

数学题解辞典

· 平面几何 ·

上海辞书出版社

(沪)新登字110号

数学题解辞典·平面几何

上海辞书出版社出版

(上海陕西北路457号)

上海辞书出版社发行所发行 上海中华印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张22.875 插页5 字数702,000

1993年10月第1版 1993年10月第1次印刷

印数1—10000

ISBN 7-5326-0164-1/0·10

定价: 16.00 元

数学题解辞典编辑委员会

顾 问 赵宪初

主 编 唐秀颖

副 主 编 夏明德

编辑委员(按姓氏笔画为序)

陈振宣 *郁 桢 顾鸿达 *章景翰 曾 容

主要编写人

贺龙泉 钟光荣 刘祖年 沈伟礼

插 图 朱恩源

责任编辑 唐尚斌

编 辑 杨泰俊

封面设计 江小铎

前 言

随着科学文化事业的发展,广大中等学校数学教师热切希望有一部以题解为中心的、比较系统的、实用的工具书. 鉴于建国三十余年来中学数学教学已经积累了比较丰富的实践经验,各种文献资料也提供了众多的题材,这就有可能在总结我国教学实践经验的基础上,广泛吸收各方面的精华,遵照教育部《全日制六年制重点中学数学教学大纲(草案)》的精神,编纂一部比较符合我国国情、门类比较齐全、查阅比较方便的数学题解辞典. 为此,我们邀集上海市部分富有教学经验的数学教师编写了这部工具书.

本辞典分代数、三角、平面几何、立体几何、平面解析几何、初等微积分六卷. 主要供中等学校数学教师教学、进修时使用,也可供数学爱好者及中等学校学生参考.

编纂本辞典时,力求贯彻下列要求:

1. 重视提高解题的分析能力. 释文着重分析解题思路,揭示解题规律,使读者不仅得到简明而准确的解答,而且学会思考问题的方法.

2. 注重题材的广泛性和代表性. 选题时,注意筛选收录中外各类数学题解辞典和各种参考资料中富有启发性的题目,我国高等学校历届入学考试和国内外各种数学竞赛中有代表性的试题,以及中学数学范围内传统的著名题,特别是在教学实践中有助于巩固数学概念、富于思考性的自编题. 此外,还酌收少量一般教材中常见的典型题.

3. 注意题材归类,以典型带一般. 题目编排分类清楚,条理

分明, 各类题目选好典型, 加以分析说明, 使读者举一反三, 触类旁通。

由于我们水平有限, 虽经努力, 但上述编纂要求未必都能达到, 选材和释文也可能有疏漏和不当之处, 热诚地欢迎读者批评指正。

数学题解辞典编辑委员会

1985年6月

凡 例

1. 本书分直线形、直线形中的不等量关系、相似形、直线形面积、圆、轨迹和作图六章，共收录各类平面几何题目一千二百余道。正文后附录几何学简史和汉英对照平面几何名词。

2. 题目按学科知识体系的章节分类分组编排。正文前刊有按类组形式编制的详细目录。

3. 在各章开头用双线相隔的部分，是解题或证题所需要的定理、法则、公式等知识提要，按序列出，作为解题的依据。

4. 题目解答一般是一题一解，部分题目有其它较好解法的，则一题多解，分别列出。本书中已收录题目的结论，在其它题目中应用时，一般不再重复，只注明“参见第×××题”。

5. 对典型题或较复杂的题目，以[分析]的形式提示解题的关键和思路的分析；另以[说明]的形式标明有关解题规律的总结和题目意义的推广。在典型题后还配置若干相关的题目，以收触类旁通之效。

6. 本书插图一千八百余幅，分别附于有关题目下面；同一题中有一幅以上者，分别注明图 1、图 2…。

7. 本书涉及的知识，基本上按照《全日制六年制重点中学数学教学大纲(草案)》的要求；超出大纲要求的知识(在提要中相关序号的左上角用*号标明)以及部分难度较高的题目，仅供教师参考，不宜作为教学要求。

目 录

第一章 直 线 形

§1. 线段和角	
(1) 线段(1—5)·····	6
(2) 角(6—9)·····	9
§2. 平行线(10—12)·····	11
§3. 三角形和多边形的内角和	
(1) 三角形的内角和(13—28)·····	13
(2) 多边形的内角和(29—35)·····	21
§4. 全等三角形(36—45)·····	24
§5. 等腰、等边三角形	
(1) 等腰三角形(46—62)·····	30
(2) 等边三角形(63—67)·····	42
§6. 直角三角形(68—86)·····	45
§7. 一般三角形	
(1) 线段相等及和差倍分(87—116)·····	54
(2) 直线的平行与垂直(117—128)·····	69
(3) 角相等(129—131)·····	75
(4) 垂心、内心与旁心(132—134)·····	77
(5) 共点线与共线点(135—149)·····	78
(6) 其他(150—166)·····	86
§8. 平行四边形(167—184)·····	97
§9. 特殊平行四边形	
(1) 矩形和菱形(185—187)·····	105
(2) 正方形(188—201)·····	107

§10. 梯形(202—207)	114
§11. 一般四边形(208—215)	116
§12. 其他多边形(216—224)	121

第二章 直线形中的不等量关系

§1. 线段和角的不等量关系

(1) 三角形中线段和角的不等量关系(225—236)	129
(2) 四边形中线段和角的不等量关系(237—240)	135

§2. 线段和的不等量关系

(1) 三角形中线段和的不等量关系(241—261)	137
(2) 四边形中线段和的不等量关系(262—273)	148
(3) 其他多边形中线段和的不等量关系(274—275)	154

§3. 三角形中线、高、角平分线的不等量关系

(1) 三角形的中线(276—286)	154
(2) 三角形的高(287—292)	160
(3) 三角形的角平分线(293—312)	164

§4. 线段与角的最大值和最小值问题(313—328)

§5. 其他(329—342)

第三章 相 似 形

§1. 平行线截得比例线段(343—351)

§2. 三角形内、外角平分线与比例线段(352—356)

§3. 调和点列(357—359)

§4. 相似形和位似形

(1) 相似形(360—365)	209
(2) 位似形(366—367)	211

§5. 成比例线段

- (1) 三角形中的成比例线段(368—392)..... 213
(2) 四边形中的成比例线段(393—402)..... 227

§6. 线段积的和差, 线段平方、立方的比例关系

- (1) 三角形中线段积的和差, 线段平方、立方的比例关系
(403—435)..... 232
(2) 四边形和其他多边形中线段积的和差, 线段平方、立方的
比例关系(436—446)..... 253

§7. 利用比例线段解关于三角形和四边形中线段和角 的问题

- (1) 三角形中线段和角的问题(447—479)..... 259
(2) 四边形中线段和角的问题(480—490)..... 277

§8. 共线点与共点线

- (1) 梅内劳斯定理及其应用(491—501)..... 283
(2) 塞瓦定理及其应用(502—509)..... 291
(3) 其他(510—512)..... 296

第四章 直线形面积

§1. 求面积

- (1) 三角形的面积(513—519)..... 301
(2) 四边形的面积(520—526)..... 305
(3) 其他多边形的面积(527—534)..... 309

§2. 面积相等与和差倍分

- (1) 三角形的面积相等与和差倍分(535—555)..... 316
(2) 四边形的面积相等与和差倍分(556—574)..... 327

§3. 面积的不等量关系

- (1) 三角形的面积不等量关系(575—578)..... 338
(2) 四边形的面积不等量关系(579—583)..... 340

(3) 其他多边形的面积不等量关系(584—585)·····	343
§4. 面积的最大值与最小值(586—599)·····	345
§5. 其他(600—610)·····	355

第五章 圆

§1. 圆的基本性质

(1) 线段的长与线段相等(611—617)·····	369
(2) 线段成比例及线段的积、平方和关系(618—624)·····	372
(3) 角的度数、角与弧相等及倍分关系(625—631)·····	375
(4) 线段及其和差积商的定值问题(632—636)·····	378
(5) 线段及其和差积的不等量关系(637—641)·····	383
(6) 直线的平行与垂直(642—643)·····	385
(7) 三角形、四边形的面积问题(644—651)·····	387
(8) 其他(652—654)·····	392

§2. 直线和圆

(1) 线段相等(655—665)·····	393
(2) 线段的和差倍积商与平方(666—676)·····	399
(3) 角相等(677—681)·····	405
(4) 定值问题(682—683)·····	407
(5) 直线的平行与垂直(684—687)·····	409
(6) 共点线与共圆点(688—691)·····	412
(7) 直线与圆相切(692—697)·····	414
(8) 直线过定点(698—699)·····	417
(9) 其他(700—703)·····	418

§3. 三角形和圆

(1) 线段相等(704—724)·····	420
(2) 线段成比例及线段的积(725—730)·····	432
(3) 线段的和倍、平方、立方、倒数关系(731—751)·····	436

(4) 角相等与弧相等(752—761).....	447
(5) 定值问题(762—764).....	452
(6) 线段不等量关系(765—766).....	455
(7) 直线的平行与垂直(767—777).....	456
(8) 共线点与共点线(778—790).....	461
(9) 共圆点与共点圆(791—811).....	468
(10) 直线与圆相切(812—816).....	480
(11) 三角形与圆的面积(817—824).....	482
(12) 圆过定点(825—826).....	485
(13) 其他(827—836).....	486
§4. 多边形和圆	
(1) 线段及其和相等(837—843).....	492
(2) 成比例线段及线段的积(844—851).....	495
(3) 线段平方及其倒数关系(852—856).....	501
(4) 角相等(857—861).....	506
(5) 线段的不等量关系(862—865).....	509
(6) 共线点与共点线(866—870).....	511
(7) 共圆点(871—877).....	514
(8) 直线与圆、圆与圆相切(878—882).....	519
(9) 面积问题(883—888).....	521
(10) 其他(889—892).....	525
§5. 圆和圆	
(1) 线段相等(893—910).....	528
(2) 等圆(911—915).....	536
(3) 成比例线段及线段平方(916—926).....	539
(4) 角相等与弧相等(927—943).....	545
(5) 线段与角的定值问题(944—948).....	552
(6) 线段与弧的不等量关系(949—951).....	555
(7) 直线的平行与垂直(952—952).....	556
(8) 共线点与共点线(963—971).....	561

(9) 共圆点与共点圆(972—982).....	566
(10) 直线与圆、圆与圆相切(983—991).....	571
(11) 圆半径与四边形的外接圆直径(992—999)	576
(12) 面积问题(1000—1004)	580
(13) 最大值与最小值问题(1005—1010)	583
(14) 其他(1011—1014)	586
§6. 正多边形和圆	
(1) 圆半径与正多边形边长(1015—1031).....	588
(2) 正多边形的边数(1032—1035).....	596
(3) 线段及其平方关系(1036—1041).....	599
(4) 最大值与最小值问题(1042—1044).....	602
(5) 面积问题(1045—1050).....	604
(6) 其他(1051—1057).....	608

第六章 轨迹与作图

§1. 轨迹

(1) 线轨迹.....	617
到线段两端距离相等的点的轨迹(1058—1060)	
到两点距离平方差为定值的点的轨迹(1061—1063)	
到相交两直线距离之比为定比 $m:n(m \neq n)$ 的点的轨迹 (1064—1066)	
在已知直线外动线段上某分点的轨迹(1067—1072)	
其他(1073—1078)	
(2) 圆、弧轨迹.....	629
与已知点的距离等于定长的点的轨迹(1079—1092)	
在已知线段外一点到这线段两端连线所成之角为定角时 角顶的轨迹(1093—1097)	
与已知两点距离的比为定比 $m:n(m \neq n)$ 的点的轨迹 (阿氏圆)(1098—1099)	

其他(1100—1101)

§2. 作图

- | | |
|------------------------|-----|
| (1) 轨迹交截法 | 641 |
| 求作满足已知条件的点(1102—1107) | |
| 求作满足已知条件的直线(1108—1115) | |
| 求作三角形(1116—1121) | |
| 求作圆(1125—1129) | |
| (2) 三角形奠基法 | 656 |
| 求作三角形(1130—1145) | |
| 求作平行弦及四边形(1146—1148) | |
| 求作梯形(1149—1152) | |
| 求作(特殊)平行四边形(1153—1155) | |
| (3) 平行移动法 | 668 |
| 求作直线与点(1156—1160) | |
| 求作四边形(1161—1162) | |
| (4) 相似法 | 672 |
| 求作三角形(1163—1166) | |
| 求作圆(1167—1176) | |
| 其他(1177) | |
| (5) 对称法(1178—1183) | 682 |
| (6) 旋转移动法(1184—1189) | 685 |
| (7) 面积割补法(1190—1193) | 689 |
| (8) 代数解析法 | 691 |
| 求作四边形(1194—1196) | |
| 求作等积形(1197—1198) | |
| 其他(1199—1201) | |

附录

- | | |
|------------|-----|
| 平面几何中的著名定理 | 697 |
| 几何学简史 | 700 |
| 汉英对照平面几何名词 | 715 |