三十日于成都

目 录

第一章 预备知识	(1)
第一节 实数、式、方程和方程组	(1)
第二节 集合	(18)
第三节 不等式和不等式组	(22)
第四节 指数和对数	(33)
练习一	(41)
第二章 函数	(45)
第一节 函数的概念	(45)
第二节 几个基本函数	(54)
第三节 幂函数、指数函数和对数函数	(61)
练习二	(68)
第三章 三角函数	(71)
第一节 三角函数的概念	(71)
第二节 三角函数式的变换	(79)
第三节 三角函数的图象和性质	(105)
第四节 解三角形	(114)
第五节 反三角函数和三角方程	(123)
练习三	(137)
* 第四章 立体几何	(145)
第一节 直线与平面	(145)
第二节 平面与平面	(156)
第三节 多面体与旋转体	(166)

练习四	(185)
第五章 平面解析几何	(189)
第一节 直线	(189)
第二节 圆锥曲线	(200)
* 第三节 极坐标、参数方程	(225)
练习五	(229)
第六章 数列、数学归纳法	(233)
第一节 数列	(233)
* 第二节 数学归纳法	(242)
练习六	(248)
* 第七章 排列、组合与二项式定理	(250)
第一节 排列与组合	(250)
第二节 二项式定理	(257)
练习七	(260)
* 第八章 复数	(262)
第一节 复数的概念	(262)
第二节 复平面、复数的向量表示法	(263)
第三节 复数的运算	(267)
练习八	(286)

附录 I

近三年全国成人高等学校招生考试统一考试试题及参考答 案	(288)
--------------------------------------	-------

附录 II

各章练习题参考答案	(343)
-----------------	-------

第一章 预备知识

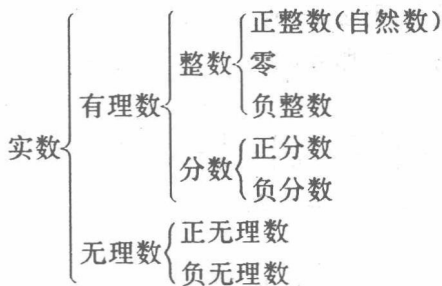
第一节 实数、式、方程和方程组

一、实数

1、实数的定义

定义 有理数和无理数统称实数。

2、实数的分类



3、数轴 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

任何一个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反过来，数轴上的任何一点也对应着一个实数。这就是说，数轴上的点和实数之间具有一一对应的关系。

4、相反数

在数轴上原点的两旁，离开原点距离相等的两个实数，叫做相反数。实数 a 和 $-a$ ($a \neq 0$) 互为相反数。零的相反数是零。

例如： $+5$ 是 -5 的相反数， -5 是 $+5$ 的相反数； $\frac{1}{2}$ 的相反

数是 $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 $\frac{1}{2}$ 。

5、绝对值

正数的绝对值是它本身;负数的绝对值是它的相反数;零的绝对值是零。即

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

$|a|$ 的几何意义,是数 a 在数轴上的对应点到原点的距离。

6、实数的大小比较

设在数轴上与实数 a 和 b 相对应的两个点分别是 A 和 B 。

(1)如果 A 在 B 的左边,那么 $a < b$;

(2)如果 A 和 B 重合,那么 $a = b$;

(3)如果 A 在 B 的右边,那么 $a > b$ 。

例1 计算:

$$-2^2 + (-2)^2 - (-1)^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \div \frac{1}{6} - |-1|$$

解: 原式 $= -4 + 4 - 1 - 1 = -2$

例2 计算:

$$\frac{1}{(-0.2)^2} \div \left[2\frac{1}{2} - (-1 + 2\frac{1}{4}) \right] \times 0.4$$

解: 原式 $= \frac{1}{0.04} \div \left[2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} \right] \times 0.4$

$$= \frac{100}{4} \div \frac{5}{4} \times \frac{4}{10}$$

$$= \frac{100}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{10} = 8$$

说明:(1)分数、小数混合运算,有时将小数化为分数比较简便;

(2)注意运算顺序。

例3 已知 $|m| > |n|$, 能断定 $m > n$ 吗?

分析:① 本题没有指出 m, n 是什么样的实数, 因此必须讨论 m, n 可能为各种数的情况。

② 由于已知 $|m| > |n|$, 因此 $m \neq 0$, 因为零的绝对值最小。

③ 解题时应用实数大小的比较法则。

解:① 若 $m > 0, n > 0$, 则 $m > n$ 。

② 若 $m < 0, n < 0$, 则 $m < n$ 。

③ 若 $m > 0, n < 0$, 则 $m > n$ 。

④ 若 $m < 0, n > 0$, 则 $m < n$ 。

⑤ 若 $m > 0, n = 0$, 则 $m > n$ 。

⑥ 若 $m < 0, n = 0$, 则 $m < n$ 。

据上面六种情况显然有: 当 $|m| > |n|$ 时, 不能断定 $m > n$ 。

二、代数式

1、代数式的概念

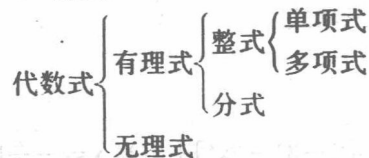
(1) 代数式和代数式的值

用运算符号和顺序符号把数或表示数的字母连结而成的式子, 叫做代数式。

单独的一个数或一个字母, 如 $-31, 0, x$, 也是代数式。

用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果, 叫做代数式的值。

(2) 分类



2、整式

(1) 整式的概念

① 单项式 如果一个代数式,都是数与字母的积,或字母与字母的积,这样的代数式叫做单项式。例如, $2x$, $-\frac{3}{4}a^2$, $\frac{5x^2y^3}{7}$ 都是单项式。

单独一个数或字母,如 -5 , x 也是单项式。

② 多项式 几个单项式的和叫做多项式。例如 $4x-5$, ax^2+bx+c ; 是多项式。

③ 单项式和多项式统称整式。

(2) 整式的四则运算(略)。

(3) 乘法公式

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

(4) 多项式的因式分解

① 因式分解的意义 把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做多项式的因式分解。

注意:因式分解应在指定的数的范围内分解,分解到不能再分为止,通常在不加声明的时候,都在有理数范围内进行。

② 因式分解的方法

(i) 提取公因式法;

(ii) 利用乘法公式法;

(iii) 十字相乘法(对二次三项式);

(iv) 分组分解法;

(v) 添项拆项法。

例 4 化简 $3x^2 - [7x - (4x - 3) - 2x^2] + 2$; 当 $x = -\frac{2}{5}$ 时,

求这个代数式的值。

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 3x^2 - [7x - 4x + 3 - 2x^2] + 2 \\ &= 3x^2 - [3x + 3 - 2x^2] + 2 \\ &= 3x^2 - 3x - 3 + 2x^2 + 2 \\ &= 5x^2 - 3x - 1\end{aligned}$$

$$\text{当 } x = -\frac{2}{5} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = 5\left(-\frac{2}{5}\right)^2 - 3\left(-\frac{2}{5}\right) - 1 = \frac{4}{5} + \frac{6}{5} - 1 = 1.$$

说明:(1) 在求代数式的值时,一般先化简后再求值比较简便;

(2) 在式子变形时,要特别注意添去括号时符号的变化。

例 5 计算:

$$(a+b+c)(-a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)$$

$$\text{解:原式} = [(b+c)+a][(b+c)-a] \times [a+(b-c)][a-(b-c)]$$

$$\begin{aligned}&= [(b+c)^2 - a^2][a^2 - (b-c)^2] \\ &= (b^2 + 2bc + c^2 - a^2)(a^2 - b^2 + 2bc - c^2) \\ &= [2bc + (b^2 + c^2 - a^2)][2bc - (b^2 + c^2 - a^2)] \\ &= 4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2 \\ &= 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4.\end{aligned}$$

说明:运用乘法公式时,应熟练掌握公式的特点,并注意分析题目的特征,然后通过恒等变形,使之转化为符合公式的形式。

例 6 分解因式:

$$(1) 4a^2bc + 6a^3b - 10a^2b^2$$

$$(2) 12a^3b - 12a^2b^2 + 3ab^3$$

$$(3)a^2-2ab+b^2-3b+3a+2$$

$$\text{解: (1) } 4a^2bc+6a^3b-10a^2b^2 \\ = 2a^2b \cdot 2c + 2a^2b \cdot 3a - 2a^2b \cdot 5b$$

$$= 2a^2b(2c+3a-5b)$$

$$(2) 12a^3b-12a^2b^2+3ab^3$$

$$= 3ab(4a^2-4ab+b^2)$$

$$= 3ab(2a-b)^2$$

$$(3)a^2-2ab+b^2-3b+3a+2$$

$$= (a^2-2ab+b^2) + (3a-3b) + 2$$

$$= (a-b)^2 + 3(a-b) + 2$$

$$= (a-b+2)(a-b+1)$$

例 7 分解因式:

$$(1)x^4+x^2y^2+y^4$$

$$(2)x^3+5x^2+3x-9$$

$$\text{解: (1) } x^4+x^2y^2+y^4$$

$$= x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2$$

$$= (x^2+y^2)^2-x^2y^2$$

$$= (x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$$

$$(2)x^3+5x^2+3x-9$$

$$= x^3-x^2+6x^2-6x+9x-9$$

$$= x^2(x-1)+6x(x-1)+9(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2+6x+9)$$

$$= (x-1)(x+3)^2$$

说明:分解因式时,有时需在原式基础上,把某些项拆成几项或增减某些项(但要保持与原式恒等),以创造条件利用公式或其他方法进行分解。这就要在熟练地掌握各种基础的知识上,不断总结经验,以便灵活应用。

3、分式

(1)分式 除式中含有字母的有理式叫做分式。例如 $\frac{m-2n}{t}$, $\frac{k}{r}$, $\frac{1}{x-y}$ 等,都是分式。当分母是零时,分式就没有意义。

(2)分式的基本性质

分式的分子和分母都乘以(或除以)不等于零的同一个代数式,分式的值不变。即 $\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb} (m \neq 0)$

(3)分式的运算法则(略)

例8 在分式 $\frac{x+1}{x^2-5x+6}$ 中, x 允许取哪些值?

解: $\frac{x+1}{x^2-5x+6} = \frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$

$\because x=2$ 或 $x=3$ 时原分式没有意义

$\therefore x$ 允许取除 2、3 以外的任何实数值。

例9 当 $a = \frac{2}{3}$, $b = -3$ 时,求代数式

$$\frac{b}{a-b} + \frac{b^3}{a^3-2a^2b+ab^2} \div \frac{ab+b^2}{b^2-a^2} \text{ 的值。}$$

解: 原式 $= \frac{b}{a-b} + \frac{b^3}{a(a-b)^2} \cdot \frac{(b-a)(b+a)}{b(a+b)}$

$$= \frac{b}{a-b} + \frac{b^2}{a(b-a)}$$

$$= \frac{ab-b^2}{a(a-b)}$$

$$= \frac{b}{a}$$

当 $a = \frac{2}{3}$, $b = -3$ 时,

$$\text{原式} = \frac{-3}{\frac{2}{3}} = -3 \times \frac{3}{2} = -\frac{9}{2}$$

说明:注意符号变化: