冲刺金牌

初中数学奥林匹克竞赛教程

总主编 严 军
本书主编 肖贤伟

- 竞赛链接中考
- 名师传授秘招
- 为你的冲刺引路
- 为你的成功喝彩

吉林教育出版社

初中数学奥林匹克竞赛教程

冲刺金牌®

总主编　严　军
本书主编　肖贤伟

吉林教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学奥林匹克竞赛教程/肖贤伟编. —4 版. —长春：吉林教育出版社，2009. 7(2010. 6 重印)

(冲刺金牌)

ISBN 978-7-5383-4327-4

Ⅰ. 初…　Ⅱ. 肖…　Ⅲ. 数学课—初中—教学参考资料　Ⅳ. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 095531 号

冲刺金牌——初中数学奥林匹克竞赛教程　　肖贤伟　主编

责任编辑　王世斌　　**责任校对**　朱广灿　　**装帧设计**　春雨教育美编室

出版　吉林教育出版社　(长春市同志街 1997 号　邮编　130021)

发行　吉林教育出版社

印刷　莒南县文源印务有限公司

开本　880×1230 毫米　32 开本　12. 25 印张　**字数**　330 千字

版次　2010 年 6 月第 5 版第 2 次印刷

印数　1—7000 册

书号　ISBN 978-7-5383-4327-4

定价　19. 80 元

春雨奖学计划（中学竞赛组）

一、“春雨奖学计划”系江苏春雨教育集团设立，分中学竞赛、中考、高考三组，由春雨教育考试研究院负责具体运作。2009年9月～2010年8月为第六年度。

二、奖项设置

凡使用春雨教育策划、严军总主编的《中国华罗庚学校课本》《中国华罗庚学校课本练习与验收》《冲刺金牌·奥赛教程》《最新奥林匹克竞赛解题题典》《举一反三·数学奥赛1000题全解题库》（小学、初中）《数学奥赛课本》（小学、初中）等丛书的任一分册，并在2009年至2010年内的初中、高中全国性学科竞赛（全国统一阅卷、评奖）中取得以下成绩者，将分别获得春雨“金牌之星”和“银牌之星”奖：

1、在全国性学科竞赛（全国统一阅卷、评奖）中获得一等奖：“金牌之星”奖，奖金4000元；

2、在虽冠名为全国，但却为省统一阅卷、评奖的学科竞赛以及各省统一组织的学科竞赛中获得一等奖：“银牌之星”奖，奖金500元。

3、“金牌之星”获得者的指导老师颁发2000元的“春雨园丁奖”。

三、申报办法

1、符合以上条件者，须在接到《获奖通知书》或《获奖证书》后及时向春雨教育考试研究院提交以下材料：

（1）书面申请；

（2）本人本年度使用的上述图书（使用率80%以上），指出所用图书中不低于5处的差错，也可对5处以上提出修改建议；

（3）获奖证书复印件；

（4）学习经验一篇；

（5）与指导老师的合影。

2、申报截止时间：2010年9月20日。

四、审核与其他

1、奖学金申报人须写清姓名、性别、年龄、学校、班级、通讯地址、邮编、联系电话、竞赛成绩。

2、春雨教育考试研究院将在2010年10月10日前对申请者进行必要的认定与测评，10月30日前对核实无误、测评合格者颁发证书、奖学金。逾期或材料不全、提交图书不实的，均不予受理。

3、申报地址：南京市鼓楼邮局172信箱江苏春雨教育集团春雨教育考试研究院（P.C.210008），联系人：夏老师。

详情可登陆“春雨教育网”或拨025-68801900查询。

4、本计划解释权归江苏春雨教育集团所有。

电　话：025-68801800、68801900　E-mail：chunyu@cyjy.com

详情请登陆：www.cyjy.com

江苏春雨教育集团有限公司总部：南京市中山北路88号17楼

冲刺金牌

权威作者、策划人阵容

总 主 编：严　军

各册主编

名牌大学

马传渔　南京大学数学系教授、国家级奥林匹克教练
丁　漪　南京大学化学化工学院教授、国家级奥林匹克教练
倪其道　中国科技大学化学与材料学院教授、国家级奥林匹克教练
葛　军　南京师大数学与计算机科学学院教授、国家级奥林匹克教练
殷　实　东南大学物理系教授
汪　忠　南京师大生命科学学院教授
张德钧　南京师大化学与环境科学学院享受国务院特殊津贴学者

金牌之乡

湖南省

黄其实　湖南省长沙市教科所特级教师
朱泌太　湖南省长沙市明德中学特级教师
朱最钧　湖南省长沙市第十六中学高级教师
高建军　湖南省长沙市第一中学高级教师、奥林匹克教练

江苏省

丁志祥　江苏省南通第一中学高级教师
刘友开　江苏省淮安市教委特级教师
周桂良　江苏省常州市教研室特级教师
南　冲　江苏省物理学会秘书长
杨维中　江苏省南京市教研室特级教师
臧继宝　江苏省南京市市政府督学
陈方炜　江苏省南京市外国语学校高级教师、奥林匹克教练
冯惠愚　江苏省南京市雨花台中学特级教师、奥林匹克教练
岑　芳　江苏省南京市教研室高级教师、奥林匹克教练
孙夕礼　江苏省南京市教研室高级教师、奥林匹克教练
刘建成　江苏省南京市教研室高级教师、奥林匹克教练

浙江省

祝明富　浙江省杭州市余杭高级中学高级教师、奥林匹克教练
任学宝　浙江省杭州市学军中学特级教师、奥林匹克教练

北京市

邓　均　北京大学附属中学奥林匹克一级教练
陈效师　中国少年儿童出版社编审
李新黔　北京市中国人民大学附属中学特级教师
王俊鸣　北京市第十二中学特级教师

安徽省

宋世骏　安徽省马鞍山市教研室特级教师
张善福　安徽省合肥市庐阳区教研室高级教师
俞成功　安徽省合肥市教研室高级教师
杨盛楠　安徽省安庆市教研室特级教师
胡祖明　安徽省安庆市第一中学特级教师
马云霞　安徽省马鞍山市教研室高级教师
李富彩　安徽省合肥市庐阳区教研室特级教师
俞仁凤　安徽省马鞍山市教研室高级教师

山东省

张怡明　山东省实验中学高级教师、奥林匹克教练

初中数学竞赛大纲(修订讨论稿)
中国数学会普及工作委员会制定
(2006 年 8 月)

1. 数

整数及进位制表示法,整除性及其判定;
素数和合数,最大公约数与最小公倍数;
奇数和偶数,奇偶性分析;
带余除法和利用余数分类;
完全平方数;
因数分解的表示法,约数个数的计算;
有理数的概念及表示法,无理数,实数,有理数和实数四则运算的封闭性。

2. 代数式

综合除法、余式定理;
因式分解;
拆项、添项、配方、待定系数法;
对称式和轮换对称式;
整式、分式、根式的恒等变形;
恒等式的证明。

3. 方程和不等式

含字母系数的一元一次方程、一元二次方程的解法,一元二次方程根的分布;
含绝对值的一元一次方程、一元二次方程的解法;
含字母系数的一元一次不等式的解法,一元二次不等式的解法;
含绝对值的一元一次不等式;
简单的多元方程组;
简单的不定方程(组)。

4. 函数

$y=|ax+b|$,$y=|ax^2+bx+c|$,$y=ax^2+b|x|+c$ 的图象和性质;
二次函数在给定区间上的最值,简单分式函数的最值;
含字母系数的二次函数。

5. 几何

三角形中的边角之间的不等关系；

面积及等积变换；

三角形的心（内心、外心、垂心、重心）及其性质；

相似形的概念和性质；

圆，四点共圆，圆幂定理；

四种命题及其关系。

6. 逻辑推理问题

抽屉原理及其简单应用；

简单的组合问题；

简单的逻辑推理问题，反证法；

极端原理的简单应用；

枚举法及其简单应用。

注：上述大纲在 2006 年第十四次普及工作会上讨论通过。

目录

CONTENTS

精彩栏目

赛点追踪
- 了解本章常赛内容
- 掌握命题思路和解题方法。

解题指导
- 赛题全面剖析
- 知识灵活交汇
- 技法巧妙运用

冲刺训练

原创练习题与赛题对应，实现能力飙升。

CONTENTS

精彩栏目

赛点追踪
- 了解本章常赛内容
- 掌握命题思路和解题方法。

解题指导
- 赛题全面剖析
- 知识灵活交汇
- 技法巧妙运用

冲刺训练
原创练习题与赛题对应，实现能力飙升。

第一讲 整数与整除

赛题全知道

题 1 (2006·全国初中数学竞赛试题)

在高速公路上，从 3 km 处开始，每隔 4 km 经过一个限速标志牌；并且从 10 km处开始，每隔 9 km 经过一个速度监控仪.刚好在 19 km 处第一次同时经过这两种设施，那么第二次同时经过这两种设施的千米数是(　　).

A. 36　　B. 37　　C. 55　　D. 90

精析 同时经过这两种设施的时间是分别经过这两种设施所需时间的最小公倍数的整数倍.

全解 因为 4 和 9 的最小公倍数为 36，$19+36=55$，所以第二次同时经过这两种设施的千米数是在 55 km 处.

故选 C.

技法巧安排

画一个图，动手操作一下，就可以得到答案.

知识交汇点

两个正整数 a，b 的最小公倍数记为$[a,b]$，最大公约数记为(a,b)，并且有$(a,b)\times[a,b]=ab$.

题 2 已知三角形的三边的长均为整数，其中两条边长之差为 5.若此三角形周长为奇数，则第三边边长的最小值为(　　).

A. 8　　B. 7　　C. 6　　D. 4

精析 第三边由已知两边的差来断定大于 5，还可由周长为奇数断定是偶数，故可知答案是大于 5 的最小的偶数.

全解 依题意不妨设 $a-b=5$，第三边为 c，根据三角形三边不等关系，有 $c>5$，$a-b=5$ 是奇数，所以 a、b 中一奇一偶，又因 $a+b+c$ 为奇数，所以 c 一定为偶数，$c>5$ 中最小的偶数为 6，故选 C.

技法巧安排

1. 能被 2 整除的整数叫偶数，不能被 2 整除的整数叫奇数，0 也是偶数.

2. 在一定范围内，通过对(整)数的奇偶性的分析来判断其值的方法，叫做奇偶分析法.

3. 此题利用三角形三边不等关系及整数奇偶性性质来判断第三边的奇偶性.

题 3 a,b,c 三个数都是两位数，且 $a>b>c$，已知它们的和是偶数，它们的积是 3 960，则 a,b,c 三个数分别为__________.

精析 从和为偶数断定必有两奇一偶或三个偶数，再把 3 960 分解因数再重新组合，即可得此三数.

全解 由于 $a+b+c$ 是偶数，所以 a,b,c 必然是三个偶数或者二奇一偶；又已知 a,b,c 都是两位整数，且 $abc=3\,960=2^3\times3^2\times5\times11$，所以 a,b,c 三个数分别为 $2\times5=10,2\times9=18,2\times11=22$ 或者 $11,3\times5=15,2^3\times3=24$. 因此 a,b,c 三数分别为 22,18,10 或者 24,15,11.

技法巧安排

根据三个数的和与积都是偶数，判断这三个数中至少有一个为偶数；再由三个数的积的因数分解来确定三个两位数.

题 4 （2005·全国初中数学联赛）

若 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 为互不相等的正奇数，满足 $(2\,005-x_1)(2\,005-x_2)(2\,005-x_3)(2\,005-x_4)(2\,005-x_5)=24^2$，则 $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2$ 的末位数字是（　　）.

A. 1　　B. 3　　C. 5　　D. 7

精析 由题意可知，$(2\,005-x_1)$、$(2\,005-x_2)$、$(2\,005-x_3)$、$(2\,005-x_4)$、$(2\,005-x_5)$ 为偶数，又由 24^2 分解为 5 个互不相等的偶数的积，确定出它们的值，进而获解.

全解 因为 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 为互不相等的正奇数，所以 $(2\,005-x_1)$、$(2\,005-x_2)$、$(2\,005-x_3)$、$(2\,005-x_4)$、$(2\,005-x_5)$ 为互不相等的偶数，而将 24^2 分解为 5 个互不相等的偶数之积，只有唯一的形式：$24^2=2\times(-2)\times4\times6\times(-6)$，所以 $(2\,005-x_1)$、$(2\,005-x_2)$、$(2\,005-x_3)$、$(2\,005-x_4)$、$(2\,005-x_5)$ 分别等于 2、(-2)、4、6、(-6).

所以 $(2\,005-x_1)^2+(2\,005-x_2)^2+(2\,005-x_3)^2+(2\,005-x_4)^2+(2\,005-x_5)^2=2^2+(-2)^2+4^2+6^2+(-6)^2=96$.

展开得 $5\times2\,005^2-4\,010(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)+(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2)=96$.

$\therefore\quad x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2$

技法巧安排

根据整数的奇偶性，其和差不影响原和差的奇偶性的性质可确定结论.

知识交汇点

常用 $2n$ 表示偶数，$2n+1$ 表示奇数；奇数、偶数有以下性质经常用到：

奇数±奇数=偶数，奇数×奇数=奇数，

偶数±偶数=偶数，偶数×偶数=偶数，

奇数±偶数=奇数，奇数×偶数=偶数.

$=96-5\times 2\,005^2+4\,010(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)$

$\equiv 1 \pmod{10}$，选 A.

题 5 设 a,b,c,d 是正整数，并且 $a^2+b^2=c^2+d^2$.

证明：$a+b+c+d$ 一定是合数.

精析 可由已知判断 a,b 的奇偶性. 同样，还可以判断 c,d 的奇偶性，可知 $a+b+c+d$ 为偶数.

全解 原式可化为 $(a+c)(a-c)=(d+b)(d-b)$. 由于 $a+c$，$a-c$ 奇偶性相同，$d+b$、$d-b$ 奇偶性也相同，若 $a+c$ 为奇数，则 $d+b$ 也为奇数；若 $a+c$ 为偶数，则 $d+b$ 也为偶数，故 $a+b+c+d$ 为偶数. 又 a,b,c,d 都是正整数，故 $a+b+c+d$ 是不小于 4 的偶数，一定是合数.

技法巧安排

由整数性质确定 $a+b+c+d$ 为偶数，又根据已知条件，可知是合数.

题 6 （2005·（卡西欧杯）全国初中数学竞赛题（B 卷））

某校举行春季运动会，由若干名同学组成一个 8 列的长方形队列. 如果原队列中增加 120 人，就能组成一个正方形队列；如果原列中减少 120 人，也能组成一个正方形队列. 问原长方形队列有多少名同学？

精析 由于若干名同学组成一个 8 列的长方形队列，故可设原长方形队列有 $8x$ 人. 于是由题意，得 $8x+120$ 和 $8x-120$ 是完全平方数.

全解 设原长方形队列有同学 $8x$ 人，由题意知 $8x+120$ 和 $8x-120$ 均为完全平方数. 于是可设

$$\begin{cases} 8x+120=m^2, & ① \\ 8x-120=n^2. & ② \end{cases}$$

其中 m,n 均为正整数，且 $m>n$.

①－②，得 $m^2-n^2=240$，即

$$(m+n)(m-n)=240=2^4\times 3\times 5.$$

由①与②知 m^2,n^2 都是 8 的倍数，所以 m,n 均是 4 的倍数. 于是，$m+n$，$m-n$ 均是 4 的倍数，所以必有

$$\begin{cases} m+n=60, \\ m-n=4, \end{cases} \text{或} \begin{cases} m+n=20, \\ m-n=12. \end{cases}$$

解得 $m=32,n=28$ 或 $m=16,n=4$.

所以，$8x=m^2-120=32^2-120=904$，或 $8x=m^2-120=16^2-120=136$.

技法巧安排

此题主要是用到因式分解，再用整数的奇偶性判断每个因式是多少.

知识交汇点

高次不定方程求解，主要是因式分解法和约数法.

故原长方形队列有同学 136 人或 904 人.

题 7 (2006·全国初中数学竞赛试题)

小明家电话号码原为六位数,第一次升位是在首位号码和第二位号码之间加上数字 8,成为一个七位数的电话号码;第二次升位是在首位号码前加上数字 2,成为一个八位数的电话号码.小明发现,他家两次升位后的电话号码的八位数,恰是原来电话号码的六位数的 81 倍,则小明家原来的电话号码是________.

精析 设原来电话号码的六位数为$\overline{abcdef}$,则有 $81\times\overline{abcdef}=\overline{2a8bcdef}$.下面可整体地设 $x=\overline{bcdef}$,再求解.

全解 设原来电话号码的六位数为$\overline{abcdef}$,则经过两次升位后电话号码的八位数为$\overline{2a8bcdef}$.根据题意,有 $81\times\overline{abcdef}=\overline{2a8bcdef}$.

记 $x=b\times10^4+c\times10^3+d\times10^2+e\times10+f$,于是

$$81\times a\times10^5+81x=208\times10^5+a\times10^6+x,$$

解得 $x=1\,250\times(208-71a)$.

因为 $0\leqslant x<10^5$,所以 $0\leqslant 1\,250\times(208-71a)<10^5$,故$\dfrac{128}{71}<a\leqslant\dfrac{208}{71}$.

因为 a 为整数,所以 $a=2$.于是 $x=1\,250\times(208-71\times2)=82\,500$.

所以,小明家原来的电话号码为 282500.

技法巧安排

整体地设出 $x=\overline{bcdef}$是解本题的关键.

知识交汇点

设 $x=\overline{a_1a_2\cdots a_n}$ 是 n 位整数,则有

$x=10^{n-1}\times a_1+10^{n-2}\times a_2+\cdots+10\times a_{n-1}+a_n$.

有时因解题需要,还可设 $x=10^2p+q$(q 是两位数)或 $x=10^3p+q$(q 是三位整数)等等.

题 8 (2005·(宇振杯)上海市初中数学竞赛题)

已知 a,b,c 都是大于 3 的质数,且 $2a+5b=c$.

(1)求证:存在正整数 $n>1$,使所有满足题设的三个质数 a,b,c 的和 $a+b+c$ 都能被 n 整除;

(2)求上一问中 n 的最大值.

精析 (1)由 $a+b+c=3(a+2b)$,可取 $n=3$;(2)根据 a,b 被 3 除的余数只能是 1 或 2 讨论求解.

全解 (1)因为 $c=2a+5b$,所以 $a+b+c=3a+6b=3(a+2b)$.

又 a,b,c 都是大于 3 的质数,所以 $3\mid(a+b+c)$,即存在正整数 $n>1$(例如 $n=3$),使 $n\mid(a+b+c)$.

(2)因为 a,b,c 都是大于 3 的质数,所以,a,

技法巧安排

质数 3 在解题中,有特殊的作用,要善于应用这一特殊性解题.

知识交汇点

若正整数 a 与 b 被正整数 p 除时,所得余数相同,则称 a,b

b,c 都不是 3 的倍数.

若 $a\equiv1(\bmod 3)$，$b\equiv2(\bmod 3)$，则 $c=2a+5b\equiv2+10\equiv0(\bmod 3)$. 这与 c 不是 3 的倍数矛盾.

同理，$a\equiv2(\bmod 3)$，$b\equiv1(\bmod 3)$ 也将导致矛盾.

故只能是 $a\equiv b\equiv1(\bmod 3)$ 或 $a\equiv b\equiv2(\bmod 3)$.

于是，$a+2b\equiv3a\equiv0(\bmod 3)$. 从而，$q|(a+b+c)$.

当 $a=7$，$b=13$ 时，$c=2\times7+5\times13=79$ 为质数，$a+b+c=99=9\times11$.

当 $a=7$，$b=19$ 时，$c=2\times7+5\times19=109$ 为质数，$a+b+c=135=9\times15$.

故在所有 $n|(a+b+c)$ 的 n 中，最大的为 9.

关于模 p 同余，记作 $a\equiv b(\bmod p)$.

题 9 书店有单价为 10 分，15 分，25 分，40 分的四种贺年卡，小华花了几张一元的纸币，正好买了 30 张，其中两种各 5 张，另外两种各 10 张，问小华买贺年卡共花去了多少钱？

精析 依题意列出一个不定方程，再由未知数的奇偶性求解.

全解 设买的贺年卡分别为 a,b,c,d 张，用去 k 张一元人民币，依题意，有

$10a+15b+25c+40d=100k$（k 为正整数），

即 $2a+3b+5c+8d=20k$.

显然 b,c 有相同的奇偶性. 若同为奇数，则 $b=c=5$ 和 $a=d=10$，$k=7$；若同为偶数，则 $b=c=10$ 和 $a=d=5$，$k=6.5$（不符题意，舍去），故小华花去 7 张一元人民币买贺年卡.

技法巧安排

此题为不定方程解应用题，先把应用题转化为不定方程，然后应用未知数的奇偶性知识求不定方程的解. 如第八讲中的[题 2].

知识交汇点

与实际有关的问题常需用到不定方程整数解的知识，不定方程没有统一的解法，常用的方法有：设参数法、配方法、因式(质因数)分解法、奇偶性分析法(如本题)、余数分析法等. 把方程适当变形并利用整数的有关性质，是解不定方程的基本思路. 具体方法我们在第八讲中专门介绍.

题 10 求证：奇数的平方加 3，能被 4 整除，但不能被 8 整除.

精析 证明能被 4 整除并不难，难在利用奇偶性得出奇数的平方加 3 不能被 8 整除.

全解 设任一奇数为 $2k+1$（k 为整数）.

∵ $(2k+1)^2+3$

$=4k^2+4k+3+1$

$=4(k^2+k+1)$

$=4[k(k+1)+1]$，

∴ $4\mid(2k+1)^2+3$.

又 $k(k+1)$ 为偶数，

∴ $k(k+1)+1$ 为奇数，

即 $k(k+1)+1$ 无 2 的因数，

∴ $8\nmid(2k+1)^2+3$.

技法巧安排

由奇数的表示方法，根据题意列出平方式，再加 3，再由因式分解，可检验题目中的结论.

题 11 若 P 为质数，则 P^3+5 仍为质数，则 P^5+7 为（　　）.

A. 质数　　B. 可为质数也可为合数

C. 合数　　D. 既不是质数也不是合数

精析 由 P 为质数. P^3+5 为质数，可判断 P 为 2，代入 P^5+7 即可.

全解 因为 P^3+5 是质数，则 P 必为偶数，又因为 P 也是质数，则 P 只能为 2，由此可得 $P^5+7=2^5+7=39$ 为合数.

故选 C.

技法巧安排

1. P^3+5 是大于 5 的质数，所以 P^3+5 是奇质数，5 是奇数，得到 P^3 是偶数. 所以 P 为偶数，P 为质数，判断 P 为 2，从而可以计算 P^5+7 为合数.

2. 本题利用质数、合数的性质解题，即质、合分析法. 如本讲中的[题 11～题 15].

3. 要证明一个数是合数还是质数，一般总是去寻找它是否存在不等于 1 和本身的约数.

题 12 （2003 · 全国）

满足等式 $x\sqrt{y}+y\sqrt{x}-\sqrt{2\,003x}-\sqrt{2\,003y}+\sqrt{2\,003xy}=2\,003$ 的正整数对 (x,y) 的个数是（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

精析 由 2 003 是质数，质数必有一个因数为 1，

技法巧安排

因此分解 $x\sqrt{y}+y\sqrt{x}-\sqrt{2\,003x}-\sqrt{2\,003y}+\sqrt{2\,003xy}$ 后，得两个因式必有一个为 1.

全解 因为 $x\sqrt{y}+y\sqrt{x}-\sqrt{2\,003x}-\sqrt{2\,003y}+\sqrt{2\,003xy}-2\,003=0$,

可得 $(\sqrt{xy}-\sqrt{2\,003})(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{2\,003})=0$.

而 $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{2\,003}>0$，所以 $\sqrt{xy}-\sqrt{2\,003}=0$，$xy=2\,003$，又因为 2 003 为质数，因此必有 $\begin{cases}x=1,\\y=2\,003\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2\,003,\\y=1.\end{cases}$ 故选 B.

由质数定义可知，2 003 它只能被 1 或其本身整除，所以左边分解后的两个因数中，其中一个只能是 1，从而可求出 x 和 y 的值.

题 13 （第十届·五羊杯）

n 不是质数，且 n 可分解为 2 个或多于 2 个质因数之积，每个质因数都大于 10，则 n 最小等于________.

精析 比 10 大的最小质数为 11，$11\times11=121$.

全解 ∵ n 不是质数且 n 最少分解为 2 个质因数 a,b 的积，a,b 都大于 10，最小都是 11，

∴ n 的最小值为 $11\times11=121$.

技法巧安排

此题的关键在于找出大于 10 的最小质数.

题 14 已知自然数 x,y,z 满足 $x^2+xy-z=0$ 且 y,z 为质数，则 $x^y+y^z+z^x=$________.

精析 整理 $x^2+xy-z=0$，结合 y,z 为质数，解出 $x=1$. 再进一步求 y,z 的值.

全解 原方程即 $x(x+y)=z$，因为 z 是质数，所以 $x=1$，从而 $z=y+1$. 而 y,z 都是质数，所以必有 $y=2,z=3$，从而 $x^y+y^z+z^x=1^2+2^3+3^1=12$.

技法巧安排

由已知条件入手，可确定 x 的值，又由质数的奇偶性，可判断 y 为偶质数 2，再进一步得到 z 的值.

知识交汇点

在近年来的竞赛题型中一般有以下两大热点：

1. 利用奇数、偶数、质数、合数之间的关系命题. 为了研究方便，经常将研究对象分类. 比如：将整数分为奇数和偶数（参见本讲中的[题 8]），将正整数分为 1、质数、合数等.