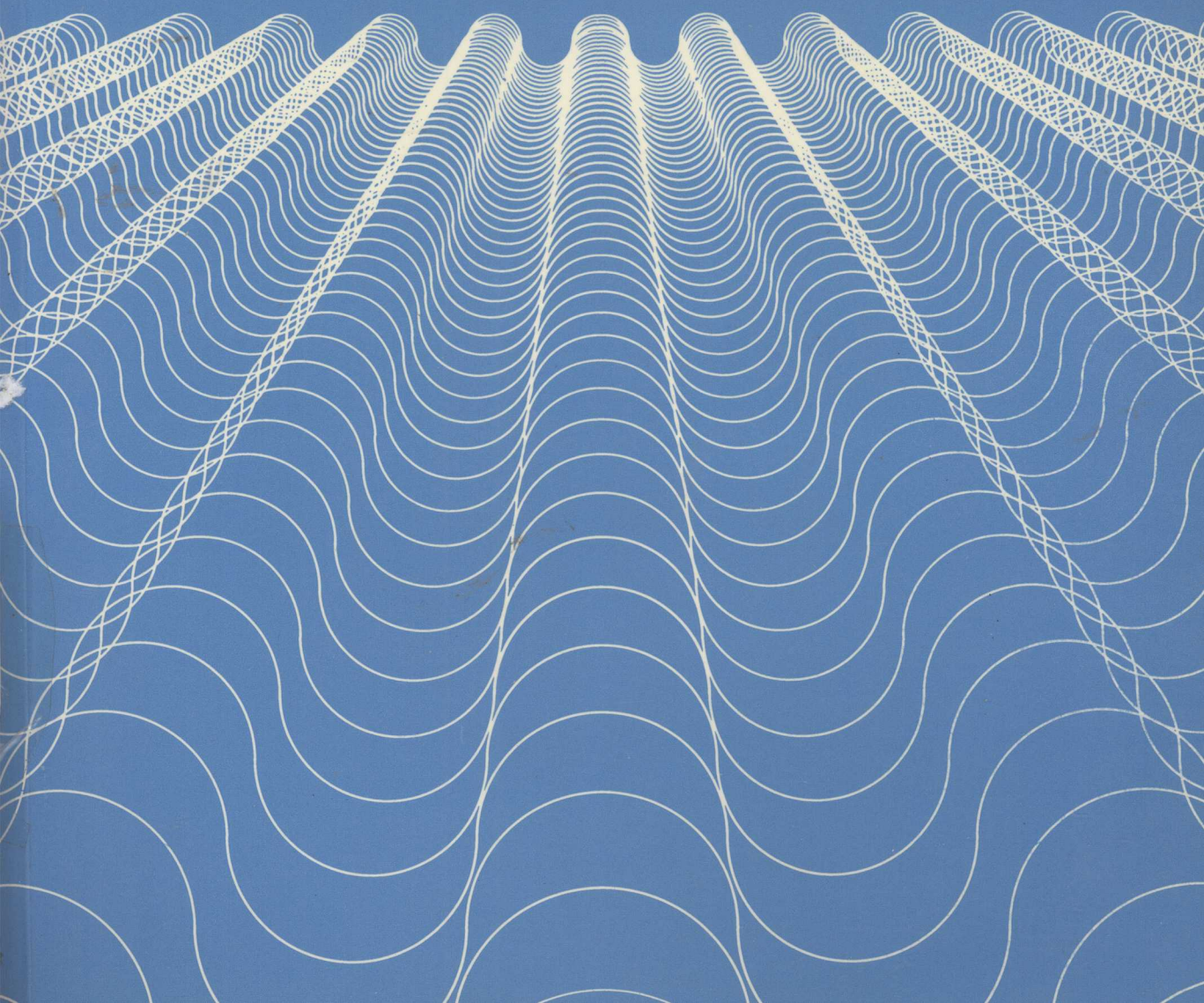


文達

中學數學

2

徐明科
黃鳴嬋
蔡培文



文達

中學數學 2

徐明科
黃鳴嬋
蔡培文

泛太平洋出版集團 附屬機構



文達出版(香港)有限公司
MANHATTAN PRESS (H.K.) LTD.

文

學中

印刷
製圖
文書

MANHATTAN PRESS (H.K.) LTD

文達出版(香港)有限公司

香港新界葵涌華星街華達工業大廈

B座6樓1至6室

©文達出版(香港)有限公司 1988

本書版權由文達出版(香港)有限公司所有。

本書任何部份未經許可不能以影印、錄音或
其它任何方式翻印或翻譯。

第一版 一九八八年

重印 一九八九年

重印 一九九〇年

ISBN 962-7144-53-3

前 言

本書遵照香港課程發展委員會所頒佈的最新的數學科課程綱要編寫。

在數學教學中，重要的是要使學生概念清楚，運算熟練，應用靈活。這也是本書編者所追求的目標。

在引進新的概念時，本書通常都先從實例出發，直觀而清晰地描述所要討論的課題，在學生有了充分認識之後，再自然地引入概念、定理等，以收水到渠成之效。

爲提高學生的運算能力，本教材精心挑選和組織了內容豐富多采的例題、堂上練習和習題。內涵豐富的例題從各個角度向學生示範數學公式和技巧的使用方法，較難的題目或學生容易出錯的地方，都有分析和提示；堂上練習使學生主動積極地鞏固當堂所學的知識，大量的家課練習的編排則由易到難，由淺入深地循序漸進，還有某些挑戰性的題目，這樣可以滿足不同程度的學生的需要。

爲了提高學生的學習興趣和解決問題的實際能力，本書尤其注重介紹了數學在香港這一高度發達的城市中的種種應用。在課文和教師手冊中，也適當地介紹了一些數學史上的材料和歷史上一些富有啓發性的猜想，以拓廣學生的思路。

作爲教材，本書注意到各級學生的心理特徵，行文舉例，深入淺出，語言流暢明白，並附有不少美觀的插圖和富有幽默感的漫畫，圖文並茂，生動活潑。每章結尾都有內容摘要和複習題，在各冊銜接的地方，也安排適當的複習內容，以承前啓後，溫故知新。每冊書末，都附有各章練習題的答案。

希望本教材的出版能給教師、學生和家長提供一本便於教，便於學和便於輔導的好書。

蘇一方先生自始至終協助本書的編寫，並提出了許多寶貴的意見，作者在此深深致謝。

編 者

一九八七年五月

目 錄

1 率，比和比例

1

- 1.1 率的意義 1
- 1.2 比 4
- 1.3 連比 8
- 1.4 正比例 10
- 1.5 正比例的應用 14
- 1.6 反比例 19
- 1.7 圖像 22
- 本章摘要 26
- 複習題 1 27

2 三角形與多邊形之角

29

- 2.1 簡單複習 29
- 2.2 三角形的外角與外角和 35
- 2.3 簡單的證明題 41
- 2.4 多邊形和它的內角和 48
- 2.5 多邊形的外角 54
- 2.6 一些正多邊形的畫法 57
- 本章摘要 62
- 複習題 2 62

3 近似

65

- 3.1 進一步學習四捨五入 65
- 3.2 最大誤差 69
- 3.3 有效數字 73
- 3.4 近似數在日常生活中的應用 78
- 本章摘要 81
- 複習題 3 81

4.1	畢達哥拉斯定理(勾股定理)	83
4.2	平方根和平方根表	88
4.3	勾股定理的逆定理以及它和勾股定理的應用舉例	95
4.4	二次根式	102
	本章摘要	106
	複習題 4	107

5 多項式

110

5.1	多項式	110
5.2	多項式的加減	115
5.3	多項式的乘法	118
5.4	多項式的除法	120
5.5	因式分解——提取公因式法	124
5.6	因式分解——分組分解法	126
5.7	簡單的代數分式	129
5.8	簡單分式的加減	132
	本章摘要	137
	複習題 5	138

6 正弦、餘弦和正切

140

6.1	單位圓	140
6.2	餘弦	141
6.3	餘弦表	144
6.4	直角三角形中的銳角的餘弦	148
6.5	正弦	153
6.6	正弦表	155
6.7	直角三角形中的銳角的正弦	160
6.8	正切和正切表	164
6.9	直角三角形中的銳角的正切	168
6.10	正弦、餘弦、正切的應用舉例	171
	本章摘要	176
	複習題 6	177

7 三角函數間的關係

180

- 7.1 同角三角函數的基本關係式 180
- 7.2 已知一個銳角的三角函數值，求此角的其他三角函數值 183
- 7.3 三角函數式的化簡 187
- 7.4 互為餘角的三角函數關係 190
- 7.5 特殊角 30° ， 45° ， 60° 的三角函數值 193
- 本章摘要** 199
- 複習題 7** 200

8 公式的應用

202

- 8.1 簡單公式的應用，代入法 202
- 8.2 文字方程 206
- 8.3 主數變換 211
- 本章摘要** 216
- 複習題 8** 216

9 續直角坐標系

218

- 9.1 兩點間的距離 218
- 9.2 直線的傾角和斜率 226
- 9.3 二條直線的平行與垂直 232
- 本章摘要** 239
- 複習題 9** 240

10 圓、長方體、角柱體及圓柱體

241

- 10.1 圓周和圓弧 241
- 10.2 圓面積 247
- 10.3 扇形的面積 253
- 10.4 長方體和角柱體 257
- 10.5 圓柱體 261
- 本章摘要** 266
- 複習題 10** 267

11 百分法的應用

269

- 11.1 單利息 269
- 11.2 複利 275
- 11.3 定期存款 281
- 11.4 增長率 283
- 11.5 減少的百分率, 折舊 288
- 本章摘要 292
- 複習題11 293

12 聯立二元一次方程

296

- 12.1 二元一次方程和聯立二元一次方程 296
- 12.2 代入消元法 299
- 12.3 加減消元法 304
- 12.4 簡易應用問題 308
- 12.5 圖解法 313
- 12.6 相依方程及矛盾方程 318
- 本章摘要 321
- 複習題12 321

13 代數恒等式

324

- 13.1 恒等式的意義及簡易恒等式的構造 324
- 13.2 兩數的平方差 327
- 13.3 兩數和的平方及兩數差的平方 330
- 本章摘要 334
- 複習題13 335

14 頻數分佈及其圖示

337

- 14.1 頻數分佈 337
- 14.2 頻數多邊形和頻數曲綫 343

14.3	累積頻數多邊形和累積頻數曲綫	348
	本章摘要	354
	複習題14	354

附錄	357
----	-----

答案	369
----	-----

索引	389
----	-----

1

率，比和比例

1.1 率的意義

通常，我們要形容某個人步行的速度時，總是用“在單位時間內，他所走的距離”來表示。例如，小明在2小時內走了8公里，我們就有：

$$\frac{8 \text{ 公里}}{2 \text{ 小時}} = 4 \text{ 公里/小時}$$

也就是用“一小時走4公里”來形容小明步行的速度。像這種用某一事物的單位去比較另一相關事物的一定數量，就為“率*”。在上例中，時間和距離是不同類的數量。又例如：100元存入銀行，一年後可得利息6元，我們就知道銀行的“利率”是6%，而這也是“率”的一個例子，在這裏，100元和6元是屬於同一類的數量。所以，“率”是：

用除法聯結兩個不同類的數量或兩個同類的數量之間的相互關係。

【例1】若某人每天工作8小時，他工作了5天，得到400元的工資，問：

- (a) 他每天的工資是多少？
- (b) 他每小時的工資是多少？

解： (a) 每天的工資 = $\frac{400 \text{ 元}}{5 \text{ 天}}$
= 80 (元/天)

(b) ∵ 每天工作8小時，5天工作了 (5×8) 小時 = 40 小時

∴ 每小時的工資 = $\frac{400 \text{ 元}}{40 \text{ 小時}}$
= 10 (元/小時)

【例2】買5公斤的橙子共有20個，花了50元，問：

- (a) 每個橙子的價錢若干？

(b) 每公斤橙子的價錢若干？

解： (a) 每個橙子的價錢 $= \frac{50 \text{ 元}}{20 \text{ 個}}$
 $= \underline{\underline{2.5 \text{ (元/個)}}}$

(b) 每公斤橙子的價錢 $= \frac{50 \text{ 元}}{5 \text{ 公斤}}$
 $= \underline{\underline{10 \text{ (元/公斤)}}}$

【例 3】某大百貨公司在每年的大減價中，原價 500 元的商品現減價為 400 元，試問此商品的減價率為多少？

解：此商品減價了 $500 - 400 = 100$ (元)

$\therefore$ 此商品的減價率 $= \frac{100}{500}$
 $= 0.2$

也就是該商品每 1 元減收 0.2 元。

堂上練習

- 某人 3 小時步行 15 公里，則他步行的速率為 _____ 公里/小時。
- 五條朱古力糖值 40 元，則 _____ 元/條。
- 若工作 6 小時可得 54 元，則時薪為 _____ 元/小時。
- 若原價 8 元的商品減價為 6 元出售，則每元減價 _____ 元。
- 打字員在 25 分鐘內打 1 000 個字，則她打字速率為 _____ 字/分鐘，
 = _____ 字/秒。
- 四雙襪子共值十元，則 _____ 元/雙。
- 1 元美金兌換 8 元港幣，則 1 元港幣可兌換美金 _____ 元。
- 330 元買電影票 15 張，則 _____ 元/張。

練習 1.1

求下列各題的率：(按照所要求的單位)

1. 5 個菠蘿值 60 元。(元/個)
2. 汽車在 3 小時內行駛了 120 公里。(公里/小時)
3. 某人跑 60 米用了 8 秒。(米/秒)
4. 20 盒鉛筆 48 元。(元/盒)
5. 15 罐汽水共 37.5 元。(元/罐)
6. 3 立方米的木頭重 2 100 公斤。(公斤/立方米)
7. 4 盒糖菓值 96 元。(元/盒)
8. 某人半年賺到工資 17 400 元。(元/月)
9. 12 小時賺到工資 600 元。(元/小時)
10. 6 個人住屋的面積 54 平方米。(平方米/人)
11. 甲在 3 小時內共走了 7.5 公里, 而乙在 4 小時內走了 11.2 公里, 問甲、乙兩人誰行走的速度快?
12. 買甲種茶葉 2 公斤, 付款 32 元, 買乙種茶葉 5 公斤付款 75 元, 問甲、乙兩種茶葉哪一種較為便宜?
13. 一汽車行駛 100 公里共用汽油 12 升, 而汽油錢為 96 元, 則:
 - (a) 汽油的價錢 _____ 元/升。
 - (b) 汽車的耗油量 _____ 升/公里 = _____ 元/公里。
14. 某工廠每月生產電視機 11 000 架, 而該工廠每月工作 25 天, 則其按天計算的生產率為多少?
15. 若中午 12 時至午夜 12 時, 時鐘快了 24 秒, 試求時鐘一小時快幾秒? 又一天快多少秒?
16. 若 330 元港幣可兌換 30 英鎊, 則:
 - (a) 每英鎊可兌換多少港幣?
 - (b) 495 元港幣可兌換成多少英鎊?
 - (c) 100 英鎊可兌換成多少港元?
17. 若某件貨品原訂價 82 元, 現決定大減價, 每元減 5 角。
 - (a) 求減價的百分率為多少?
 - (b) 訂價 82 元的商品現減價為多少元?
18. 若汽車的速率是每小時 100 公里, 則每秒多少米呢?

1.2

比

上一節介紹了“率”的概念, 知道“率”把二個同類或不同類的數量之間相互關係聯結起來, 但是“率”並沒有比較它們之間的大小, 例如:

若甲車每小時走 45 公里,

乙車每小時走 30 公里,

這是“率”所能給我們指出的。但實際上我們比較一下兩車的速度, 知道甲車比乙車走得快, 而比較它們速度的大小通常有兩種計算法:

1. 減法: 甲車的速度 - 乙車的速度 = 15 公里/小時, 即甲車比乙車每小時快 15 公里。這是比較一數量比另一數量大(小)多少的方法。

$$\begin{aligned} 2. \text{ 除法: } \frac{\text{甲車的速度}}{\text{乙車的速度}} &= \frac{45}{30} \\ &= 1.5 \end{aligned}$$

即甲車的速度是乙車的一倍半, 這方法是比較一數量為另一數量的多少倍(或多少分之一)。

而我們稱第二種比較數量大小的方法為“比*”, 即:

用分數或倍數的形式來比較兩個同類數量大小的相對關係, 稱為“比”。

a, b 兩個數量之比可以寫成 $a:b$, 又可以寫成 $\frac{a}{b}$ 或 $a \div b (b \neq 0)$ 。 a, b 稱為比的項, a 叫做前項, b 叫做後項。

值得注意的是: a, b 必須是同類數量(即同單位數量), 而比也就是 $a:b$ 本身是沒有單位的, 只是一個純數量。

比的性質和分數一樣, 所以比的各項可以同時乘以或同時除以同一個不為零的數量。

$$\begin{aligned} a:b &= ma:mb \\ &= \frac{a}{m}:\frac{b}{m} \quad (m \neq 0, b \neq 0) \end{aligned}$$

【例1】化簡下列各比:

(a) $84:70$

(b) $1\frac{1}{5}:\frac{3}{5}$

(c) $2.125:2\frac{1}{4}$

解:

$$(a) 84 : 70 = \frac{84}{70}$$

$$= \frac{6}{5}$$

$$= \underline{\underline{6 : 5}}$$

$$(b) 1\frac{1}{5} : \frac{3}{5} = \frac{6}{5} \div \frac{3}{5}$$

$$= \frac{6}{5} \times \frac{5}{3}$$

$$= 2$$

$$= \underline{\underline{2 : 1}}$$

$$(c) 2.125 : 2\frac{1}{4} = \frac{2.125}{2.25}$$

$$= \frac{17}{18}$$

$$= \underline{\underline{17 : 18}}$$

【例2】有二段電綫，其長度分別為1米40厘米和2米20厘米，求兩電綫長度之比。

解： 所求之比 = 140 厘米 : 220 厘米

$$= \underline{\underline{7 : 11}}$$

【例3】某校的集郵學會共有60名會員，有一次，學會開全體會員大會，有5位會員缺席。

試求 (a) 缺席人數和全會人數之比。

(b) 出席人數和全會人數之比。

(c) 缺席人數和出席人數之比。

解： (a) 缺席人數 : 全會人數 = 5 : 60

$$= \underline{\underline{1 : 12}}$$

(b) 出席人數 = 60 - 5

$$= 55$$

∴ 出席人數 : 全會人數 = 55 : 60

$$= \underline{\underline{11 : 12}}$$

(c) 缺席人數 : 出席人數 = 5 : 55

$$= \underline{\underline{1 : 11}}$$

【例 4】若兄弟兩人按 4:3 分配 1400 元, 試問他們每人各得多少?

解: $\because$ 兄弟兩人按 4:3 分配,

$\therefore$ 我們可以把全部錢分成 $4 + 3 = 7$ 等份, 其中兄佔 4 份, 弟佔 3 份

$$\begin{aligned} \text{故兄可以得到 } 1400 \times \frac{4}{7} \\ = \underline{\underline{800(\text{元})}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{弟可以得到 } 1400 \times \frac{3}{7} \\ = \underline{\underline{600(\text{元})}} \end{aligned}$$

堂上練習

化簡下列各題: (1 - 8)

1. 250:400

2. 343:49

3. $2\frac{1}{2}:5$

4. $0.3:\frac{1}{3}$

5. 1.25 米:75 厘米

6. 2 公斤:250 克

7. 2 小時:1 小時 20 分

8. 2 天:12 小時

9. 銅和鐵以重量比 5:3 製成一種合金, 該合金重 80 公斤, 試問需銅和鐵各多少?

所需銅的重量 = $80 \times \underline{\hspace{1cm}}$ 公斤 = $\underline{\hspace{1cm}}$ 公斤

所需鐵的重量 = $80 \times \underline{\hspace{1cm}}$ 公斤 = $\underline{\hspace{1cm}}$ 公斤

10. 若甲車在 1 小時 15 分鐘內行駛 100 公里, 乙車在 2 小時 30 分鐘內行駛 175 公里,

(a) 甲車的速度 = $\frac{\text{公里}}{\text{小時}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 公里/小時

(b) 乙車的速度 = $\frac{\text{公里}}{\text{小時}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 公里/小時

(c) 甲車的速度:乙車的速度 = $\underline{\hspace{1cm}}:\underline{\hspace{1cm}}$

練習 1.2

化簡下列各題中的比: (1 - 10)

1. 184:46

2. $0.125:\frac{5}{8}$

3. $360^\circ:1$ 直角

4. 8 厘米:0.5 公里

5. $1.8 : 0.54$
6. 2 平方米:50 平方厘米
7. 5 個星期:50 天
8. $3x$ 小時: $\frac{x}{3}$ 天
9. $120^\circ : 1$ 平角
10. 1 分鐘:15 秒半
11. 已知中二級總人數為 320 人，其中男生人數為 240 人，試求中二級男生人數和女生人數之比。
12. 已知二個等邊三角形的邊長分別為 5 cm 和 6 cm，試求此兩三角形周長（周界）之比。
13. 甲長方形的長和闊分別為 14 cm 和 10 cm，乙長方形的長和闊分別為 12 cm 和 8 cm，試求：
 - (a) 甲、乙兩長方形長度之比。
 - (b) 甲、乙兩長方形闊度之比。
 - (c) 甲、乙兩長方形面積之比。
14. 若甲正方形的邊長為 20 cm，乙正方形的邊長為 15 cm，試求：
 - (a) 甲、乙兩正方形邊長之比。
 - (b) 甲、乙兩正方形面積之比。
15. 試不求每個正方形的面積，而直接求出二個邊長分別為 3 cm 和 4 cm 的正方形的面積之比。
16. 已知圓 A 的半徑為 1 米 20 厘米，圓 B 的半徑為 80 厘米，試求：
 - (a) 圓 A 和圓 B 的半徑之比。
 - (b) 圓 A 和圓 B 的面積之比。
17. 已知兩正方體的棱長分別為 6 cm 和 8 cm，試求：
 - (a) 此兩正方體的棱長之比。
 - (b) 此兩正方體的表面積之比。
 - (c) 此兩正方體的體積之比。
18. 王先生全年的收入為 36 000 元，他每個月要交 800 元的房租，試求他的收入和房租之比為多少？
19. 母親的體重為 54 公斤，她的初生嬰兒的體重為 3 000 克，試求出母親和嬰兒體重之比。
20. 父親的體高為 1.8 m，而兒子的體高為 126 cm，試求父子兩人體高之比？
21. 哥哥和弟弟體重之比為 5 : 4，已知兄弟兩人體重之和為 72 公斤，試問兄弟兩人體重各為多少公斤？
22. 姐妹兩人年齡之比為 6 : 5，若兩人年齡之和為 33 歲，試問姐妹兩人各為多少歲？
23. 某君每月的收入為 3 500 元，他全年的支出和收入之比為 3 : 5，試求此君全年的支出為多少？
24. 甲、乙兩人以 5 : 7 的比分一筆錢，已知甲所得的為 1 300 元，試問這筆錢共為多少？

1.3

連比

若二個以上的同類數量相連成比, 稱為連比*。例如:

三個正方形 A、B、C 的邊長分別為 6 cm, 8 cm 及 10 cm 則:

$$\begin{aligned}\text{此三個正方形邊長之比} &= 6 : 8 : 10 \\ &= 3 : 4 : 5\end{aligned}$$

【例 1】 如果 $a : b = 2 : 5$, $b : c = 4 : 3$, 試求 $a : b : c$ 。

$$\begin{aligned}\text{解: } a : b &= 2 : 5 = 2 \times 4 : 5 \times 4 = 8 : 20 \\ b : c &= 4 : 3 = 4 \times 5 : 3 \times 5 = 20 : 15 \\ \therefore a : b : c &= \underline{8 : 20 : 15}\end{aligned}$$

$$\text{或: } a : b : c$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \\ \quad | \\ 4 \quad 3 \\ \hline 8 : 20 : 15 \end{array}$$

【例 2】 若 A 和 B 年齡之比為 3 : 4, 而 B 和 C 年齡之比為 6 : 5, 已知 A、B 和 C 三人年齡總和為 124 歲, 試問他們三人年齡各為多少?

$$\begin{aligned}\text{解: } A \text{ 的年齡} : B \text{ 的年齡} &= 3 : 4 = 9 : 12 \\ B \text{ 的年齡} : C \text{ 的年齡} &= 6 : 5 = 12 : 10\end{aligned}$$

$$\therefore A \text{ 的年齡} : B \text{ 的年齡} : C \text{ 的年齡} = 9 : 12 : 10$$

$$\text{或: } A : B : C$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ \quad | \\ 6 \quad 5 \\ \hline 18 : 24 : 20 \end{array}$$

$$18 : 24 : 20$$

$$\begin{aligned}\therefore A : B : C &= 18 : 24 : 20 \\ &= 9 : 12 : 10\end{aligned}$$

$$\therefore A \text{ 的年齡} = \frac{9}{9 + 12 + 10} \times 124 = \underline{36 \text{ (歲)}}$$

$$B \text{ 的年齡} = \frac{12}{31} \times 124 = \underline{48 \text{ (歲)}}$$

$$C \text{ 的年齡} = \frac{10}{31} \times 124 = \underline{40 \text{ (歲)}}$$