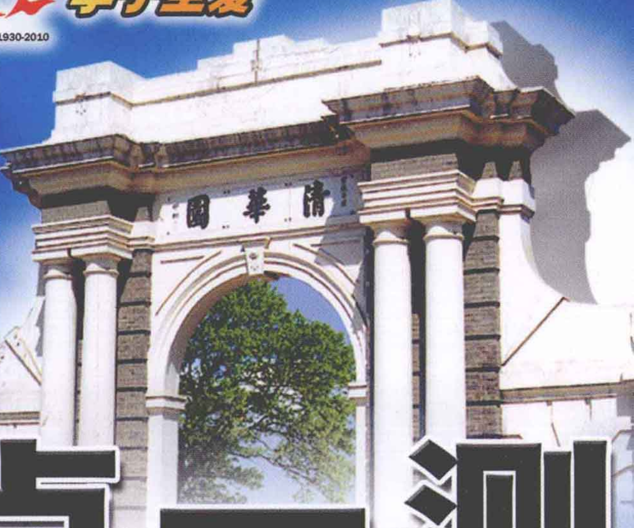
龙门品牌 学子至爱

龍門書局 1930-2010

名誉主编 雷洁琼
丛书主编 希 扬




升级版

# 三点一测

当选"改革开放30年最具影响力的300本书"

优秀畅销书奖

## 八年级数学

人教版

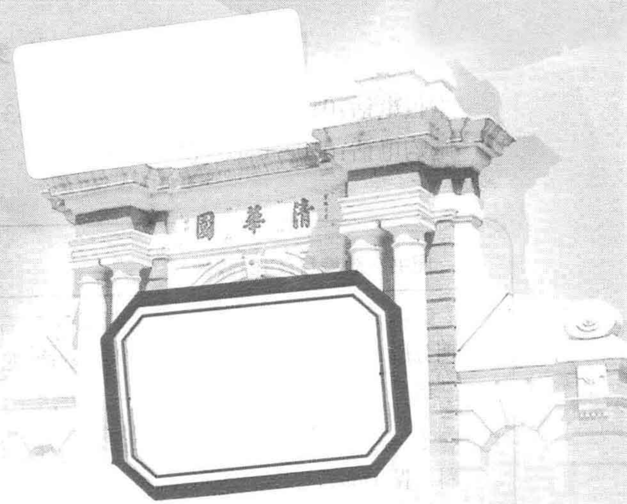
分册主编 桂先明

重点难点提示
知识点全解
综合应用检测

上

科学出版社 龍門書局

☆ 与人教版最新教材同步 ☆




升级版

# 三点一测

## 八年级数学（上）

分册主编：桂先明
编　　者：张维新　孙文权　陶卫芳
管慧焰　李球元　张鹏飞
万院喜　杨　军　成千文
陶兴胜　梅　亮　曹文杰
范永春　张晓明

科学出版社　龍門書局

北　京

举报电话：010－64030229；010－64034315；13501151303
邮购电话：010－64034160

**图书在版编目(CIP)数据**

三点一测. 八年级数学. 上：人教版课标本/希扬丛书主编；桂先明分册主编. —修订版. —北京：科学出版社 龙门书局，2009

ISBN 978-7-5088-0265-7

Ⅰ.三…　Ⅱ.①希…②桂…　Ⅲ.数学课－初中－教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 027418 号

责任编辑：李妙茶　王黛君　赵瑞云/封面设计：嘉华永盛

科学出版社
龍門書局 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
www.longmenbooks.com
骏杰印刷厂 印刷
科学出版社总发行　各地书店经销

*

2005 年 5 月第　一　版　开本：A5(890×1240)
2010 年 4 月第五次修订版　印张：9 1/4
2010 年 4 月第十二次印刷　字数：320 000

**定　价：19.80 元**

(如有印装质量问题，我社负责调换)

# 编者的话

亲爱的同学们，在日常的学习中，你是否碰到过这样的情形：

课堂上用心听讲的你，因为小小的走神忽略了老师一句重要的讲解；

尽管听清了老师的每一句话，但是仍有不能理解的地方，却又不好意思上前询问；

明明全都听明白了，也把公式全都记住了，可是解题的时候却突然不知道该用什么、怎么用了；

…………

别担心，《三点一测》来了，她将为你排忧解难！

翻开这本书：

就可以找到详细的知识点讲解，弥补你的漏听错解；

就可以找到每个知识点需要注意的地方和易错点的提醒，帮助你深入理解所学；

就可以找到与知识点相对应的各种形式的例题，基础的、综合的、探究的，让解题更加有法可循；

还可以找到各地名师为你精选出来的习题，进一步巩固所学，让你在各种检测中得心应手。

《三点一测》丛书自面世以来，历经十三个春秋，无数次荣登全国各地图书销售排行榜榜首，累计销量突破三百万套。当年使用过《三点一测》的学子们，现在很多已经成为硕士、博士，是国家的栋梁之材。

如今，《三点一测》丛书的编者们积十三年青少年教育辅导之底蕴，本着"教育为振兴中华之本"的精神，潜心研究青少年学习所需，倾力推出了**升级版《三点一测》**。

升级版《三点一测》充分体现了**探究式学习理念**，同时力求在教辅书中体现**工具书的性质**：随用随查——解决你对课堂所学存有的疑问。

升级版《三点一测》体现了**金字塔式学法策略**，即"夯实基础＋掌握技巧＋拓展能力"，将所需要掌握的知识，系统地、完整地呈现在你的眼前。

升级版《三点一测》的**全新版式**，带给你层次分明的版式设计，重点突出的内容讲解——阅读也可以很舒适。

亲爱的同学们，学习的过程虽然是一个艰苦的过程，但对自己未知领域的探索永远充满着极大的诱惑力和无限的乐趣。《三点一测》愿做你攀登知识高峰的阶梯，遨游无垠学海的龙舟，给你的学习以最大的智力支持！

"宝剑锋从磨砺出，梅花香自苦寒来"，希望同学们通过自身的努力，不断奋进，取得成功！

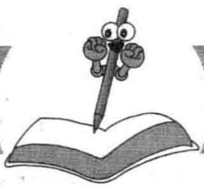
成功路上，《三点一测》伴你同行！

听力录音免费下载办法：登陆 www.longmenbooks.com，弹出界面后，点击"下载中心"，即可找到相关下载。

编　者

# 编委会





# 目录 CONTENTS

**第 11 章　全等三角形**……………………………………………… (1)

11.1　全等三角形……………………………………………………… (1)

11.2　三角形全等的判定 …………………………………………… (12)

11.3　角的平分线的性质 …………………………………………… (36)

本章小结 ……………………………………………………………… (49)

本章综合能力测试 …………………………………………………… (60)

**第 12 章　轴对称** ……………………………………………………… (65)

12.1　轴对称 ………………………………………………………… (66)

12.2　作轴对称图形 ………………………………………………… (78)

12.3　等腰三角形 …………………………………………………… (90)

本章小结……………………………………………………………… (111)

本章综合能力测试…………………………………………………… (122)

**第 13 章　实数** ………………………………………………………… (126)

13.1　平方根………………………………………………………… (126)

13.2　立方根………………………………………………………… (135)

13.3　实数…………………………………………………………… (144)

本章小结……………………………………………………………… (153)

本章综合能力测试…………………………………………………… (158)

**第 14 章　一次函数**……………………………………………………… (161)

14.1　变量与函数…………………………………………………… (161)

14.2　一次函数……………………………………………………… (174)

14.3　用函数观点看方程(组)与不等式 …… (188)
14.4　课题学习 …… (196)
本章小结 …… (208)
本章综合能力测试 …… (213)
**第15章　整式的乘除与因式分解 …… (218)**
15.1　整式的乘法 …… (218)
15.2　乘法公式 …… (231)
15.3　整式除法 …… (239)
15.4　因式分解 …… (247)
本章小结 …… (256)
本章综合能力测试 …… (262)
**参考答案及提示 …… (265)**

# 第11章 全等三角形

## 本章综述

**课程标准要求**

- 了解全等形、全等三角形的概念；掌握全等三角形的性质.
- 探索并掌握两个三角形全等的特征和条件.
- 了解角平分线的概念及其性质.

**中考命题方向**

| 中考考点 | 命题方向 | 难度 | 题型 |
|---|---|---|---|
| 全等形和全等三角形的概念 | 全等形的概念和性质<br>全等三角形及其有关概念<br>全等三角形性质的运用<br>全等三角形的变换形式 | 易<br>易<br>中<br>中 | 选择题<br>填空题<br>证明题<br>计算题<br>探究题 |
| 两个三角形全等的条件 | 五种判定三角形全等方法的简单应用<br>运用三角形全等的方法进行计算和证明<br>通过构造三角形全等进行计算和证明 | 易<br>中<br>难 | |
| 角平分线的概念和判定 | 角平分线的作法<br>角平分线性质的运用<br>角平分线判定的运用 | 易<br>中<br>中 | |

## 11.1 全等三角形

### 重点难点提示

- **重点** 全等三角形的概念与性质
- **难点** 全等三角形对应元素的确定

### 探究指导

**知识回顾**

1. 组成三角形的元素有顶点、角、边.
2. 三角形内角和等于 180°.
3. 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和.

## 数学宫殿 (万丈高楼平地起,打牢基础是关键)

**1. 全等形的概念及性质**

1)全等形的概念

两个能够完全重合的图形叫做全等形.

2)全等形的性质

全等图形的形状和大小都相同.

【例 1】 观察图 11-1-1 中的各个图形,指出其中的全等图形.

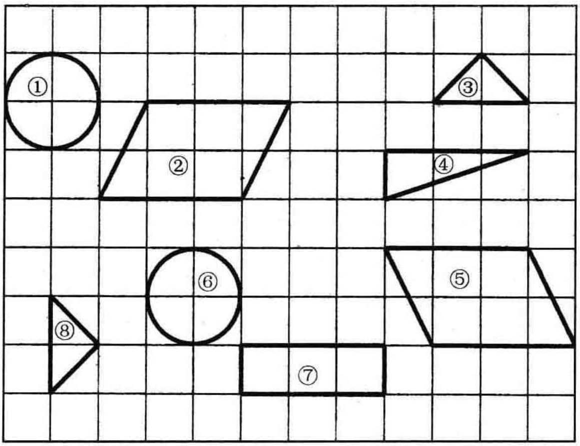



图 11-1-1

**分析** 由图中可知①和⑥,②和⑤,③和⑧不仅形状相同,而且大小也相同,所以它们分别为全等形.

**解** ①和⑥、②和⑤、③和⑧分别为全等形.

**解题规律** 判定两个图形是否为全等形时,不仅要看它们的形状是否相同,还要看它们的大小是否也相同. 即把它们叠放在一起,能够完全重合就是全等形.

**2. 全等三角形及其有关概念**

1)全等三角形

能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形.

2)全等三角形的对应元素

两个三角形全等,互相重合的顶点叫做对应顶点,互相重合的边叫做对应边,互相重合的角叫做对应角.

3)全等三角形的表示方法

符号“≌”读作“全等于”,如$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$全等,表示为$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

**说明** (1)记两个三角形全等时，通常把对应顶点的字母写在对应的位置上，这样对应的两个字母为端点的线段是对应边；对应的三个字母表示的角是对应角(若用一个字母表示一个角也是如此)；

(2)对应角夹的边是对应边；对应边的夹角是对应角；

(3)对应边、对应角是对两个三角形而言的，指两条边，两个角的关系，而对边、对角是指同一个三角形的边和角的位置关系，对边是与角相对的边，对角是与边相对的角.

**难点突破** 如何寻找全等三角形中的对应元素？

(1)由于两个三角形全等，那么这两个三角形一定可以通过平移、旋转、翻折而使它们重合，因而重合的边，重合的角就是对应边，对应角.

(2)如果两个三角形全等，图形中有公共边(角)的，公共边(角)是对应边(角)；有相等边(角)的，相等边(角)是对应边(角)；对顶角是对应角；最长(短)边与最长(短)边是对应边；最大(小)角与最大(小)角是对应角.

【例2】 如图11-1-2，已知$\triangle ABC \cong \triangle DCB$指出对应角和对应边.

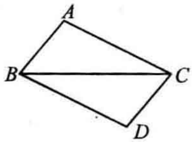
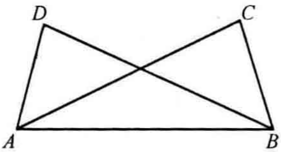
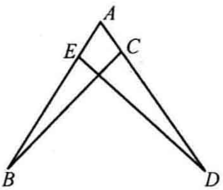
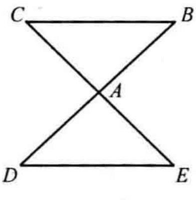


图11-1-2

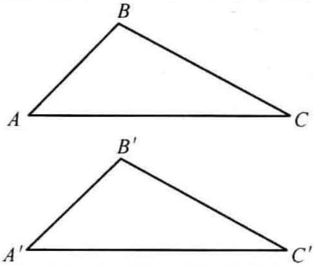
**分析** 因为$\triangle ABC \cong \triangle DCB$，所以$A$与$D$，$B$与$C$，$C$与$B$对应.

**解** $\angle ABC$对应$\angle DCB$，$\angle ACB$对应$\angle DBC$，$\angle CAB$对应$\angle BDC$，$BA$与$CD$是对应边，$AC$与$DB$是对应边，$BC$与$CB$是对应边.

根据两个三角形的位置关系，通常有如下规律确定全等三角形的对应边、对应角.

| 类型 | 图例 | 说明 |
|---|---|---|
| (1)有公共边 |   | 公共边是对应边<br>如图，$\triangle ABC \cong \triangle BAD$，$AB$是公共边，$AB$与$BA$是对应边. |
| (2)有公共角 |   | 公共角是对应角<br>如图，$\triangle ABC \cong \triangle ADE$，$\angle A$是公共角，则$\angle BAC$与$\angle DAE$是对应角 |
| (3)对顶角 |   | 对顶角是对应角<br>如图，$\triangle ABC \cong \triangle ADE$，$\angle CAB$与$\angle EAD$是对顶角，故它们是对应角 |

续表

| 类型 | 图例 | 说明 |
| --- | --- | --- |
| (4)最长(短)边与最长(短)边;最大(小)角与最大(小)角 |  | 两个全等三角形中,一对最长(短)边是对应边,一对最大(小)角是对应角.<br>如图,$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$,$AC$与$A'C'$为最长边,$AB$与$A'B'$为最短边,它们分别是对应边;$\angle B$与$\angle B'$是最大角,$\angle C$与$\angle C'$是最小角,它们分别是对应角. |

**3. 利用全等三角形性质,求三角形的角或边**

全等三角形的对应边,对应角相等这一性质,可以用来求全等三角形的边长和某些角的角度.

**【例3】** 如图11-1-3,$\triangle ABC \cong \triangle ADE$,$\angle EAB = 120°$,$\angle CAD = 60°$,求$\angle BAD$的度数.

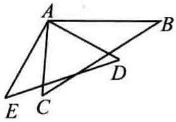



图 11-1-3

**分析** 由$\triangle ABC \cong \triangle ADE$. 得$\angle DAE = \angle CAB$. 它们同减去$\angle CAD$后剩下$\angle CAE = \angle BAD$.

**解** $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,$\therefore \angle DAE = \angle BAC$,$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$.

即$\angle BAD = \angle EAC$,又$\angle BAD + \angle EAC = \angle EAB - \angle CAD = 120° - 60° = 60°$.

$\therefore \angle BAD = 30°$.

**解题规律** 由全等三角形寻找图中对应角相等,再由角的和、差关系进行计算转换.

**【例4】** 如图11-1-4所示,$\triangle ABC \cong \triangle BAD$,点$A$和点$B$、点$C$和点$D$分别是对应顶点,如果$AB = 7$cm,$BD = 6$cm,$AD = 4$cm,那么$BC$的长为 ( )

A. 6cm B. 5cm C. 4cm D. 不能确定

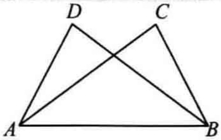



图 11-1-4

**分析** 解决本题时应注意全等三角形性质的灵活运用,$\triangle ABD$的三边均知道长度,所以求$BC$的长关键是找到$BC$的对应边.

**解** 因为$\triangle ABC \cong \triangle BAD$,所以$BC = AD$. 因为$AD = 4$cm,所以$BC = 4$cm. 故选C.

**解题规律** 求线段的长度可依据全等三角形的性质解决,关键是找清全等三角形的对应边.

**解题技巧** 重合的顶点为对应顶点,重合的边(或部分重合,不重合部分相等)是对应边.

**4. 利用全等三角形性质说理**

**【例5】** 如图11-1-5所示,$AB$和$CD$交于点$O$,且$\triangle ACO \cong \triangle BDO$,试说明$AC /\!/ BD$.

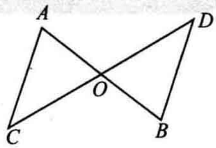



图 11-1-5

**分析** 如果$AC /\!/ BD$,则有$\angle A = \angle B$或$\angle C = \angle D$,根据$\triangle ACO \cong \triangle BDO$可以证明出来.

解 $\because \triangle ACO \cong \triangle BDO$，$\therefore \angle A = \angle B$，$\angle C = \angle D$（全等三角形对应角相等），$\therefore AC /\!/ BD$（内错角相等，两直线平行）

**解题规律** 本题利用全等三角形对应角相等判定两直线平行.

**5. 全等三角形变换的形式**

只改变图形的位置，而不改变其形状、大小的图形变换叫做全等变换.

全等变换包括以下三种：

(1)平移形：如图 11-1-6，它们是由对应相等的边在同一直线上移动所构成的，对应边的相等关系一般由同一直线的线段和(差)而证得.

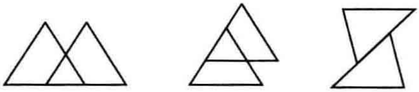


图 11-1-6

(2)翻折形：如图 11-1-7，它们的特点是对应相等的边或角重合，可沿某条直线对折，直线两旁的部分能完全重合.

图 11-1-7

(3)旋转形：如图 11-1-8，它们的特点是以三角形的某一顶点为中心旋转所构成的，故一般有一对相等的角隐含在平行线、对顶角、某些角的和(差)中.

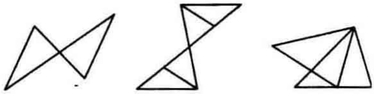


图 11-1-8

掌握上述几种类型对解决有关问题大有益处，它会帮助我们在具体证题时找到证题的途径和方法.

**【例 6】** 如图 11-1-9，$\triangle ABC \cong \triangle DEF$，$\angle A = 30^\circ$，$\angle B = 50^\circ$，$BF = 2$. 求$\angle DFE$ 的度数与 $EC$ 的长.

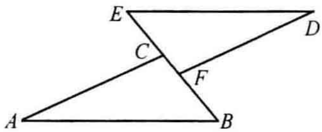



图 11-1-9

分析 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$，可得$\angle DFE = \angle ACB$，在$\triangle ABC$中，已知$\angle A$、$\angle B$可求$\angle ACB$

由$\triangle ABC \cong \triangle DEF$还可以得到$BC = EF$，$BC - CF = EF - CF$，即$BF = EC$

解 在$\triangle ABC$中$\angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B$

又$\because \angle A = 30^\circ$，$\angle B = 50^\circ$（已知）

$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 30^\circ - 50^\circ = 100^\circ$

$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$（已知）

$\therefore \angle ACB = \angle DFE$（全等三角形对应角相等），

$\therefore \angle DFE = 100^\circ$

$\because BC = EF$（全等三角形对应边相等）

$\therefore EC = EF - CF = BC - CF = BF = 2$

解题规律　在求 $EC$ 长时,不能直接求,可将之转化为两条线段的差,这也是求线段长的一种常用的转化方法.

特别提醒　本题是平移变换的一对全等形,关键是找到变换前后的边、角对应关系.

【例 7】　如图 11-1-10,已知$\triangle A'B'C$ 是$\triangle ABC$ 绕点 $C$ 逆时针旋转 $60°$得到的三角形.

(1)$\triangle A'B'C$ 与$\triangle ABC$ 全等吗?

(2)如果$\angle ACB = 20°$,$\angle B = 30°$,那么$\angle A'CB'$等于多少度?$\angle A'$与$\angle ACB'$又是多少度?

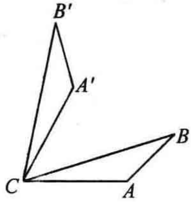


图 11-1-10

分析　这是全等变换中的旋转变换,故$\triangle A'B'C \cong \triangle ABC$,且对应边的夹角均为 $60°$.

解　(1)$\triangle A'B'C \cong \triangle ABC$

(2)如果$\angle ACB = 20°$,那么$\angle A'CB' = 20°$

$\angle A' = \angle A = 180° - \angle B - \angle ACB = 180° - 30° - 20° = 130°$

$\angle ACB' = \angle BCB' + \angle ACB = 60° + 20° = 80°$.

解题规律　无论是平移变换、翻折变换,还是旋转变换,变换前后的两个图形是全等的,我们可以运用全等三角形性质找到对应边、对应角以便解决问题.

## 聪明屋(解题技巧,一点就通)

6. 角度求值问题

【例 8】　如图 11-1-11,已知$\triangle ABC \cong \triangle DEF$,$\angle A = 85°$,$\angle B = 60°$,求$\angle DFE$ 的度数.

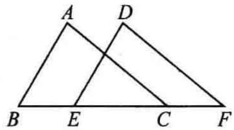


图 11-1-11

分析　由$\triangle ABC$ 与$\triangle DEF$ 全等,得$\angle DFE = \angle ACB$,在$\triangle ABC$ 中已知$\angle A$、$\angle B$ 可求$\angle ACB$ 度数.

解　$\because \angle ACB = 180° - \angle A - \angle B = 180° - 85° - 60° = 35°$

又$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$,$\therefore \angle DFE = \angle ACB = 35°$

解题规律　(1)利用三角形内角和定理和全等三角形对应角相等性质求解.

(2)已知$\angle A$、$\angle B$ 可求$\angle ACB$,也可求$\angle A$、$\angle B$ 对应角$\angle D$ 与$\angle DEF$ 度数,这两种方法都可求得$\angle DFE$ 度数.

易错提示　找对应角时不要张冠李戴.

7. 三角形边的求值问题

【例 9】　如图 11-1-12,$\triangle ABC$ 与$\triangle DEF$ 全等,$\angle F = \angle C$,$\angle D = \angle A$,$AD = 12cm$,$BE = 2cm$,求线段 $AB$ 的长.

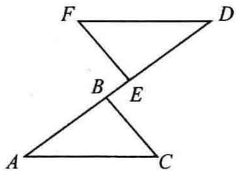


图 11-1-12

分析　应用全等三角形对应边相等性质求解

解　由题意可得$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

$\therefore DE = AB$

又$\because DE + AB = AD - BE = 12 - 2 = 10cm$

$\therefore AB = 5cm$

解题规律　利用全等三角形对应边相等性质求值.

易错提示　此题若要求 $AE$ 的长,应计算 $AB$ 与 $BE$ 的和,不要误以为是求 $AB$ 的长.

8. 如何用全等变换求值

(1)巧用翻折变换求值

【例 10】 如图 11-1-13，长方形 $ABCD$ 沿 $DE$ 折叠，使点 $C$ 恰好落在 $BA$ 边上，得点 $C'$，使 $\angle C'EB=40^\circ$，求 $\angle EDC'$ 的度数.

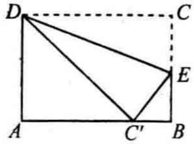



图 11-1-13

分析 因为折叠前后的 $\triangle DEC$ 与 $\triangle DEC'$ 是完全重合的，所以它们全等，得到 $\angle DEC'=\angle DEC$，$\angle DC'E=\angle C=90^\circ$，可先求出 $\angle DEC'$ 度数，后求 $\angle EDC'$ 度数.

解 由题意得：$\triangle DEC\cong\triangle DEC'$

$\therefore\angle DEC'=\angle DEC,\angle DC'E=\angle C=90^\circ$

又 $\because\angle C'EB+\angle DEC'+\angle DEC=180^\circ$

$\therefore\angle DEC'=\dfrac{180^\circ-40^\circ}{2}=70^\circ$

在 $\triangle DC'E$ 中，$\angle EDC'=180^\circ-\angle DC'E-\angle DEC'=180^\circ-70^\circ-90^\circ=20^\circ$

解题规律 折叠前后图形全等，对应的角也相等.

易错提示 注意折叠前后的两个全等图中对应角.

方法延伸 由 $\angle C'EB=40^\circ$ 求得 $\angle EC'B=50^\circ$，$\angle DC'A=40^\circ$，$\angle ADC'=50^\circ$，$\angle C'DC=40^\circ$，$\angle C'DE=20^\circ$.

(2)巧用平移变换求值

【例 11】 如图 11-1-14，将 $\triangle ABC$ 沿直线 $BC$ 平移得到 $\triangle A'B'C'$，已知 $BC'=8$，$B'C=2$，$\angle A'B'C=125^\circ$，$\angle A=45^\circ$，求 $\angle C'$ 的度数和 $BC$ 长.

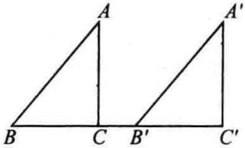



图 11-1-14

分析 $\triangle A'B'C'$ 由 $\triangle ABC$ 平移得到，所以 $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$，$\angle A'=\angle A=45^\circ$，$\angle C'=\angle A'B'C-\angle A'$，可求 $\angle C'$，又因为 $B'C'=BC$，$BC'=8$，$B'C=2$，所以 $BC=\dfrac{1}{2}(BC'-B'C)=3$

解 依题意得 $\triangle A'B'C'\cong\triangle ABC$

$\therefore\angle A'=\angle A=45^\circ\quad BC=B'C'$

$\therefore\angle C'=\angle A'B'C-\angle A'=125^\circ-45^\circ=80^\circ$

又 $\because BC+B'C'=BC'-B'C=8-2=2B'C'$

$\therefore BC=\dfrac{1}{2}(BC'-B'C)=3$

解题规律 平移前后的两个三角形全等.

(3)巧用旋转变换求解

【例 12】 (2006·烟台)如图 11-1-15，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90^\circ$，将 $\triangle ABC$ 绕顶点 $A$ 逆时针方向旋转 $60^\circ$ 后得到 $\triangle AB'C'$，则 $\angle BAC'$ 等于 ( )

A. $60^\circ$ B. $105^\circ$ C. $120^\circ$ D. $135^\circ$

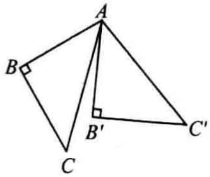



图 11-1-15

分析 因为 $\triangle ABC\cong\triangle AB'C'$，所以 $\angle B'AC'=\angle BAC=45^\circ$. 而 $\angle BAB'=60^\circ$，故 $\angle BAC'=60^\circ+45^\circ=105^\circ$.

故选 B.

答案　B

**解题规律**　(1)图形在旋转变换时,对应边、角一定相等;(2)对应边之间的夹角等于旋转角.

**易错提示**　旋转角有$\angle BAB'=60^\circ$,$\angle CAC'=60^\circ$,不要弄错旋转角.

**9. 寻找全等三角形的方法**

在较复杂的几何图形中,往往含有较多的三角形,我们可以借助全等三角形性质,全等变换的有关知识,找到图中的全等三角形.

**【例 13】**　如图 11-1-16,$\triangle ABD$为直角三角形,将$\triangle ABD$沿直线$AD$翻折得到$\triangle ADC$,若$E$为$AD$边上一点,延长$BE$交$AC$于$F$,延长$CE$交$AB$于$G$,图中有几对全等三角形?

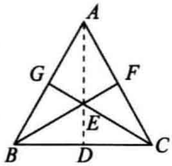


图 11-1-16

**分析**　此图沿直线$AD$对称,因此有$\triangle AEG\cong\triangle AEF$,$\triangle EGB\cong\triangle EFC$,$\triangle EDB\cong\triangle EDC$,$\triangle AEB\cong\triangle AEC$,$\triangle AFB\cong\triangle AGC$,$\triangle BCG\cong\triangle CBF$,6 对全等三角形.

**解**　图中有 6 对全等三角形.

**解题规律**　抓住整个图中沿直线$AD$对称,找对应三角形计数技巧:由小块人手,先找最小块三角形中的全等,再找相邻两小块组拼成的一个三角形的全等,最后找相邻三块拼成的三角形全等.

**易错提示**　计数时按顺序计数,不重不漏.

**10. 常见思维误区**

本节常见的错误为寻找全等三角形的对应边或对应角时找错了对应边或对应角.

**【例 14】**　(1)如图 11-1-17,$\triangle ABC\cong\triangle CDA$,$AB$和$CD$,$BC$和$DA$是对应边,说出对应角和另外一组对应边.

(2)如图 11-1-18,$\triangle ABE\cong\triangle ACD$,$\angle 1=\angle 2$,$\angle B=\angle C$,指出对应边和另外一组对应角.

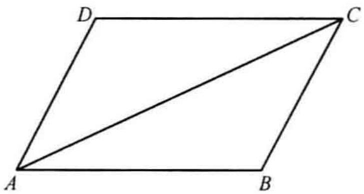


图 11-1-17

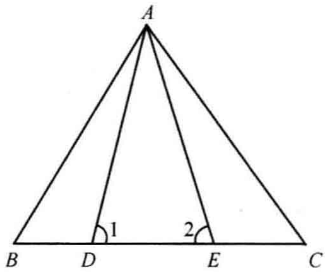


图 11-1-18

**正解**　(1)对应角是$\angle B$和$\angle D$、$\angle BAC$和$\angle DCA$、$\angle BCA$和$\angle DAC$,另一组对应边是$AC$和$CA$.

(2)对应边是$AB$和$AC$、$AE$和$AD$、$BE$和$CD$,另一组对应角是$\angle BAE$和$\angle CAD$.

**错解**　(1)$\angle DCA$与$\angle BCA$、$\angle DAC$与$\angle BAC$,$\angle D$与$\angle B$是对应角,另一组对应边

是 $AC$ 和 $AC$.

(2)$\angle BAE$ 和 $\angle DAC$ 是另外一组对应角，$AB$ 和 $AD$，$AC$ 和 $AE$、$BE$ 和 $CD$ 是对应边.

**纠错秘方** (1)识图能力差，未能将两个全等三角形分离，并正确地识别对应边和对应角；(2)对全等三角形的表示法理解不透，没有根据对应的顶点确定对应角和对应边，在复杂图形中找全等三角形的对应元素时，一定要注意将全等三角形分离、重合，能重合的元素才是对应元素.

**综合探究**(开拓思维，提高能力)

**11. 全等图形与图案设计**

图案设计中，常见到一些基本图形，摆成各式图案，这些基本图形大多由相似图形组成.

如图 11-1-19 所示，是一个长方形的门窗，在装修房屋时，为了把它设计成美观大方的图案，设计师要求在长方形中设计若干对全等的三角形，使其面积的和等于长方形的面积.

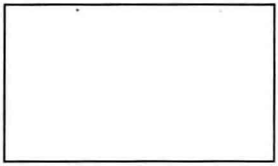


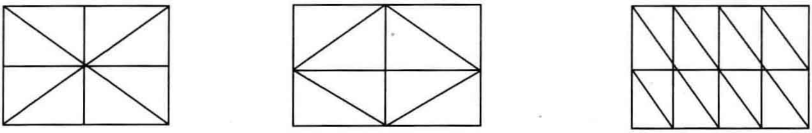
图 11-1-19

(1)按要求在长方形中画出你设计的图形；

(2)写出你的设计方案.

**分析** 本题为一道开放题，根据全等三角形的特征：完全重合，可利用翻折的方法完成，下面仅举三例.

**解** (1)设计如图 11-1-20 所示.



(1) (2) (3)

图 11-1-20

(2)取各边的中点进行连线，再连结相对的顶点，即中点相连，四边形相对的顶点相连.

**知识方法归纳**

| 知识点 | 关键点 | 解题技巧 |
| --- | --- | --- |
| 1. 全等三角形概念 | 能够完全重合 | 寻找对应边、对应角的方法：①公共边；②公共角；③对顶角；④最大(小)的角，最大(小)的边；⑤相等的角(边)所对的边(角) |
| 2. 全等三角形性质 | 如何寻找对应边，对应角 | |
| 3. 全等变换 | | |

**课本习题答案与提示**

**练习($P_4$)**

1. 在图 11-1-2 中,$AB$ 和 $DB$,$AC$ 和 $DC$,$BC$ 和 $BC$ 是对应边,$\angle A$ 和 $\angle D$,$\angle ABC$ 和 $\angle DBC$,$\angle ACB$ 和 $\angle DCB$ 是对应角;在图 11.1-3 中,$AB$ 和 $AE$,$AC$ 和 $AD$,$BC$ 和 $ED$ 是对应边,$\angle B$ 和 $\angle E$,$\angle C$ 和 $\angle D$,$\angle BAC$ 和 $\angle EAD$ 是对应角.
2. 相等的边有 $OC=OB$、$OA=OD$、$AC=DB$,相等的角有 $\angle A=\angle D$、$\angle C=\angle B$、$\angle AOC=\angle DOB$.

**习题 11.1($P_4$)**

1. 其他对应边是 $AC$ 和 $CA$. 对应角是 $\angle B$ 和 $\angle D$、$\angle ACB$ 和 $\angle CAD$、$\angle CAB$ 和 $\angle ACD$.
2. 其他对应边是 $AN$ 和 $AM$、$BN$ 和 $CM$,对应角是 $\angle ANB$ 和 $\angle AMC$、$\angle BAN$ 和 $\angle CAM$.
3. (1)对应边有 $EF$ 与 $NM$,$FG$ 与 $MH$,$EG$ 与 $NH$. 对应角有 $\angle FEG$ 与 $\angle MNH$,$\angle EGF$ 与 $\angle NHM$;(2)$NM=EF=2.1\text{cm}$,$HG=EG-EH=NH-EH=3.3-1.1=2.2\text{cm}$.
4. $\angle ACD$ 和 $\angle BCE$ 相等. $\because \triangle ABC\cong\triangle DEC$,$\therefore \angle ACB=\angle DCE$. $\therefore \angle ACB-\angle ACE=\angle DCE-\angle ACE$(等量减等量差相等),即 $\angle ACD=\angle BCE$.

## 快乐套餐

### 练一练,你会了吗?

1. 已知 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$,若 $\triangle ABC$ 的周长为 22,$AB=8$,$BC=7$,则 $DE=$________,$EF=$________,$DF=$________.
2. 已知 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$,$\angle A=48^\circ$,$\angle B=30^\circ$,$EF=13$,则 $\angle F=$________,$BC=$________.
3. 如图 11-1-21,两个大三角形是全等三角形,可记作________$\cong$________. 若 $\angle B=40^\circ$,则 $\angle$________$=40^\circ$,$AC=$________,$BF=$________.

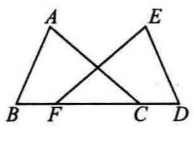


图 11-1-21

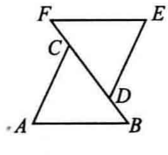


图 11-1-22

4. 如图 11-1-22,$\triangle ABC\cong\triangle EFD$,那么 ( )

A. $AB=DE$,$AC=EF$,$BC=DF$　　B. $AB=DF$,$AC=DE$,$BC=EF$

C. $AB=EF$,$AC=DE$,$BC=DF$　　D. $AB=EF$,$AC=DF$,$BC=DF$

5. 如图 11-1-23,$\triangle AOC\cong\triangle BOD$,$\angle C$ 与 $\angle D$ 是对应的,$AC$ 与 $BD$ 是对应的,$AC=8\text{cm}$,$AD=10\text{cm}$,$OD=OC=2\text{cm}$,那么 $OB$ 的长是 ( )

A. 8cm　　B. 10cm

C. 2cm　　D. 不确定

6. 如图 11-1-24,$Rt\triangle ABE\cong Rt\triangle ECD$,点 $B$、$E$、$C$ 在同一直线上,则结论:①$AE=ED$;