

根据国家教委最新考试大纲调整范围编写

专升本

1999年

全国成人高考专升本（非师范类）

大纲考查要点 难点 考点解析

北京大学 张朴 编著

高等数学（一）

中国青年出版社

546266



90546266

1999 年全国成人高考专升本 (非师范类)

大纲考查要点 难点 考点解析

高等数学 (一)

编 著 张 朴 (北京大学)

审 定 吴宝科 (北京大学)



12.16

中国青年出版社

(京)新登字 083 号

责任编辑：常 成

封面设计：白春艳

书图在版编目 (CIP) 数据

1999 年全国成人高考专升本 (非师范类) 大纲考查要点
难点 考点解析：高等数学 (1) / 张朴编著. - 北京：中国青年出版社，1998.8

ISBN 7-5006-3136-7

I. 19... II. 张... III. 高等数学-成人教育：高等教育-入学考试-自学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 23140 号

*

中国青年出版社出版 发行

社址：北京东四 12 条 21 号 邮政编码：100708

河北省香河新华印刷有限公司印刷 新华书店经销

*

850×1168 1/32 15 印张 352 千字

1998 年 10 月北京第 1 版 1998 年 10 月第 1 次印刷

印数：5000 册 定价：20.00 元

前 言

目前，市场上关于专升本考试类参考资料非常多，但皆感觉有所欠缺，或体系不完整，或偏离了复习考试大纲的要求，或缺乏当前热点的针对性等等不足。为配合考生更好的进行复习，使之既能从总体上把握应试体系，又做到重点突出，本书因此应运而生，出版意图也体现于此。

配合 1997 年 8 月国家教育委员会颁布的《全国各类成人高等学校专科起点本科班招生（非师范类）复习考试大纲》，体现其最新精神和要求，其体例为：第一部分为历年（1994～1998 年）试题分析及考试发展趋势评析。能使考生准确掌握考试脉络走向。第二部分为大纲要点与基本考试题型，立足典型试题分析，注重方法，技巧点拨，引导思路，找准捷径，指导师生探索规律，找出提高整个考试分数的最佳方法；以求最短时间内提高考试成绩。第三部分为标准化模拟试题。最后附历届试题。

作为本丛书的编写者，我们力图结合当前命题趋势，奉献出我们最精华的东西。使考生对考试科目的复习，形成一个系统的学科体系。

当然，本丛书编者虽出于我国最著名高等学府，希望尽量达到尽善尽美，但错误、疏漏在所难免，我们只能说，我们竭尽全力了。如果考生在参阅本书后，觉得有所收获，那将是我们的最大欣慰！

编 者

1998.9

目 录

第一部分 考试指导	(1)
-----------------	-----

——命题特点、常考内容提示	(1)
---------------------	-----

第二部分 大纲考查要点与基本考试题型	(6)
--------------------------	-----

第一章 函数、极限与连续	(6)
--------------------	-----

1.0 [大纲考查知识要点]	(6)
----------------------	-----

1.1 函数	(8)
--------------	-----

[大纲考查要点解析]	(8)
------------------	-----

[跟踪强化训练]	(23)
----------------	------

[跟踪强化训练参考答案]	(26)
--------------------	------

1.2 极限	(31)
--------------	------

[大纲考查要点解析]	(31)
------------------	------

[跟踪强化训练]	(46)
----------------	------

[跟踪强化训练参考答案]	(49)
--------------------	------

1.3 连续	(54)
--------------	------

[大纲考查要点解析]	(54)
------------------	------

[跟踪强化训练]	(63)
----------------	------

[跟踪强化训练参考答案]	(66)
--------------------	------

1.4 本章小结与历年试题分析	(72)
-----------------------	------

第二章 一元函数微分学	(75)
-------------------	------

2.0 [大纲考查知识要点]	(75)
----------------------	------

2.1 函数的导数与微分	(76)
--------------------	------

[大纲考查要点解析]	(76)
------------------	------

[跟踪强化训练]	(89)
----------------	------

〔跟踪强化训练参考答案〕	(92)
2.2 中值定理及导数的应用	(95)
〔大纲考查要点解析〕	(95)
〔跟踪强化训练〕	(116)
〔跟踪强化训练参考答案〕	(120)
2.3 本章小结与历年试题分析	(134)
第三章 一元函数积分学	(137)
3.0 〔大纲考查知识要点〕	(137)
3.1 不定积分	(138)
〔大纲考查要点解析〕	(138)
〔跟踪强化训练〕	(157)
〔跟踪强化训练参考答案〕	(162)
3.2 定积分	(169)
〔大纲考查要点解析〕	(169)
〔跟踪强化训练〕	(186)
〔跟踪强化训练参考答案〕	(193)
3.3 本章小结与历年试题分析	(200)
第四章 向量代数与空间几何	(204)
4.0 〔大纲考查知识要点〕	(204)
4.1 向量代数	(205)
〔大纲考查要点解析〕	(205)
〔跟踪强化训练〕	(210)
〔跟踪强化训练参考答案〕	(215)
4.2 平面与直线	(218)
〔大纲考查要点解析〕	(218)
〔跟踪强化训练〕	(229)

	〔跟踪强化训练参考答案〕	(233)
4.3	简单的二次曲面	(237)
	〔大纲考查要点解析〕	(237)
	〔跟踪强化训练〕	(242)
	〔跟踪强化训练参考答案〕	(245)
4.4	本章小结与历年试题分析	(247)
第五章	多元函数微积分	(249)
5.0	〔大纲考查知识要点〕	(249)
5.1	多元函数微分学	(250)
	〔大纲考查要点解析〕	(250)
	〔跟踪强化训练〕	(266)
	〔跟踪强化训练参考答案〕	(271)
5.2	二重积分	(276)
	〔大纲考查要点解析〕	(276)
	〔跟踪强化训练〕	(284)
	〔跟踪强化训练参考答案〕	(289)
5.3	本章小结与历年试题分析	(292)
第六章	无穷级数	(295)
6.0	〔大纲考查知识要点〕	(295)
6.1	数项级数	(295)
	〔大纲考查要点解析〕	(295)
	〔跟踪强化训练〕	(302)
	〔跟踪强化训练参考答案〕	(308)
6.2	幂级数	(312)
	〔大纲考查要点解析〕	(312)
	〔跟踪强化训练〕	(319)

〔跟踪强化训练参考答案〕	(324)
6.3 本章小结与历年试题分析	(331)
第七章 常微分方程	(334)
7.0 〔大纲考查知识要点〕	(334)
7.1 一阶微分方程	(335)
〔大纲考查要点解析〕	(335)
〔跟踪强化训练〕	(342)
〔跟踪强化训练参考答案〕	(347)
7.2 高阶微分方程	(351)
〔大纲考查要点解析〕	(351)
〔跟踪强化训练〕	(358)
〔跟踪强化训练参考答案〕	(363)
7.3 本章小结与历年试题分析	(366)

第三部分 1999 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

(非师范类)高等数学(一)标准化模拟试题 (含参考答案)	(368)
标准化模拟试题(一)	(368)
标准化模拟试题(一)参考答案及评分标准	(372)
标准化模拟试题(二)	(376)
标准化模拟试题(二)参考答案及评分标准	(380)
标准化模拟试题(三)	(385)
标准化模拟试题(三)参考答案及评分标准	(390)

第四部分 1995 ~ 1998 年成人高等学校专升本招生全国统一考试

(非师范类)高等数学(一)试题及参考答案	(395)
1995 年成人高等学校专升本招生全国统一考试(非师范类) 高等数学(一)试题	(395)

1995 年成人高等学校专升本招生全国统一考试(非师范类)	
高等数学(一)试题参考答案及评分标准	(400)
1996 年成人高等学校专升本招生全国统一考试(非师范类)	
高等数学(一)试题	(405)
1996 年成人高等学校专升本招生全国统一考试(非师范类)	
高等数学(一)试题参考答案及评分标准	(410)
1997 年成人高等学校专升本招生全国统一考试(非师范类)	
高等数学(一)试题	(416)
1997 年成人高等学校专升本招生全国统一考试(非师范类)	
高等数学(一)试题参考答案及评分标准	(420)
1998 年成人高等学校专升本招生全国统一考试(非师范类)	
高等数学(一)试题	(427)
1998 年成人高等学校专升本招生全国统一考试(非师范类)	
高等数学(一)试题参考答案及评分标准	(432)

第一部分 考试指导

——命题特点、常考内容提示

一、考试简介

高等数学（一）的考试内容包括：函数、极限、连续；一元函数微分学；一元函数积分学；向量代数与空间解析几何；多元函数微分学；多元函数积分学；无穷级数；常微分方程八个部分。

考试旨在考查考生对上述内容的基本概念、基本理论和基本方法的掌握程度；测试考生能否运用上述知识准确计算，正确判断和证明；检查考生对上述各部分知识结构及知识之间内在联系的了解程度及解决简单实际问题的水平。

函数、极限、连续考试的内容有函数、极限、连续、无穷小的概念、基本性质与计算。

一元函数微分学考试的内容有导数、微分的概念、基本性质，导数与微分运算，微分中值定理，洛比达法则，利用导数研究函数几何性态与极值。

一元函数积分学考试的内容有原函数、不定积分、定积分的概念、性质，牛顿—莱布尼兹公式，不定积分与定积分算法，广义积分的概念，定积分的应用。

向量代数与空间解析几何考试的内容有向量的数量积、向量积，平面与直线，简单的二次曲面。

多元函数微分学考试的内容有多元函数、极限、连续、偏导数、全微分的概念，偏导数与全微分计算。

多元函数积分学考试的内容有二重积分的概念、基本性质，二重积分的计算与应用。

无穷级数考试的内容有级数的概念，基本性质，正项级数审

敛法, 交错级数的莱布尼兹审敛法, 绝对收敛与条件收敛, 幂级数的基本性质、收敛区间, 初等函数的幂级数展开。

常微分方程考试的内容有可分离变量方程, 一阶线性微分方程, $y''=f(x, y')$ 型方程, 二阶常系数非齐次线性微分方程的求解。

试卷总分: 150 分

考试时间: 150 分钟

试卷内容比例

一元函数微积分 约 60%

多元函数微积分 (含向量代数与空间解析几何) (约 20%)

级数与微分方程 约 20%

试卷题型比例

选择题与填空题 约 40%

解答题 约 60%

试题难易比例

容易题 约 40%

中等难度题 约 50%

较难题 约 10%

二、近年来常考内容分析

为了便于广大学生较好把握命题特点, 了解考试重点, 我们将 1994~1998 年的试题作一下分析。

分数 内容 \ 年份	1994	1995	1996	1997	1998
函数、极限、连续	24	18	21	11	18
一元函数微分学	27	43	48	41	28
一元函数积分学	35	23	21	23	40
空间解析几何与向量代数	7	8	7	4	10

分数 内容 \ 年份	1994	1995	1996	1997	1998
多元函数微积分	26	28	23	40	24
无穷级数	18	17	13	17	16
常微分方程	13	13	17	14	14
总计	150	150	150	150	150

由上表看出一元函数微分学在历届考试中都占有很重的份量，一元函数积分学也是每次考试必占 20 多分。统计这五年考试的结果，我们发现一元函数微积分包括函数、极限、连续部分共占 381 分，约占全部分数的 56%，这和大纲要求的 60% 基本相当。

多元函数微积分这一章所占比例一直不小，尤其值得注意的是 1997 年这部分就占了 40 分！这适应了今后考试的趋势，即对考生来说较难的部分如多元微积分，导数和常微分方程会考得频繁些。

在题型分布上，选择题，填空题大多集中在一元函数微积分部分，而计算题除了在导数应用，不定积分的定积分中大量出现外，主要集中于偏导数的计算，二重积分的计算，幂级数和常微分方程等部分。关于题型分布可见下表：

题数 内容 \ 年份	1994	1995	1996	1997	1998
函数	1	2	1 1	1	1
极限	2	1	2	1 1	1 1
连续	1	1	1 1		1
导数与微分	2 1	2	2	2 1	2 1
中值定理与导数应用	2 1 1	1 3 3	3 1	2 2 1	

内容 \ 题数 \ 年份	1994			1995			1996			1997			1998		
	题数	年份		题数	年份		题数	年份		题数	年份		题数	年份	
不定积分			1			2			1			1			1
定积分	3	1	1	1	1	1	2	1		1	2	1		1	3
向量代数		1		1									1		
平面直线与二次曲面	1			1				1		1					1
偏导数		1	1			1		1	1		1	1		1	1
二重积分		1	1	2		1			1	1	1	2		1	
数项级数	2				1				1	1					1
幂级数			1	1		1		1			1	1	1		1
一级常微分方程					1						1				1
高级常微分方程		1	1			1	1	1	1	1			1	1	
总计	10	10	8	10	10	8	10	10	8	10	10	8	5	10	10

这里每个年份下边的三个空格中，第一个空格表示相应的选择题的题数，第二个表示填空题的题数，第三个表示计算题的个数。空格表示 0。

由表中可见，中值定理和导数的应用是每题 10 分的计算题的重要来源，94 年考了 1 题，95 年 3 题，96 年 3 题，97 年 2 题！偏导数，二重积分也几乎每年都要各考一道计算题；97 年关于二重积分考了二道计算题！解常微分方程和求幂级数也是出计算题的重要内容。

函数图形（包括一些简单的二元函数作图）在 94—98 年考试中直接考的有一道计算题，二道填空题。但这部分综合运用导数，高阶导数，极限及它们的几何意义等众多内容，能考察考生综合素质。它还隐形地存在于二重积分的计算，二重积分的改变

积分次序等内容中。

纵观历年考题，绝大部分题目都是检验考生对基本概念的理解，难题、偏题很少，甚至没有。重点总是放在理解和分析的基础上。所以考生千万注意要在理解所学内容基础上适量做题，加深理解，万不能在未理解所学内容的情况下匆忙做题，欲速则不达。

三、考生应注意的问题

1. 全面复习，把握重点

首先要对概念、定理和公式进行系统复习，在此基础上对重点和难点部分作重点复习。但不要专去做偏题、难题。

2. 掌握基础，灵活运用

复习要注意掌握基本概念、基本方法。要注意定理和公式成立的条件，应用范围及变形，在理解的基础上灵活运用。近几年综合性试题越来越多，考生要特别注意。

3. 了解试题类型，做好练习题

在复习本书时，要认真做书上的练习题。

4. 通过做模拟试题发现薄弱环节

在精读练习完大纲考查的基本内容之后，最后再做适量的模拟试题。通过做模拟题，可增加临场应变能力，发现自己的薄弱环节，反过来重新有重点地复习本书，调整复习方向。

第二部分 大纲考查要点 与基本考试题型

第一章 函数、极限与连续

1.0 [大纲考查知识要点]

单元	节次	知识要点	大纲要求(难度)			
			A	B	C	D
函数	函数的概念	函数的定义域.		✓		
		函数的对应关系.			✓	
		分段函数.				✓
	函数的基本性质	有界性.	✓			
		单调性.		✓		
		奇偶性.		✓		
		周期性.	✓			
	反函数	反函数存在的条件.				✓
	基本初等函数及其图形	幂函数及其图形.			✓	
		指数函数及其图形.				✓
		对数函数及其图形.			✓	
		三角函数及其图形.		✓		
		反三角函数及其图形.				✓
	复合函数与初等函数	复合函数的定义域及复合函数的形式.			✓	
		由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次函数复合步骤所得的函数.				✓

单元	节次	知识要点	大纲要求(难度)			
			A	B	C	D
极 限	数列的极限	数列极限的定义.			✓	
		数列极限的性质.		✓		
		数列极限的四则运算法则		✓		
	函数的极限	函数极限的定义和左右极限的概念			✓	
		自变量趋向有限值时的函数极限存在的充分必要条件.		✓		
		函数极限的性质.			✓	
		函数极限的四则运算法则.		✓		
		两个重要极限.			✓	
	无穷小量和无穷大量	无穷大量和无穷小量的关系.		✓		
		无穷小量的性质.			✓	
		无穷小量阶的比较.			✓	
连 续	连续函数的概念	函数在一点连续的定义.		✓		
		左连续与右连续.		✓		
		函数(含分段函数)在一点连续的充分必要条件.			✓	
		函数的间断点及其分类.				✓
	连续函数的运算和初等函数的连续性	连续函数的运算		✓		
		初等函数的连续性		✓		
	闭区间上的连续函数的性质	介值定理(包括零点定理).			✓	
		最大值与最小值定理.				✓

* 注:A 表示容易,B 较易,C 较难,D 难,(即难度大小的层次为 $A < B < C < D$)。下同。

1.1 函数

〔大纲考查要点解析〕

一、函数的概念

函数的英文名字是 *function*, 有“作用, 功能”的意思. 在数学上它就有作用在一个数上得到另一个数的意思.

定义 设 x 和 y 是两个变量, D 是一个给定的数集. 如果对于每个数 $x \in D$, 变量 y 按照一定法则总有确定的数值和它对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作

$$y = f(x)$$

D 叫做这个函数的定义域, x 叫自变量, y 叫因变量. y 的取值范围叫做值域.

函数概念的两个要素:

- 1 定义域: 自变量的变化范围, 常记作 D .
- 2 对应关系: 给定 x , 给出求 y 的方法.

解题提示: 当且仅当给定的两个函数, 其定义域和对应关系完全相同时, 才表示同一函数, 否则就是两个不同的函数.

解题提示: 由分析式子表示的函数的定义域是使该分析表达式有意义的一切实数所构成的集合, 求定义域时应注意以下几条原则:

- (1) 如果函数的表达式中含有分式, 则分式的分母不能为零;
- (2) 如果函数的表达式中含有偶次方根, 则根号下的表达式必须大于或等于零;
- (3) 如果函数的表达式含有对数, 则真数和底数都必须大于零;
- (4) 如果函数的表达式中含有反正弦函数或反余弦函数, 则