21世纪独立学院应用型创新人才培养系列规划教材

工科物理简明教程

■ 主　编　戴剑锋　赵海军
■ 副主编　潘多荣　李　宁　许幸芬　徐莺歌

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

21世纪独立学院应用型创新人才培养系列规划教材

工科物理简明教程

主　编　戴剑锋　赵海军
副主编　潘多荣　李　宁　许幸芬　徐莺歌

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

工科物理简明教程/戴剑锋,赵海军主编;潘多荣,李宁,许幸芬,徐莺歌副主编.—武汉:武汉大学出版社,2012.1
21世纪独立学院应用型创新人才培养系列规划教材
ISBN 978-7-307-09396-6

Ⅰ.工…　Ⅱ.①戴…　②赵…　③潘…　④李…　⑤许…　⑥徐…
Ⅲ.物理学—高等学校—教材　Ⅳ.O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第282912号

责任编辑:李汉保　　责任校对:刘　欣　　版式设计:马　佳

出版:武汉大学出版社　(430072　武昌　珞珈山)
(电子邮件:cbs22@whu.edu.cn 网址:www.wdp.com.cn)
印刷:湖北金海印务有限公司
开本:787×1092　1/16　印张:22.25　字数:568千字　插页:1
版次:2012年1月第1版　2012年1月第1次印刷
ISBN 978-7-307-09396-6/O·467　定价:45.00元

前　　言

本书依据国家教育部高等学校非物理专业物理基础课程教学指导分委员会颁布的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》(2010年版)和国内工科物理教材改革动态，面向独立学院应用型本科人才培养规划，并结合作者多年在独立学院教学的经验编写而成。编写过程中参考了国内同类的大学物理优秀教材，特别强调物理知识在工程技术中的应用，从而使内容体系安排更趋合理和丰富。

本书内容安排科学、合理，富于启发性和实用性。作者力求使物理概念阐述清楚，简洁得当；内容条理清晰，层次分明；深入浅出，通俗易懂；加强基础物理知识，拓宽近代物理学应用；用物理学原理分析工程实际问题，强调物理知识在工程技术中的应用。本书涵盖了《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》(2010年版)中所列A类内容，适当引入部分B类内容的介绍，删减了部分中学物理已学过的内容，适合少学时课程授课；力求基于物理概念和情景建立物理定律和公式，避免复杂的数学推导；注重培养学生理解问题、分析问题和解决问题的能力。

全书内容包括：质点运动学、质点动力学、刚体力学、机械振动与机械波、波动光学、气体动理论与热力学基础、静电场、稳恒磁场、电磁感应、量子物理基础与工程技术应用专题。本书由戴剑锋、赵海军、潘多荣、李宁、许幸芬和徐莺歌老师共同执笔完成。全书由赵海军负责统稿和定稿。

在本书的编写过程中，得到了兰州理工大学技术工程学院的大力支持和帮助，在此表示衷心的感谢！

由于作者水平有限，不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

作　者

2011年9月

目　录

第 1 章　质点运动学

本章主要研究物体的位置随时间变化的规律——运动学。首先阐述描述机械运动的基本概念(如参考系、坐标系、质点、时间和时刻)和描写质点运动的基本物理量(如位置矢量、位移、速度、加速度等);其次,讨论几种常见的平面曲线运动中(直线运动、抛体运动、圆周运动)基本物理量之间的关系及其规律。

§1.1　质点运动的描述

1.1.1　参考系和坐标系

为了描述物体的运动,必须选择另一物体作为参考标准,这个被选做参考标准的物体称为参考系。

同一个运动在不同的参考系下描述,其描述结果是不同的。例如:在匀速前进的车厢中的自由落体,相对于车厢是直线运动,相对于地面却是抛物线运动,相对于太阳或其他天体,运动情况的描述更为复杂。物体的运动形式随参考系不同而描述结果不同的性质称为运动的相对性。

在运动学中参考系的选取是任意的。一个物体对一个参考系是静止的,但总能找到一个参考系,使物体对该参考系是运动的。另外,物体是由分子、原子等粒子组成,这些粒子不停地运动着,从这个角度说,自然界中所有的物体都在不停地运动,绝对静止的物体是不存在的,这就是运动的绝对性。

参考系的选择主要取决于所研究的具体问题和问题的性质。例如,要研究物体在地面上的运动,最好选择地球作为参考系。研究星际火箭的运动时,火箭刚发射,主要研究火箭相对于地面的运动,所以把地面选作参考系,但是当火箭进入绕太阳运行的轨道时,就可以选择太阳为参考系。在运动学中,如果不特别说明,一般都是选择地球作为参考系。

为了定量描述质点的位置及其运动,必须在参考系上建立一个坐标系,通常采取直角坐标系。常用的坐标系还有极坐标系、球面坐标系、柱面坐标系、自然坐标系等。

1.1.2　质点

任何物体都有一定的大小和形状。一般来说,物体在运动时,内部各点的位置变化是各不相同的。因此要精确描述物体的运动,并不是一件简单的事,为使问题简化,可以采取抽象的方法:当物体的线度和形状在所研究的现象中不起作用,或所起的作用可以忽略不计时,可以近似地把物体看做一个只有质量而没有大小和形状的理想物体,称为质点。

一个物体是否可以抽象为质点,应根据问题的性质而定。例如,研究地球绕太阳的公转时,由于地球的直径比地球公转轨道的直径要小得多,因此地球上的各点相对于太阳的运动可以视为是相同的,就可以忽略地球的线度和形状,把地球当做一个质点。但是研究地球的自转时,

如果把地球看做一个质点，显然就没有实际意义了。

为了研究物体的运动，需要对复杂的物体运动进行科学合理地抽象，提出物理模型，以便突出主要矛盾，化繁为简，以利于解决问题。这种抽象方法是很有实际意义的。质点就是一个物体的理想模型。今后学到的刚体、理想气体、理想流体等均是物体的理想模型。

因为一般物体可以看做是由无数个质点组成。从质点运动的分析入手，采用叠加的方法就有可能了解整个物体的运动规律。所以研究质点的运动规律，是研究一般物体运动的基础。

1.1.3 时间和时刻

任何物体的运动都是在时间和空间中进行的。运动不能脱离空间，也不能脱离时间。时间本身具有单方向性的特点。“光阴一去不复返”这句话，正是说明了时间的单方向性。

在运动学中除时间外，还经常用到时刻的概念。在一定的参考系中考察质点的运动时，时刻 t 与运动质点在空间某确定位置相对应，时间是时间间隔 $\Delta t = t_2 - t_1$ 的简称，是两个时刻之间的间隔，时间与运动质点在空间中的一段位移或一段路程相对应。在时间轴上与一点相对应的是时刻，与时间轴上的一个区间 $t_2 - t_1$ 相对应的是时间。例如，图 1-1 中，与 B、C、D 等点对应的时刻分别为第 1 秒末、第 2 秒末、第 3 秒末。而 CE 段表示第 2 秒末到第 4 秒末的时间间隔。

又如“第 4 秒初”和“第 3 秒末”表述的含义相同，都表示 $t = 3\text{s}$ 这一时刻(D 点)。而“第 3 秒钟内”则表示第 3 秒末($t = 3$) 时刻与第 2 秒末($t = 2$) 时刻之间的间隔(CD 段)。

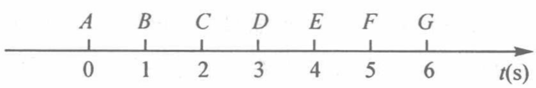

图 1-1 表示时间和时刻区别的时间轴

1.1.4 位置矢量

如图 1-2 所示，在直角坐标系中，一个质点在空间 P 点的位置可以用由原点 O 指向 P 点的有向线段 $\boldsymbol{r}$ 来表示，即

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

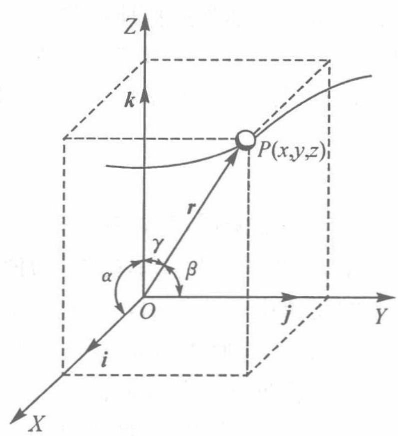

图 1-2 位置矢量

矢量 $\boldsymbol{r}$ 称为质点在空间 P 点的位置矢量，简称位矢。相应地坐标 x、y、z 是位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴的三个分量。$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示在三个坐标轴上的单位矢量。

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的方向用 r 的三个方向余弦表示

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1-3}$$

质点运动时，坐标和位置矢量都是时间的函数。位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 随时间的变化关系式称为运动方程，其矢量形式为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1-4}$$

在直角坐标系中，运动方程可以表示为如下的标量形式

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \tag{1-5}$$

知道了运动方程，质点的整个运动情况就很清楚了。所以运动学的主要任务之一就是找出各种具体运动所遵循的运动方程。

质点在空间所经历的路径称为运动轨迹。质点的运动轨迹为直线时，称为直线运动；质点的运动轨迹为曲线时，称为曲线运动。由式(1-5) 消去参数 t 后即得轨迹方程。例如，一个质点在 xOy 平面上运动，质点的运动方程为 $x = R\cos\omega t$，$y = R\sin\omega t$（式中 R 和 ω 均为常数），则该质点的轨迹方程为 $x^2 + y^2 = R^2$。

1.1.5　位移

设质点由图 1-3 中的 A 点沿曲线运动到 B 点。A、B 点的位置矢量分别为 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$。用位移来描述质点从 A 点到 B 点位置变动的大小和方向，用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示。从 A 点到 B 点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 定义为从 A 点到 B 点的有向线段。表示为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} \tag{1-6}$$

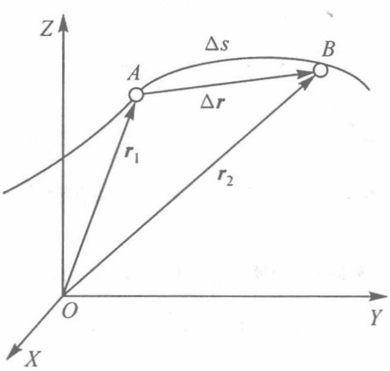

图 1-3　位移

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$\Delta r = |\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{1-7}$$

位移矢量的三个分量为

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta y = y_2 - y_1, \quad \Delta z = z_2 - z_1$$

位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta r}, \quad \cos\beta = \frac{\Delta y}{\Delta r}, \quad \cos\gamma = \frac{\Delta z}{\Delta r} \tag{1-8}$$

物理学中有时用到路程这个概念，路程是指质点在空间所经历的实际路径的长短。常用 s 或 Δs 表示。路程是标量。在图 1-3 中质点从 A 点运动到 B 点的路程就是图 1-3 中 A 点到 B 点的弧长。

注意：位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 都是矢量，是两个有联系但不相同的概念。位置矢量是描写质点在某一时刻空间位置的物理量，位置矢量与时刻相对应，是状态量；位移是描写质点在某一段时间间隔内位置变动的大小和方向的物理量，位移与时间间隔相对应，是过程量。这两个量的联系是：位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 是位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的增量。

在 SI 单位制中，路程 Δs、位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的单位均为 m。

1.1.6 速度

设质点由图 1-4 中的 A 点沿曲线运动到 B 点，质点运动所用的时间为 Δt，质点的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$，把质点的位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与发生这段位移所用时间 Δt 的比值称为该段时间内的平均速度，表示为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-9}$$

平均速度的方向与位移的方向相同。显然，平均速度只能描述一段时间内位移的平均变化快慢。

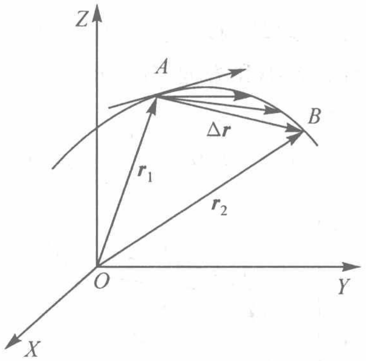

图 1-4　平均速度和瞬时速度是描述质点运动快慢和运动方向的物理量

当 Δt 趋于零时平均速度的极限称为瞬时速度，又称为即时速度，简称速度。表示为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

速度的方向就是 Δt 趋于零时 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向，指向质点运动的方向。从图 1-4 中可以看出，当 $\Delta t \to 0$ 时 $\Delta \boldsymbol{r}$ 趋于轨迹上 A 点的切线方向，即 A 点的速度的方向是沿着轨迹上 A 点的切线方向。所以常常说，速度的方向是沿着轨迹的切向。

注意：平均速度和瞬时速度既有区别，又有联系。瞬时速度是当时间 $\Delta t \to 0$ 时的平均速度的极限，瞬时速度与时刻相对应，是状态量。平均速度与一段时间间隔相对应，是过程量；平均速度只能粗略地描写质点在一段时间内运动的快慢和方向，而瞬时速度则精确地描写了质点在某时刻运动的快慢和方向。

由位置矢量的分量形式得到速度的分量形式为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-11}$$

可以写为

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-12}$$

式中，v_x，v_y，v_z 分别称为速度的 x 分量，y 分量和 z 分量。速度的三个分量为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

速度的大小和方向余弦也可以根据矢量运算的一般方法由速度的三个分量确定。

若用 Δs 表示 Δt 时间内质点轨迹所经历的路程，把 Δs 与 Δt 的比值称为平均速率，即

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-14}$$

当 Δt 趋于零时，平均速率的极限，就是质点在时刻 t 的瞬时速率，简称为速率，表示为

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-15}$$

注意：平均速率和平均速度的值一般不相等。当 $\Delta t\to 0$ 时，位移大小等于路程，即 $\mathrm{d}s=|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$，速率与速度的大小才相等。所以，我们常说瞬时速度的大小为瞬时速率，简述为速度的大小为速率。

瞬时速度和瞬时速率是两个既有区别又有联系的概念。瞬时速率描述质点运动的快慢，只有大小，无方向，是标量；而瞬时速度描述了质点运动的快慢和方向，不仅有大小，而且有方向，是矢量，但两者的大小是相等的。

一般地，匀速圆周运动，匀速曲线运动，实际上都省略了一个“率”字，都是匀速率（速率的大小不变）运动，由于匀速曲线运动中运动的方向随时都在变化，所以属于变速运动。

在 SI 单位制中，速率和速度的单位均为 m/s。

1.1.7　加速度

加速度是描述质点速度变化快慢程度的物理量。由于速度是矢量，所以无论质点的速度大小或是方向发生变化，都意味着质点有加速度。

设质点由图 1-5 中的 A 点沿曲线运动到 B 点，设质点在 t 时刻位于 A 点，速度为 $\boldsymbol{v}_A$，称为初速度，在时刻 $t+\Delta t$ 位于 B 点，速度为 $\boldsymbol{v}_B$，称为末速度，在考察的时间段内，质点速度增量为

$$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A \tag{1-16}$$

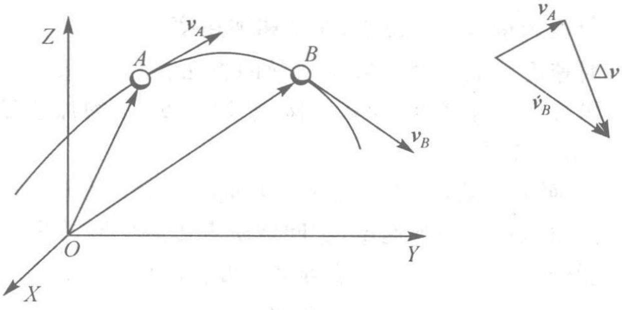

图 1-5　速度增量

速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 与时间 Δt 的比值称为这段时间内的平均加速度，表示为

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-17}$$

当 Δt 趋于零时，平均加速度的极限，称为质点在时刻 t 的瞬时加速度，简称为加速度，表示为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-18}$$

即加速度为速度对时间一阶导数或位置矢量对时间的二阶导数。

加速度也是一个矢量。平均加速度的方向就是速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向。瞬时加速度的方向就是 Δt 趋于零时，平均加速度 $\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 或速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向。因而瞬时加速度的方向与同一时刻速度的方向一般不一致。在直线运动中，加速度的方向与速度方向相同或相反。加速度的方向与速度方向相同时速率增加，如自由落体运动；加速度的方向与速度方向相反时速率减小，如竖直上抛运动。而在曲线运动中，加速度的方向与速度方向并不一致，如斜抛运动中速度方向在抛物线轨迹的切向，而加速度的方向始终在竖直向下的方向上。

加速度矢量还可以表示为

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \tag{1-19}$$

式中，a_x，a_y，a_z 分别称为加速度的 x 分量，y 分量和 z 分量。根据速度的分量表达式可以得到加速度矢量的三个分量

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$$

$$a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}$$

由加速度的三个分量可以确定加速度的大小和方向余弦。

在 SI 单位制中，加速度的单位为 $\mathrm{m/s^2}$。

1.1.8 质点运动学的解题方法

质点运动学问题的类型主要有两类：

(1) 已知运动方程或质点受力情况，求速度和加速度；

(2) 已知速度或加速度的表达式以及初始条件，求运动方程。

第(1) 类型的问题用微分法求解，第(2) 类型的问题用积分法求解。

1. 已知运动方程(位置矢量)，计算位移、速度和加速度

解题方法：计算瞬时速度和加速度一般用求导的方法：位置矢量(运动方程) 对时间求导即为速度，速度对时间求导就是加速度。计算位移、平均速度、平均加速度可以先由始时刻、末时刻确定始量、末量，再由定义计算。

例 1-1 一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表达式为 $\boldsymbol{r} = at^2\boldsymbol{i} + bt^2\boldsymbol{j}$(其中 a、b 为常量)，试求质点的轨迹方程、速度和加速度，试问该质点作何种形式的运动？

解 由质点的位置矢量 $\boldsymbol{r} = at^2\boldsymbol{i} + bt^2\boldsymbol{j}$ 得运动方程的标量形式为

$$\begin{cases} x = at^2 \\ y = bt^2 \end{cases}$$

上述两式消去参数 t，得轨迹方程

$$y = \frac{b}{a}x$$

质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2at\boldsymbol{i} + 2bt\boldsymbol{j}$$

质点的加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 2a\boldsymbol{i} + 2b\boldsymbol{j}$$

质点的加速度为非零恒量，该质点在 xOy 平面内作匀变速直线运动。

2. 已知加速度及初始条件，计算速度和运动方程

解题方法：这类问题是前一类问题的逆问题，加速度对时间的积分即为速度，速度对时间的积分就是运动方程。解决这类问题时应注意由初始条件确定积分上、下限。这类问题既可以用定积分的方法解题，也可以用不定积分的方法解题。

例 1-2　一艘正在行驶的汽船，当关闭发动机后，沿一直线运动，加速度与船速的平方成正比且反向，即 $a = -kv^2$，其中常量 $k > 0$。若关闭发动机时汽船的速度为 v_0，试求：

(1) 关闭发动机后 t 时刻的汽船速度；

(2) 关闭发动机后的 t 时间内，汽船行驶的距离。

解　(1) 以汽船为研究对象，取汽船运动方向为坐标轴 x 的正方向，坐标原点选择在刚关闭发动机的位置处。由于汽船作直线运动，加速度和速度只有 x 轴分量。加速度可以写为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

由题意，将 $a = -kv^2$ 代入上式，有

$$-kv^2 = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

分离变量，得

$$k\mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}v}{v^2}$$

已知 $t = 0$ 时，$v = v_0$，并设 t 时刻的速度为 v，对上式积分得

$$k\int_0^t \mathrm{d}t = \int_{v_0}^{v} -\frac{\mathrm{d}v}{v^2}$$

解得

$$v = \frac{v_0}{kv_0 t + 1}。$$

(2) 汽船速度表达式可以写为 $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，将上式代入得

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{v_0}{kv_0 t + 1}$$

分离变量，两边积分得

$$\int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t \frac{v_0}{kv_0 t + 1}\mathrm{d}t$$

由此得汽船的运动方程为

$$x = \frac{1}{k}\ln(kv_0t + 1)$$

汽船在 t 时间内行驶的距离为

$$|\Delta x| = |x - x_0| = \frac{1}{k}\ln(kv_0t + 1) - 0 = \frac{1}{k}\ln(kv_0t + 1)。$$

§1.2　几种典型的质点运动

直线运动、抛体运动、圆周运动是几种典型的平面曲线运动，这些运动中基本物理量的具体形式是什么？它们的关系是什么？是本节讨论的主要问题。

1.2.1　直线运动

1. 直线运动中基本物理量的表示方法

直线运动中，质点运动的轨迹是直线。在这种情况下，将坐标系的一个坐标轴建立在该直线轨迹上，就能够使数学处理大大简化。因为，当一个坐标轴建立在该运动直线上时，所有描写运动物理量的其他坐标分量都为零而不需要做任何计算和处理，只有一个坐标分量需要计算和处理。通常的情况下，如果质点在水平方向作直线运动，就将 x 轴建立在运动直线上，这时描述运动的物理量都只有 x 分量。如果质点在竖直方向作直线运动时就将 y 轴建立在该运动直线上，这时描述运动的物理量只有 y 分量。在直线运动中，位移、速度、加速度矢量都在一条直线上。所以在研究直线运动时有关的物理量都可以用标量表示，用正、负号表示它们的方向。下面我们以 x 轴为例来给出在直线运动中的位置矢量、位移、速度和加速度公式。

运动方程
$$x = x(t) \tag{1-20}$$

位移
$$\Delta x = x_2 - x_1 \tag{1-21}$$

速度
$$v = v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{1-22}$$

加速度
$$a = a_x = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-23}$$

上述公式是直线运动中的基本公式。在上述结论中，v 和 a 通常不再加下标。Δx、v 和 a 的正负可以表明其方向。例如，如果 Δx、v 和 a 为正，表明位移、速度和加速度的方向与 x 轴的正向一致；反之，如果 Δx、v 和 a 为负，表明位移、速度和加速度的方向在 x 轴的负向。

2. 直线运动的图像表示

研究直线运动时，经常采用图示的方法。常用的图线有两种：一种是表示坐标随时间变化的图线，称为 $x-t$ 图。另一种是表示速度随时间变化的图线，称为 $v-t$ 图；

(1) 坐标 — 时间曲线。

以 t 为横坐标，x 为纵坐标，根据运动方程 $x = x(t)$ 可以描述出坐标时间曲线，如图 1-6 所示。设在 t 和 $t+\Delta t$ 时刻，质点的坐标分别为 x 和 $x+\Delta x$。由图 1-6 可知，平均速度 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 在量值上等于 $x-t$ 曲线中相应割线的斜率。而瞬时速度 $v = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 在量值上等于 $x-t$ 曲线上对应点切线的斜率。可见，如果 v 为正值，表示 x 的值在增加，质点沿 x 轴正向运动；反之若 v 为负，表示 x 的值在减小，质点沿 x 轴负向运动。

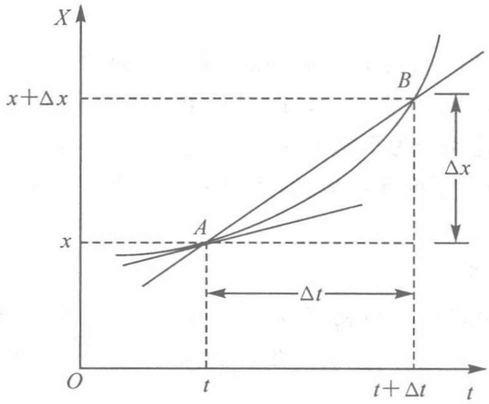

图 1-6

(2) 速度 — 时间曲线。

以 t 为横坐标，v 为纵坐标，可以绘制出速度时间图($v-t$ 图)，如图 1-7 所示，平均加速度 $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ 在量值上等于 $v-t$ 曲线中相应割线的斜率。而瞬时加速度 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 在量值上等于 $v-t$ 图上对应点切线的斜率。

通过 $v-t$ 图也可计算出质点作直线运动时的位移。在一段很短的时间 Δt 内，速度可以视为不变，图 1-7 中阴影部分的面积就近似等于这段时间内的位移 $v\Delta t$。要计算 t_1 到 t_2 这段时间内的位移，采用积分的方法，即把 t_1 到 t_2 这段时间分割为无数段微小时间的叠加，这段时间内的总位移就是这无数段微小位移的叠加，在 $v-t$ 图中位移的大小就是曲线下 t_1 与 t_2 两纵坐标之间的面积。t_1 到 t_2 时间内质点的位移用积分式表示为

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v\mathrm{d}t$$

式中，x_2，x_1 分别表示在 t_2 和 t_1 两时刻质点所在处的坐标。

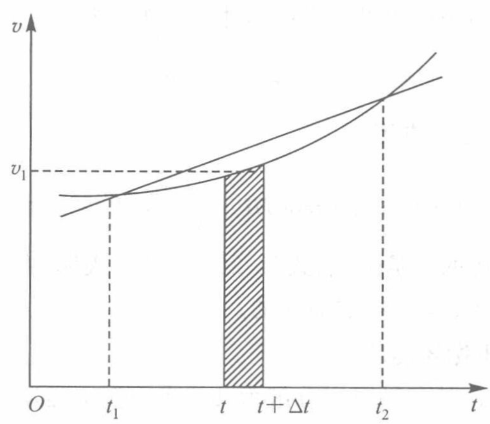

图 1-7　速度时间曲线

1.2.2 抛体运动

从地面上某点向空中抛出一个物体，物体在空中的运动称为抛体运动。本节研究的抛体运动忽略空气阻力，也就是说，物体在空中运动时只受重力作用，物体的加速度是重力加速度。根据初始条件的不同，把抛体运动分为平抛运动、斜抛运动（又分为斜上抛、斜下抛）、竖直上抛运动、竖直下抛运动等。前两种是平面曲线运动，后两种是直线运动。下面以斜上抛运动为例进行讨论。

1. 抛体运动方程的矢量形式

如图 1-8 所示，将一物体斜向上以初速度 v_0 抛出。选择抛出点为坐标原点，水平向右为 x 轴正方向，竖直向上为 y 轴正方向。从抛出时刻开始计时，当 $t=0$ 时，以 θ 表示抛射角，则 v_0 在 x 轴和 y 轴上的分量分别为

$$v_{0x}=v_0\cos\theta,\quad v_{0y}=v_0\sin\theta$$

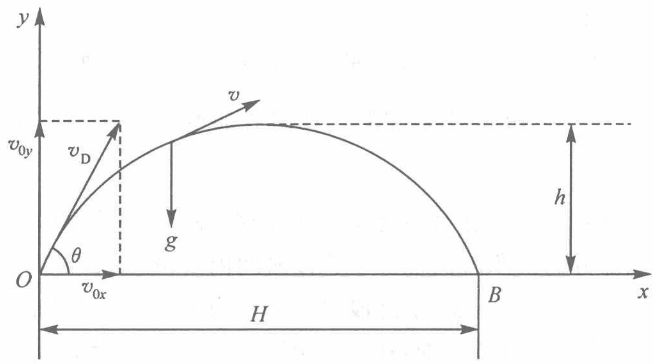

图 1-8

物体在整个运动过程中的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{g}=-g\boldsymbol{j}=\text{常矢量} \tag{1-24}$$

利用这些条件，由 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$，用积分法可以求出物体在空中任意时刻的速度为

$$\boldsymbol{v}=(v_0\cos\theta)\boldsymbol{i}+(v_0\sin\theta-gt)\boldsymbol{j} \tag{1-25}$$

因 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，由此可得物体的运动方程为

$$\boldsymbol{r}=\int_0^t \boldsymbol{v}\mathrm{d}t=(v_0t\cos\theta)\boldsymbol{i}+\left(v_0t\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2\right)\boldsymbol{j} \tag{1-26}$$

式(1-26) 就是抛体运动方程的矢量形式，式(1-26) 清楚地表明：抛体运动是由沿 x 轴的匀速直线运动和沿 y 轴的竖直上抛运动叠加而成的。

2. 用运动叠加原理分析抛体运动

大量相关实验表明：物体的运动可以分解为几个各自独立运动的叠加，称为运动的独立与叠加原理。例如，平抛运动可以看成匀速直线运动和自由落体运动的叠加。

按照运动的独立与叠加原理，斜上抛运动可以看成匀速直线运动和竖直上抛运动的叠加。建立如图 1-8 所示的坐标系，水平方向：质点加速度为零，初速度为 $v_0\cos\theta$；竖直方向：加速度

为 $-g$，初速度为 $v_0\sin\theta$。代入匀速直线运动公式得到如下数学表达式：

加速度公式

$$a_x = 0 \tag{1-27}$$

$$a_y = -g \tag{1-28}$$

速度公式

$$v_x = v_0\cos\theta \tag{1-29}$$

$$v_y = v_0\sin\theta - gt \tag{1-30}$$

运动方程

$$x = v_0 t\cos\theta \tag{1-31}$$

$$y = v_0 t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \tag{1-32}$$

若求解最大高度，需要对式(1-32) 求极值，令

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0$$

解得

$$t = \frac{v_0\sin\theta}{g} \tag{1-33}$$

该时间 t 是抛体从抛出点上升到最高点所需的时间。将上式代入式(1-32)，得到抛体上升的最大高度为

$$h_{\max} = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g} \tag{1-34}$$

若要求解水平射程(图 1-8 中 OB 之间的距离)，令 $y=0$，代入式(1-26)，求解得到两个解

$$t_1 = 0,\quad t_2 = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$$

这两个解分别是 $y=0$ 对应的两个点，$t_1=0$ 是与抛出点 O 对应的时间，$t_2=\dfrac{2v_0\sin\theta}{g}$ 是与落地点 B 对应的时间，将该时间 t_2 代入水平坐标公式，得水平射程公式为

$$OB = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g} \tag{1-35}$$

应该指出，上述一些公式是忽略了空气阻力，抛体只受重力作用的条件下推导出来的，在实际中如果空气阻力不能忽略，实际飞行的曲线与抛物线将有很大差别。在弹道学中，要考虑空气阻力、风向、风速等的影响，对以上公式加以修正，才能得到抛体运动的正确答案。

注意：在上述抛体运动中，当 $\theta=0°$ 时表示平抛运动；当 $\theta=90°$ 时，表示竖直上抛运动；当 $\theta=-90°$ 时，表示竖直下抛运动(在这种情况下若 v 也为零，则表示自由落体运动)。可以由上述抛体运动的规律推导出平抛运动、竖直上抛运动、竖直下抛运动的有关公式。

3. 圆周运动

圆周运动是运动学中研究的重要运动形式之一。圆周运动可以用不同的坐标系研究。在自然坐标系下引入切向加速度和法向加速度。

(1) 切向加速度和法向加速度。

在曲线运动中，加速度矢量除沿笛卡儿直角坐标轴进行分解外，还可以沿运动轨迹切线方向和法线方向(指向曲率中心) 分解，这种方法称为自然坐标法。这里所说的切向坐标轴和法