SI SE CAI XIANG MING TI

四色猜想命题

——张尔光研究文集

张尔光◎著

全国百佳出版社
中央编译出版社
CCTP Central Compilation & Translation Press

SI SE CAI XIANG
MING TI

四色猜想命题

——张尔光研究文集

张尔光◎著

全国百佳出版社
中央编译出版社
CCTP Central Compilation & Translation Press

图书在版编目（CIP）数据

四色猜想命题：张尔光研究文集 / 张尔光著．—北京：中央编译出版社，2012.4

ISBN 978-7-5117-1226-4

Ⅰ.①四… Ⅱ.①张… Ⅲ.①信息论—数学理论—文集 Ⅳ.①O236-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 271018 号

四色猜想命题：张尔光研究文集

出 版 人：和　龚
责任编辑：王舄灵
责任印制：尹　珺
出版发行：中央编译出版社
地　　址：北京西城区车公庄大街乙 5 号鸿儒大厦 B 座（100044）
电　　话：（010）52612345（总编室）（010）52612365（编辑室）
（010）66161011（团购部）（010）52612332（网络销售）
（010）66130345（发行部）（010）66509618（读者服务部）
网　　址：www. cctpbook. com
经　　销：全国新华书店
印　　刷：三河市华东印刷有限公司
开　　本：710 毫米×1000 毫米　1/16
字　　数：171 千字
印　　张：9.5
版　　次：2012 年 4 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价：29.00 元

本社常年法律顾问：北京大成律师事务所首席顾问律师　鲁哈达

凡有印装质量问题，本社负责调换，电话：010－66509618

写在前面的话

要破解一个数学命题，首先要读懂命题，正确解读命题，才能谈得上正确破解命题。四色猜想命题，是一个典型的被事物现象遮住了事物本质的命题。想要破解它，首先要读懂它，正确解读它。

数学家K. 阿沛尔说过：“四色问题的一个简短证明有朝一日会被发现，甚至被一位因此而一举成名的天才高中生所发现。”阿沛尔这段话透露出这么一层意思：四色问题是一个应用高中数学知识就可破解的问题。基于这种理解，可以说，破解四色猜想命题，数学知识并不是第一重要的知识能力，而观察事物能力和分析事物能力才是第一重要的知识能力。这是由四色猜想命题来自于地图着色现象这个事实所决定的。从“地图着色现象”中找到它的规律性东西，这是不可绕过去的首要前提，其次才是如何用数学知识作出证明的问题。

一百五十多年来，研究四色猜想命题的数学家们，没能破解四色猜想命题，不是他们不具备破解四色猜想命题的数学理论知识，而是他们忽略甚至忽视了对“地图着色现象”所反映出来的本质问题进行更深层次的研究，不知道此命题这把“锁”里面结构的奥秘，只是仿照前人的开“锁”方法来开“锁”。

前人对葛斯里发现的地图着色现象的最大误读，就是把“四色”理解为该现象的最核心的关键词，将这一现象定之为“四色定理（四色猜想）”。倘若当年的数学家们能够从这一现象中，由发现平（球）体表面的图仅需四色区分，进而发现环体表面的图仅需五色区分，继而发现丁环体表面的图仅需六色区分、8字连环体表面的图仅需七色区分，直至发现复杂、更为复杂的多环体表面的图仅需八色、九色……n色区分，那么，他们就会从这一系列的仅需色数现象中，发现“仅需”两字才真正是地图着色现象的最核心的关键词，就会明白平（球）体表面的图仅需四色区分只不过是n种仅需色数现象中的一个实例而已，就会将这一系列现象定之为“仅需色数定理”。然而，令人遗憾的是，由于当时的条件所限（尤其是对地图着色现象的认识所限），前人未

能做到这一点；更令人遗憾的是，后人至今还未能纠正这一误读。

要想正确破解四色猜想命题，必须读懂并能正确回答这四个问题：问题1. 四色猜想命题要人们破解的是什么？问题2. 破解四色猜想命题的切入点在哪里？问题3. 决定和制约图的仅需色数的因素是什么？问题4. 图的面与面之间的相邻关系和非相邻关系，用数学来表达时是什么关系（即是排列关系还是组合关系），图的结构模式是什么模式（即是排列模式还是组合模式）？

实践证明，不懂得某项技术原理，就谈不上懂得对该项技术的操作。同理，不弄清楚图的形成原理，不弄清楚图的“组装原件”——面在组成图这个整体时，它们之间的关系是一种什么关系，当然也就谈不上找到破解四色猜想命题的正确答案。

四色猜想命题的破解，实际上是对“四色”这个“仅需色数”作出证明，并非是对在“四色”的前提下图的各面如何着色使之成立的证明。而笔者看到的有关四色猜想命题的证明，都属于后者的证明。就研究四色猜想命题而言，人们不仅未能走出“面的数量”这个“怪圈”，而且也未能跳出“如何着色”这个“误区”。

本人知道，k 是色数的规范符号。本人之所以以 S 而不以 k 来表示色数，是因为 S 不仅仅是表示色数，而更重要的是表示“仅需色数”。本人也知道，就证明四色猜想命题而言，“两点连线”的证明方法，是数学界公认的规范的证明方法。本人在发表的有关四色猜想命题的文章中，之所以不应用“两点连线的证明方法”，而应用自创的“边界线添画相邻点的证明方法”，其因由在于，“两点连线的证明方法”存在最大的缺陷是，当图的面数为几十个以上时，人们已很难从蜘蛛网般的图中辨认图的面与面之间的连接关系（即顶与顶之间的连接关系），而“边界线添画相邻点的证明方法”不仅克服了这个缺陷，而且比“两点连线的证明方法”具有更多的优点。首先，“边界线添画相邻点的证明方法”与图的形成原理更为相通；其次，相邻点和非相邻点更为准确、科学表达面与面之间的相邻关系和非相邻关系，在图的组合模式中容易区分；第三，由相邻点和非相邻点组成的组合模式，准确表达了图的结构模式，与数学的组合原理相吻合。这一证明方法尽管是另辟蹊径，与当今图论的证明方法不那么相容，但我坚信，总有一天是会被人们接受和认可的。

我自知本人的论证不那么规范。但正确比规范更为重要。这也就是说，在阅读本书时，请各位老师不要“先入为主”，不要以“图论”的证明方法来衡量本人的证明方法（含拙作）规范不规范，而是要以平等的眼光作比较，是谁的证明方法才是正确的证明方法。本人的证明方法及证明结果与“图论”

的证明方法及证明结果完全不同。这当中，是本人的证明方法有错，还是“两点连线”证明方法有错，抑或是“图论”应用“两点连线”证明方法时有错？对此，我认为国家数学研究机构应当予以鉴别。而笔者的答案是：本人的证明结果与正确应用“两点连线”证明方法的证明结果一致，错是错在“图论”在应用“两点连线”证明方法时存在三大缺陷。

我坚信，我的发现是正确的，我的研究成果是可靠的，总有一天是会被人们接受和认可的。因为它是来自于上千个实图的证明，来自于两种证明方法的证明，来自于多个不同物体表面的图的证明。

温家宝总理在今年召开的中国科学技术协会第八次全国代表大会上强调：“在科技领域，大力营造敢为人先、敢于创造、敢冒风险、敢于怀疑批判和宽容失败的环境，鼓励自由探索，发扬学术民主，提倡学术争鸣”。本人认为，在四色猜想命题的研究上，数学家缺少的不是钻研精神，而是“敢于怀疑”的科学态度。

科学发展史告诉我们：只有后人发现并纠正前人的错误理论，不可能前人发现并纠正后人的错误理论。但是，前人的错误理论尤其是被公认为正确的错误理论，更容易引领后人往错误的方向走下去。在四色猜想命题的研究上，是不是被一种被公认为正确的前人的错误理论引领着？——这正是我怀疑的，也是值得数学家们思考的。

作者：张尔光
2011 年 6 月 18 日

目 录

CONTENTS

我对四色猜想命题的解读及证明方法的比较

摘　要　本文透过事物现象，以独有的视角，对四色猜想命题的实质性问题，包括要解答的问题是什么、地图不等于平面图、“两个数字密码”、四色区分与分为四色的异同等问题进行了解读，同时，运用实例将本人的“组合说”证明方法与其他证明方法作比较，让人们在比较中作出鉴别。

关键词　四色猜想　解读　地图　证明方法　比较

自 2009 年 10 月以来，我在《科技资讯》和《科技创新导报》先后发表了 6 篇有关研究四色猜想命题（简称为“四色命题”）方面的文章。为使人们能真正读懂和正确理解四色命题，认可“张尔光的‘组合说’”，本文想谈谈我对四色命题的解读，并将本人的证明方法与其他证明方法作个比较。

1. 我对四色猜想命题的解读

要破解一个数学命题，首先要读懂命题，正确解读命题，才能谈得上正确破解命题。要破解四色命题，其道理亦然。

解读一　四色命题是一个“有设定条件、已知结果、但不知因由”的命题，它要人们作出解答的是“为什么能够做到”的问题，并非是“能否做到”的问题。事实告诉我们，于 1852 年弗南西斯·葛斯里提出的四色命题，来自于“无论多么复杂的地图，只消用四种色调就足以将相邻区域区分开”（引自《古今数学趣话》第 9 页）现象。葛斯里对这个现象（即着色结果）感到不解，并认为这是个数学问题，于是便写信给他哥哥（数学家），以求得到数学解答。然而他哥哥也解答不了，他哥哥又写信给自己的老师德·摩根（大数学家），请求作出解答。老师同样解答不了……由此看

出，葛斯里完全知道四色区分这一着色结果，他提出的命题包含着“相邻区域不能同着一色”这个前提条件及“完全能够做到”和“为什么能够做到”两层含义，要人们解答的不是“能否做到”的问题，而是“为什么能够做到”的问题。

解读二　地图是四色命题中的一个关键词，地图与平面图是两个截然不同的概念。要破解四色命题，必须读懂“地图”这个词。这里说的“读懂”，是指要弄清楚地图的载体是什么、地图的形成原理、地图的结构模式以及其区域与区域之间的关系是什么。我对“地图”是这样解读的：所谓“地图”，是展现在球体表面、被划分为若干区域（国家）的组合整体。这个解读表达了三个意思：（1）球体表面是地图的载体，研究四色命题时不应漏缺“物体表面”这个要素；（2）地图是组合的整体，并非是排列的整体；（3）如把“地图”解读为“平面图”（或混为一谈），那肯定是一种误读。这有事实为证。事实1，地图原本是展现在球体表面的图，平纸上的地图，只不过是将球体表面的图“移”到平体表面来展现而已。因此，地球仪上的地图与平纸上的地图是有区别的，前者的经纬线是直线，后者的经纬线是弧线。这个“弧线”，既是球体与平体的区别标志，也是地图与平面图的区别标志。事实2，同胚体不等于同一体。我们知道，圆形、方形、五角星形都是由一条 AB 线集合而成的区域，它们之间可拓扑置换，但不是同一体，当它们以“面”出现时，圆形面不等于是方形面、五角星形面。同样的道理，平体、球体、钻石体、方体、圆锥体等，其物体表面的全相邻力均为“$L=4$”（即只能做到使“4 个面”全相邻），它们是同胚体，可拓扑置换。这仅是从拓扑学角度来说的。但当它们成为图的载体时，就有了本质的区别，比如球体与平体，地图上的经纬线的不同，就是最好的例证；又比如圆锥体与钻石体，如要将钻石体表面的图“移”到圆锥体表面来展现，同时又要将钻石体 12 个“棱面”之间的区域与区域之间的关系表达清楚，恐怕不容易做到。可见，当成为图的载体时，此同胚体不等于彼同胚体，它们之间是有本质区别的。

解读三　四色命题不是一个仅局限于对“平（球）体表面的图（即地图，下同）的仅需着色种数”研究的命题。由于球体表面的图和平体表面的图均仅需 4 色区分，致使人们把球体与平体误读为同一体，把两种物体表面的图归之为平面图，其研究也仅局限于对“平面图（即平、球体表面的图）的仅需着色种数”的研究。其实，假如将球体与平体解读为属于同胚体的两个物体，又将环体表面的图仅需着色种数大于 4 这个事实联系起来，那么，四色命题的研究应当包含“为什么同胚体表面的图其仅需着色种数相同”“为什么非同胚

体表面的图其仅需着色种数不相同”这两个子命题的研究。因为，弄清楚了这两个子命题的同异之“因”，也就找到了“为什么平、球体表面的图同为仅需4色区分”之因。所以，四色命题不是一个仅局限于对“平（球）体表面的图的仅需着色种数”研究的命题，其研究的外延应扩伸到对“其他物体表面的图的仅需着色种数”的研究（这就好比研究地球的生命起源要把研究的外延扩伸到对其他星球的生命研究一样）。

解读四　“地图的区域与区域之间（即图的面与面之间，下同）的关系是什么关系”，这是四色命题的一个重要“数字密码”。地图的区域与区域之间的关系是相邻关系和非相邻关系，这是常识问题。但当将这种“相邻关系和非相邻关系”用数学数字表达出来时，它是一种什么关系呢。这乃是破解四色命题的一个重要“数字密码”。因为，事实证明，图的需用色数的决定因素不是面的数量，而是图的面与面之间关系。因此，要破解四色命题，就得先将“地图的区域与区域之间的关系”用数学数字表达出来，方可弄清楚这个数学数字与色数数字之间的内在联系。这就是“数字密码”的原因所在。

解读五　“四色区分”与“分为四色”，两者“‘分’的等式”相同，只是“‘分’的条件”不同，“地图为什么仅需四色区分”的依据是四色命题的另一个重要“数字密码”。为说清楚这个问题，试举“人”这个例子。我们把“人（N个人）”分为若干群，在没设定条件下，随意分为2群、3群、4群……n群人，均为成立。那么，设定以“年龄段”为条件，把“人（N个人）”分为若干群，如设2个年龄段，则可分2群人；如设3个年龄段，则可分3群人；如设4个年龄段，则可分4群人……如设n（$n<N$）个年龄段，则可分n群人，均可成立。显然，两者“‘分’的等式”相同，均可表示为“n群（人）$=C_{n_1}^{n_1}+C_{n_2}^{n_2}+C_{n_3}^{n_3}+C_{n_4}^{n_4}+\cdots\cdots$”，但两者“‘分’的条件”不同，前者是随意分的，后者是以“年龄段”段数为依据的。同样的道理，在对“四色区分”的理解上，“四色区分”与“分为四色”，两者“‘分’的等式”相同均为“S（色数）$=C_{n_1}^{n_1}+C_{n_2}^{n_2}+C_{n_3}^{n_3}+C_{n_4}^{n_4}+\cdots\cdots$”，所不同的是“‘分’的条件”，“分为四色”是随意分法，不受面与面之间关系的条件限制，而“四色区分”是在“相邻区域不能同着一种颜色”的条件下进行的，是有条件分法。在这里，要指出的，“相邻区域不能同着一种颜色”是“地图仅需四色区分”的条件，并不是依据。可知，不论地图以多少种颜色区分和分为多少种颜色，其区分等式都是成立的，而“地图仅需四色区分”的依据是一个什么数字，这才是四色命题中真正要破解的“密码”。又事实告诉我们，2个面相邻需2

色区分，3 个面全相邻需 3 色区分，4 个面全相邻需 4 色区分……据此推断，平、球体表面的全相邻力能做到使“几个面”全相邻，便是“地图仅需四色区分”的依据，而“物体表面的全相邻力”是“物体表面的图仅需着色种数”的依据。本人的研究结果与此推断完全吻合。

2. 本人的证明方法与其他证明方法的比较

就四色命题来说，不同的解读，其破解的思路和证明方法也不同。有比较才有鉴别。本人的证明方法与其他证明方法，究竟哪一种证明方法才是破解四色命题的正确方法呢？不妨通过比较来鉴别。

2.1 本人的比较法与穷举法的比较

本人遵循“为什么能够做到”的思路，应用“同中求同，同中求异，异中求异，异中求同”的证明方法求得：一字状结构的图，不论其图的面的数量是多少，仅需 2 色区分，是在于其图的相邻面的组合力为 C_2^2；梳子状结构的图，不论其图的面的数量是多少，仅需 3 色区分，是在于其图的相邻面的组合力为 C_3^2；梯子状结构的图，不论其图的面的数量是多少，仅需 4 色区分，是在于其图的相邻面的组合力为 C_4^2，并进而求得“图的相邻面的组合力 C_n^2 的 n”与“图的着色种数 S”具有等于关系。那么，依照“能否做到”论者的穷举法求证，则是，一字状结构的图，当其图的面的数量为 3、4、5……n 个时，能否做到 2 色区分；梳子状结构的图，当其图的面的数量为 4、5、6……n 个时，能否做到 3 色区分；梯子状结构的图，当其图的面的数量为 5、6、7……n 个时，能否做到 4 色区分。无疑，其证明结果只能是对“能否做到”的回答，但对于“为什么能够做到”永远不会有正确答案，也不可能求得“C_n^2 的 $n=S$”这种关系等式。

同样，本人应用比较法和归纳法求得，平、球体表面的图不论其图的面的数量是多少，仅需 4 色区分，是在于其物体表面的全相邻力 $L=4$，其图的相邻面的组合力为 C_4^2；环体表面的图不论其图的面的数量是多少，仅需 5 色区分，是在于其物体表面的全相邻力 $L=5$，其图的相邻面的组合力为 C_5^2；丁环体表面的图不论其图的面的数量是多少，仅需 6 色区分，是在于其物体表面的全相邻力 $L=6$，其图的相邻面的组合力为 C_6^2，并进而求得“物体表面的全相

邻力”（L）、“物体表面的图的最高相邻面的组合力”（C_n^2）、“物体表面的图仅需着色种数”（S）三者关系的定理为：$L=C_n^2$ 的 $n=S$。那么，依照“能否做到”论者的穷举法求证，则是，平、球体表面的图，当其图的面的数量为5、6、7……n 个，又图的面与面之间关系发生变化时，能否做到4色区分；环体表面的图，当其图的面的数量为6、7、8……n 个，又图的面与面之间关系发生变化时，能否做到5色区分；丁环体表面的图，当其图的面的数量为7、8、9……n 个，又图的面与面之间关系发生变化时，能否做到6色区分。无疑，这得借用机器来证明，其证明结果只能是对“能否做到”的回答，但对于“为什么能够做到”永远不会有正确答案，更不可能通过对各物体表面的图仅需着色种数的同异原因而求得“$L=C_n^2$ 的 $n=S$”的定理。

2.2 本人“组合说”证明方法与“两顶（即两点）连线”的证明方法的比较

本人以图的形成原理为切入点，求证到图的面与面之间的相邻关系和非相邻关系均为 C_2^2 组合关系，图的结构模式是 C_N^2 组合模式。“两顶连线”的证明方法是数学界认可的证明方法。那么，这两种证明方法哪一种才是四色命题的可靠的证明方法呢？试举例作证明比较。

如图1、图2，是我国高等院校“图论”教材中有关“着色理论”的两个例图。图1是图2“加上新边 v_4v_6，v_3v_5，v_5v_7 得到的图”，该书以此证明并得出结论：“添加上新边只能色数不减，甚至变大。”

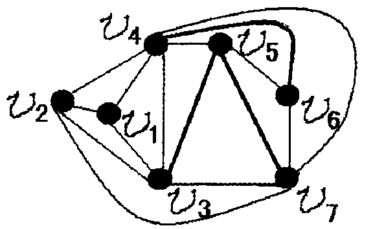


图1

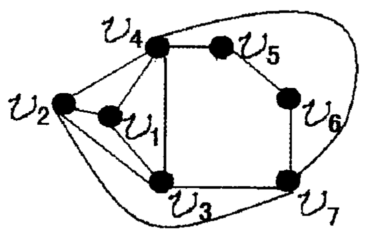


图2

图3是应用“组合说”证明方法将图1、图2完整表达后的图表。

从图1、图2与图3的比较中可知，“两顶连线”的证明方法对“添加上新边只能色数不减，甚至变大”的结果未能说出其“所以然”，而“组合说”证明方法对此结果能说出其“所以然”：图1“添加上新边”后，虽是相邻点（即边）增加了，但其图的相邻面的组合力并没有升降，仍为 C_4^2，故色数仍

为4。

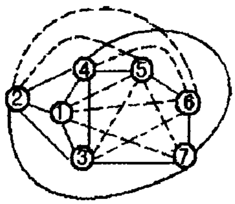
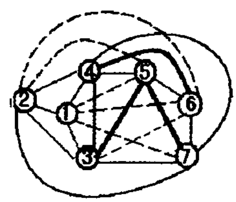
图例	图2	图1
将原图的顶置换为有编号的点，将非连接的两点之间添加上虚线		
由连接点和非连接点组成的图的组合模式	12 13 23 14 24 34 1‖5 2‖5 3‖5 45 1‖6 2‖6 3‖6 4‖6 56 1‖7 27 37 47 5‖7 67	12 13 23 14 24 34 1‖5 2‖5 35 45 1‖6 2‖6 3‖6 46 56 1‖7 27 37 47 57 67
图的相邻面的组合力	C_4^2	C_4^2
需用色数	4	4

图3 图1、图2完整表达证明图

坦诚地说，这不能说“两顶连线”的证明方法是错误的证明方法，而问题是在于人们应用此证明方法时存在欠缺的地方：其一，图中表达的内容欠完整，只表达“两两相邻”关系，不表达“两两非相邻”关系。这只能说是“半个图”；其二，证明的程序欠完整，将面置换为顶（或点）、添加上连接线后，就直接进入证明程序，漏缺了将“两两相邻”关系和“两两非相邻”关系以组合数字完整记录下来，并循序对号入座到组合模式中去这个程序。正因为如此，不可能证明到图的结构模式是 C_N^2 组合模式，更谈不上从图的 C_N^2 组合模式中发现更多的东西。诚然，在应用“两顶连线”的证明方法时，假如表达的内容和证明的程序都是完整的（见图3），那么，其证明结果与本人证明方法的证明结果则必是殊途同归。正因为表达内容欠完整和漏缺了必要的程序，致使应用“两顶连线”的证明方法对地图着色区分（即四色猜想）的证明，乃是应用拓扑原理创造出新的假象（即平面图着色区分）来证明原来的假象（即地图着色区分）的证明而已。

2.3 本人的五点连接证明图与 K_5 图的比较

图 4 是 K_5 图，即是五色区分图。无疑，如按图 4 所表达的那样，图中的 10 条线均为连接线，表明 5 个点全连接，需 5 色区分。但如将它展现在平体表面，是不可能实现的图（地图）。因为，事实证明，平体表面不能做到五个点（面）全连接。

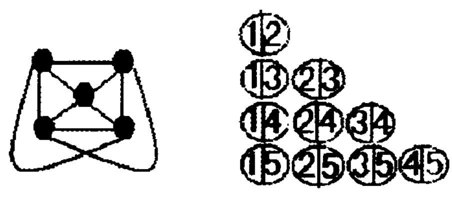


图 4 及其组合模式

图 5 是本人对平体表面不能做到五个点全连接的证明图。图中的实线是表示连接线，虚线是表示非连接线。因①与⑤两个点的连线是非连接线，故图中五个点不能做到全连接，图的相邻面组合力为 C_4^2，需 4 色区分。

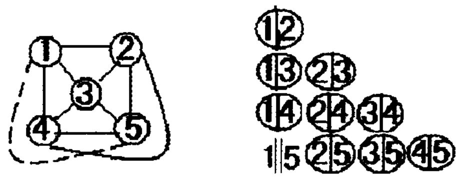


图 5 及其组合模式

图4、图5 两个图同为由 5 个点 10 条线组成，所不同的，图 4 的 10 条线均为实线，图 5 的 10 条线为 9 条实线、1 条虚线。这“1 条虚线”之差，就是本人的“组合说”证明方法与“两顶连线”的证明方法的本质区别。那么，这两个图谁的表达是正确的呢？笔者提供两个实例作为检验的参考标准。

实例 1　有 5 个城市彼此交通直达。现以 5 个点表示 5 个城市，以实线表示交通线（或公路），用图表达出来。可以肯定，图中 10 条线必有两条线交叉通过，亦即必有 1 条交通线被另 1 条交通线隔断。

实例 2　将 K_5 图的 5 个点置换为 5 个面（即区域），可以肯定，不论如何变换此 5 个面的面与面之间的关系，必有两个面非相邻。

笔者对“两点（顶）连线”的证明方法确立了这个规则：连接线与连接线不可交叉通过；非连接线与非连接线可交叉通过；非连接线与连接线可交叉通过。当你对两个实例得出“肯定”的答案后，你认为这个规则是不是必须遵循呢？

在这里，我想说句真话：“请不要戴着‘图论’的有色眼镜、而要以平等的眼光来看本人的证明方法及学术论文，正确比规范更重要。”

科学发展史告诉我们：只有后人发现、纠正前人的错误理论，不可能前人发现、纠正后人的错误理论。但是，前人的错误理论尤其是被公认为正确的错

误理论，往往容易引领着后人往错误的方向走下去。在四色猜想命题的研究上，是不是被一种被公认为正确的前人的错误理论引领着？——这正是我怀疑的，也是值得大家思考的。

2010 年 8 月 18 日（完稿）

（本文发表于《科技创新导报》2011 年第 1 期）

物体表面的图的仅需色数的定理及其验证方法

——兼对平（球）体表面的图的仅需色数的验证

摘　要　本文以地图的形成原理为切入点，求证到地图的结构模式是 C_N^2 组合模式；应用归纳法，求得物体表面的图的仅需色数的定理，并验证这一定理的正确性提出了验证方法；本文将四色猜想命题设定为 C_N^5 组合模式并作为被验证体，以现实中地图的 C_N^2 组合模式为验证依据，证明结果，C_N^5 组合模式中每一个组合的 5 个元素（即面）至少存在 1 对不相邻的 2 个面，均仅需≤4 色区分，从而证明四色猜想成立。本文还指出，本人的证明结果与正确应用“两点连线”证明方法的证明结果相同，而错是错在“图论”应用“两点连线”证明方法时存在“三大缺陷”。

关键词　四色猜想　地图　分划法　循序逐增　组合原理　组合模式
仅需色数　证明方法

本人研究结果表明，地图的形成原理是破解四色猜想命题的切入点。它不仅可“引领”我们找到地图的面与面之间关系和地图的结构模式，而且还可“引领”我们找到破解四色猜想命题的“金钥匙”。

1.　地图的形成原理与地图的结构模式

1.1　地图的形成原理

本文论题所说的图，是指四色猜想命题中的地图。现对地图的形成原理作图证明。

图 1 是一个由 4 个面组合形成的整体。从图 2 可看出，图 1 是由 1 个面→

2 个面组合→3 个面组合→……这样一个“整体元素（即面的数量）循序逐增”的组合形成过程。

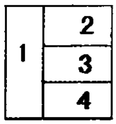


图 1

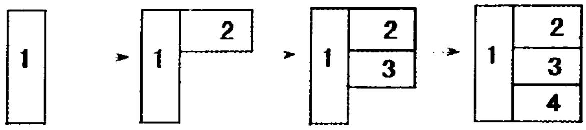
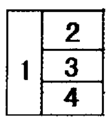


图 2　图 1 的形成过程示意图

但用逆向思维方式去分析，图 1 它又是从一个完整的“面”→分划为 2 个面→分划为 3 个面→……这样一个“整体元素循序逐增”的分划过程（见图 3）。



（原图 1）

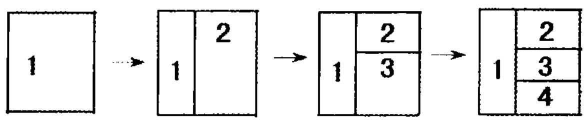


图 3 图 1 的分划过程示意图

可见，地图的形成过程既是整体元素循序逐增的组合过程，又是一个整体元素循序逐增的分划过程。这就是地图的形成原理。

1.2　地图的面与面之间关系是组合关系，地图的结构模式是组合模式

定义 1　相邻面　即彼此之间有共同边界线（即相邻关系）的面。

定义 2　非相邻面　即彼此之间没有共同边界线（即非相邻关系）的面。

定义 3　全相邻面　即与地图中任何一个面均有共同边界线（即均有相邻关系）的面。

定义 4　相邻点　是用以表示两个相邻面关系的一种数学符号。就是在相邻的两个面的共同边界线上画上一个圆圈，并将这两个面的编号分别写在圆圈内组合为一组数字，这个圆圈和圆圈内的共同边界线以及组合数字就称之为相邻点（如图 4 中“1|2”就是表示“1”与“2”两个相邻面关系的相邻点）。

定义 5　非相邻点　是用以表示两个非相邻面关系的一种数学符号。就是将非相邻的两个面的编号分别写在两条竖线（这两条竖线是表示非相邻的意思）的两侧边，并组合为一组数字，这两条竖线和组合数字称之为非相邻点（如图 4 中“2‖4”就是表示“2”与“4”两个非相面的非相邻点）。

定义 6　地图的结构模式　是用以有序、准确记录地图的各面彼此之间相