

F E R M A T ' S

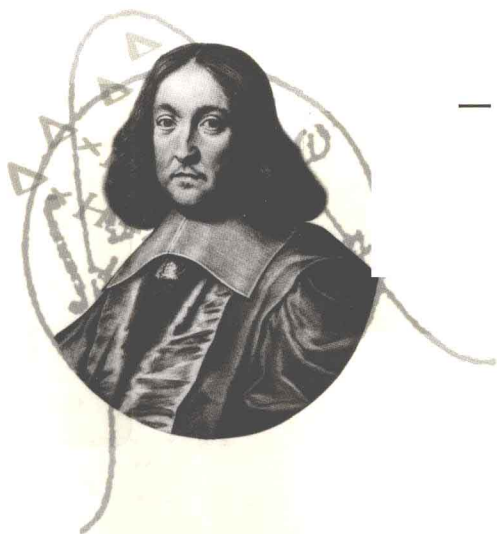
L A S T

T H E O R E M

$$X^N + Y^N = Z^N$$

费马大定理

一个困惑了世间智者358年的谜



[英] 西蒙·辛格 著 薛密译

F E R M A T ' S

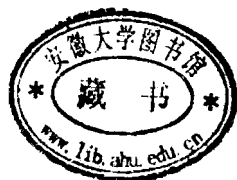
L A S T

T H E O R E M

费马大定理

一个困惑了世间智者358年的谜

[英] 西蒙·辛格 著 薛密 译



广西师范大学出版社

· 桂林 ·

Fermat's Last Theorem: The Story of a Riddle That Confounded The
World's Greatest Minds for 358 Years

by Simon Singh

Copyright© 1997 by Simon Singh

This edition arranged with CONVILLE & WALSH LIMITED

through Big Apple Agency, Inc. , Labuan, Malaysia.

Simplified Chinese edition copyright; 2013 Guangxi Normal University
Press

All rights reserved.

著作权合同登记号桂图登字: 20 - 2011 - 248 号

图书在版编目(CIP)数据

费马大定理: 一个困惑了世间智者 358 年的谜 / [英] 辛格(Singh, S.) 著; 薛密 译. —桂林: 广西师范大学出版社, 2013. 1

ISBN 978 - 7 - 5495 - 2617 - 8

I. ①费… II. ①辛… ②薛… III. ①费马最后定理—普及读物 IV. ①O156 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 225424 号

出品人: 刘广汉

责任编辑: 刘冬雪

装帧设计: 赵 瑾

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市中华路 22 号 邮政编码: 541001)
(网址: <http://www.bbtpress.com>)

出版人: 何林夏

全国新华书店经销

销售热线: 021 - 31260822 - 882/883

北京外文印务有限公司印刷

(北京市通州区马驹桥镇景盛南四街 15 号 邮政编码: 101102)

开本: 690mm × 960mm 1/16

印张: 17.75

字数: 230 千字

2013 年 1 月第 1 版

2013 年 1 月第 1 次印刷

定价: 39.80 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷单位联系调换。

序 言

在房间的另一头,我们终于见面了。房间并不拥挤,但大得足以在盛大的庆祝活动时容下整个普林斯顿大学数学系。在那个特殊的下午,那里并没有非常多的人,不过也使我无法断定哪一位是安德鲁·怀尔斯(Andrew Wiles)。片刻之后,我看准了一位看上去有点腼腆的男士,他正在听着周围人谈话,小口地抿着茶,沉浸在世界各地的数学家们大约每天下午4点都举行的例行聚会中。他立刻猜到了我是谁。

ix

这是一个不寻常的周末,我遇见了一些当代最优秀的数学家,开始深入地了解他们的世界。但是尽管我千方百计地想找到安德鲁·怀尔斯,和他谈话,想说服他参与拍摄介绍他的成就的英国广播公司(BBC)的《地平线》纪录片,这却是我们的第一次会面。正是这个人最近宣布他已经找到了数学中的那只圣杯,他声称他已证明了费马大定理。在我们说话的时候,怀尔斯显得有点心烦意乱和沉默寡言。虽然他相当客气和友好,但很显然他宁愿我离他尽可能远一点。他非常坦率地解释说,他除了自己的工作外不可能再集中精力于别的事,而他的工作正处于关键时刻,不过或许以后,当眼前的压力解除后,他会乐

意参与。我知道,并且他也知道我知道,他正面临着他毕生的抱负将崩溃的局面,他握着的圣杯正在被发现只不过是一只相当漂亮、贵重但普通的饮器。在他宣布过的证明中他已经发现了一个缺陷。

费马大定理的故事是极不寻常的。到我第一次见到安德鲁·怀尔斯的时候,我已经认识到它确实是科学或学术事业中一个最动人的故事。我看到过1993年夏天的头版新闻,当时这个证明将数学推上了世界各国报刊的头版。那个时候,我对费马大定理是怎么回事只有一点模糊的记忆,但是明白它显然是非常独特的,具有《地平线》的专题影片所需的那种气息。接着的几个星期我用来和许多数学家谈话:那些与这个故事密切相关的,或者接近安德鲁的人;以及那些因直接见证了他们这个领域中的伟大时刻而激动不已的人。所有的人都慷慨地奉献出他们对数学史的真知灼见,他们将就着我仅有的那点理解力耐心地给我讲解有关的概念。很快我就搞清楚了这是一门世界上可能只有五六个人能够完全掌握的学问。有一阵子,我怀疑自己是否疯了,怎么会想去制作这样一部影片。但是从那些数学家那里,我也了解了丰富的历史知识,懂得了费马大定理对于数学以及它的实践者所具有的更深层次上的重要意义。这一点,我想正是这个真实的故事所要演绎的。

我了解到这个问题起源于古希腊时代,也了解到费马大定理可算是数论中的喜马拉雅山顶峰。我接触到了数学的艺术美,并开始欣赏把数学比喻成大自然的语言的說法。从怀尔斯的同代人那里,我领悟到他的工作所具有的把数论中最现代的技巧聚集起来应用于他的证明的非凡的力量。在他的普林斯顿的朋友们那里,我听说了怀尔斯在他孤独研究的岁月中取得的错综复杂的进展。我渐渐地勾勒出一幅怀尔斯和那驾驭着他生命的谜的不平凡的画面,但是我似乎注定见不到他本人。

xi 虽然怀尔斯的证明中涉及的数学是一些当今最艰难的数学,但是我发现费马大定理的美却是在于这样的事实,就是这个问题的本身特别简单易懂,它是一个用每个中学生都熟悉的话来表达的谜。皮埃

尔·德·费马是属于文艺复兴时期传统的人,他处于重新发掘古希腊知识的中心,但是他却问了一个希腊人没有想到要问的问题,其结果是诞生了一个世界上其他人最难以解答的问题。捉弄人的是,他还给后人留下了一个注记,暗示他已有了解答,不过没有写出这个解答。这场延续了三个世纪的追逐就是这样开始的。

这么长的时间跨度为这个难题的重要性奠定了基础。在任何学科中,很难想象有什么问题表达起来如此简单清晰却能够这么长时间地在先进知识的进攻面前屹立不动。想一下自 17 世纪以来对物理学、化学、生物学、医学和工程学的了解已经出现了多么大的飞跃。我们在医学上已经从“体液”进展到基因切片,我们已经识别出许多基本粒子,我们已经把人送上了月球,可是在数论中费马大定理仍然未被证明。

在我的研究过程中,有段时间我在探索:为什么费马大定理对不是数学家的人来说也是重要的,以及为什么把它做成一个电视节目是有意义的。数学有各方面的实际应用,而就数论来说,别人告诉我它最使人兴奋的用处是在晶体学、音响调节的设计以及远距离太空飞船的通讯中。这些似乎没有一个会吸引观众。真正能激发人们热情的正是数学家们自己,以及他们谈到费马时表现出来的那种深情。

数学是一种最纯粹的思维形式,对局外人来说,数学家似乎是属于另一个世界的人。在我与他们的讨论中,给我深刻印象的是他们的谈话中表现出来的惊人的精确性。很少有人立刻就回答我的问题,我常常不得不等待他们在脑海中把答案的精确结构组织好;不过,此后他们就会回答你,讲得有条有理,非常仔细,超过我的期望。我曾就这一点与安德鲁的朋友彼得·萨纳克探讨过,他解释说:数学家就是厌恶制造假的命题。当然,他们也凭借直觉和灵感,但是正式的命题必须是绝对的。证明是数学的核心,也是它区别于别的科学之处。别的科学有各种假设,它们为实验证据所验证直到它们被推翻,被新的假设替代。在数学中,绝对的证明是其目标,某件事一旦被证明,它就永远被证明了,不再有更改的可能。在费马大定理中,数学家们遇到了

xii

他们在证明方面最大的挑战,发现答案的人将会受到整个数学界特别的景仰。

有人提供了奖赏,竞争也十分活跃,大定理有过一段涉及死亡和欺诈的荒唐历史,它甚至刺激了数学的发展。就像哈佛大学的数学家巴里·梅休尔曾提到过的,费马使人们对那些与早期的证明尝试有关的数学领域增加了某种“敌意”。具有讽刺意义的是,结果正是这样的一个数学领域成了怀尔斯最后的证明中的关键。

xiii 通过逐步地了解这个陌生的领域,我渐渐地吧费马大定理当做数学的中心,甚至相当于数学发展的本身来理解。费马是现代数论之父,自从他的时代以来,数学已经有了很大的发展和进步,并且形成了许多神秘的领域,在那里新的技术又孕育出新的数学领域,并成了它们自身中的一部分。随着几个世纪时光的流逝,大定理似乎越来越与数学研究的前沿无关,而越来越成为仅仅是一个使人好奇的问题。但是现在清楚了,它从未失去过在数学中的中心地位。

与数有关的问题,例如费马提出的这个问题,就像游乐场中的智力题,而数学家就像在解答智力题。对安德鲁·怀尔斯来说,这是一个非常特殊的智力题,是他一生的抱负。30年前,当他还是个小孩,在公共图书馆的一本书上碰巧发现了费马大定理时,他就被这个问题吸引住了。他童年时代和成年时期的梦想就是解决这个问题。在他于1993年的那个夏天第一次宣布他的证明时,他在这个问题上的长达7年的全身心投入,以及难以想象的高度集中的精力和坚强决心终于有了结果。他用到的许多方法在他开始探索的时候尚未被创立。他也吸取了许多优秀数学家的工作成果,把各种想法贯通起来,创立了别人不敢尝试的概念。巴里·梅休尔评论说,在某种意义上每个人都在研究费马问题,但只是零星地而没有把它作为目标,因为这个证明需要把现代数学的整个力量聚集起来才能完全解答。安德鲁所做的就是再一次把似乎是相隔很远的一些数学领域结合在一起。因而,他的工作似乎证明了自费马问题提出以来数学所经历的多元化过程是合理的。

在安德鲁的费马大定理的证明中,核心是证明一个称为志村-谷山猜想的想法,该猜想在两个非常不同的数学领域之间建立了一座新的桥梁。对许多人来说,一个统一的数学是至高无上的目标,而这正是对这样一个世界的一次探索。所以,通过证明费马大定理,怀尔斯已经将战后时期的一些最重要的数论凝聚在一起,并且为建立在它上面的猜想金字塔奠定了基础。这不再只是解决长期存在的数学难题,而是在扩展数学王国的整个边界。这似乎就是自从费马的这个简单问题在数学的童年时期诞生以来一直等待着的时刻。

xiv

费马的故事已经以最为惊人的方式结束。对安德鲁·怀尔斯来说,这意味着事业上的孤军作战终于结束,这是一种几乎与数学研究不相容的方式。数学研究通常是一种合作性的行为,世界各地的数学研究所和大学数学系例行的下午茶会就是为交流想法提供的一段时间,在论文发表之前听取别人的意见已是一项准则。一位在这个证明中起重要作用的数学家肯·里贝特半开玩笑地向我暗示说,正是因为数学家们感到不放心,才求助于这种同事间的支持方式。安德鲁·怀尔斯避开了这一切,对他的工作秘而不宣,一直到最后时刻。这也是对费马问题的重要性的一种度量。他真的有着一股驱使他一定要成为解决这个问题的人的激情,这种激情强烈到足以使他奉献出7年的生命并且秘密地坚守着他的目标。他深知无论这个问题看上去多么无关紧要,对费马大定理证明的竞争从未缓和过,他绝不能冒险泄露他正在进行的工作。

经过几个星期对这个领域的调查之后我到了普林斯顿。数学家们的情绪非常强烈,我收集到了有关竞争、成功、孤立、天才、胜利、嫉妒、强大的压力、失败、甚至悲剧等各方面的背景材料。关键性的志村-谷山猜想的深处隐藏着谷山丰在日本的悲剧性的战后生活,我有幸从他的密友志村五郎那儿听说了他的故事。从志村那里我也懂得了数学中对“完美”的看法,在那种境界中一切事情都很对头,因为它们是完美的。那个夏天,数学界中充满了完美的感觉,在那个辉煌的时刻,所有的人都陶醉了。

xv

在这一切都准备就绪的同时,人们对证明的可靠程度的少许怀疑像那个缺陷一样在 1993 年秋天逐渐显露出来,这一点安德鲁感觉到了。不知怎么回事,全世界都注视着他,他的同事们也要求他将证明公开,只有他知道该怎么办,他没有垮掉。他已经从隐居式地按照自己的步调研究数学突然地转向公开。安德鲁是一个非常不愿公开的人,他尽力使他的家庭免遭正围绕着他刮起的风暴的冲击。在普林斯顿的整整一周中,我打过电话,在他的办公室里,在他的门阶上,还通过他的朋友留了纸条;我甚至准备了英国茶叶和马麦脱酸制酵母作为礼物。但是他抵制了我的主动表示,直到我要离开的那天才出现了机会。我们进行了平静而紧凑的谈话,总共持续了不到一刻钟。

在那天下午分手的时候,我们之间达成了一项默契。如果他设法补救了证明,那么他会来找我讨论影片的事;我准备等待。但是在晚上当我返回伦敦时,感到似乎电视节目的事已完蛋了。300 多年来,在众多尝试过的对费马大定理的证明中还没有一个人能补救出现过的漏洞。历史充满了虚假的断言,尽管我多么希望他会是一个例外,但是很难想象安德鲁不会是那片数学墓园中的另一块墓碑。

xvi 1 年以后,我接到了那个电话。历经异乎寻常的数学上的曲折、真知灼见和灵感的闪现,安德鲁最终在他的专业生涯中解决了费马问题。此后又经过一年,我们找到了他能投入摄制工作的时间。这一次我邀请了西蒙·辛格(Simon Singh)和我一起制作这部影片,我们一起和安德鲁度过了这段时光,向他本人了解那 7 年的孤立研究以及之后的艰难痛苦的一年的完整情节。当我们拍摄时,安德鲁告诉了我们(他以前从未对人说过)他内心深处对他所完成的这一切的感受;30 多年来他是如何念念不忘他的童年的梦想;他曾研究过的那么多数学是怎么不知不觉地聚集起来,成了他向主宰他的数学生涯的费马大定理挑战的工具;一切又是怎么会总是不一样的。他谈到了由于这个问题不再伴随着他而引起的失落感,也谈到由于他现在得到解脱而产生的振奋感。对这样一个其有关内容在技术上极难为外行听众理解的领域,我们的谈话中涉及情感的成分比我科学影片制作生涯中经历过

的任何一次都要多。对安德鲁而言,这部影片是他生命中一个篇章的终结;而对我而言,能与它结下不解之缘则是一种荣光。

这部影片在 BBC 电视台作为《地平线:费马大定理》节目播放。西蒙·辛格现在把那些深刻的见解和私下谈心,连同详尽的丰富多彩的故事和与之相关的历史和数学一起演绎成这本书,完整和富有启迪地记录了人类思维中最伟大的故事之一。

BBC 电视台《地平线》系列节目编辑

约翰·林奇

1997 年 3 月

前言

xvii 费马大定理的故事与数学的历史有着千丝万缕的联系,触及到数论中所有重大的课题。它对于“是什么推动着数学发展”,或许更重要的“是什么激励着数学家们”提供了一个独特的见解。大定理是一个充满勇气、欺诈、狡猾和悲惨的英雄传奇的核心,牵涉到数学王国中所有的最伟大的英雄。

在皮埃尔·德·费马以今天我们所知的形式提出这个问题之前两千年,在古希腊的数学中就可找到费马大定理的起源。因此,它联系着毕达哥拉斯所建立的数学的基础和现代数学中各种最复杂的思想。在写这本书时,我选择了主要按年代顺序的结构方式,从叙述毕达哥拉斯兄弟会的大变革时代开始,以安德鲁·怀尔斯的寻求费马难题的解答的个人奋斗经历结束。

第一章叙述了毕达哥拉斯的故事,描述了毕达哥拉斯定理怎么会成为费马大定理的先驱。第二章讲述了从古希腊到17世纪法国的故事,正是在法国,费马制造了这个数学史上最深奥的谜。为了突出费马
xviii 不寻常的性格和他对数学的贡献(他的贡献远不止大定理一项),我用了几页的篇幅描述他的生活以及他的其他一些卓越的发现。

第三章和第四章叙述了 17、18 世纪和 20 世纪早期证明费马大定理的一些尝试。虽然这些努力以失败告终,但是它们通向一座座神奇的数学技巧和工具的宝库,其中的一部分已经成为证明费马大定理的最终尝试中的组成部分。除了讲述数学外,我也将这些章节中的不少篇幅献给那些对费马的遗赠执著追求的数学家们。他们的故事向人们展现了数学家是如何为寻求真理而牺牲一切的,以及几个世纪来数学是如何发展的。

本书的其余几章按年代顺序讲述了最近 40 年中使费马大定理的研究发生革命性变化的引人注目的重大事件。特别是第六章和第七章集中描写了安德鲁·怀尔斯的工作,他在最近 10 年中的突破性工作震惊了数学界。后面几章是根据与怀尔斯所作的广泛的交谈写成的,对于我来说,这是一次绝无仅有的机会亲耳聆听了一次最不平凡的 20 世纪知识之旅。我希望我能表达出怀尔斯经受近 10 年严峻考验所需要的那种大无畏精神和创造性。

在讲述皮埃尔·德·费马的传说和他那使人困惑的难题时,我试图不借助于方程式来描述数学概念,但是不可避免地 x, y 和 z 会不时地出现。当方程式真的在上下文中出现时,我尽量提供充分的解释使得即使不具有数学背景的读者也能理解它们的意义。对于那些懂得稍多数学知识的读者,我提供了一系列的附录来扩展书中的数学思想。此外,我还列出了供进一步阅读的书目,目的在于为非本行的读者提供关于特定的数学领域的更详细的资料。

xix

如果没有众人的帮助和关心,本书是不可能完成的。我特别感谢安德鲁·怀尔斯,他在受到紧张压力的期间还不怕麻烦地与我们进行长时间的详细交谈。在我作为科学记者的 7 年经历中,从未遇见过任何人对自己的学科比他具有更深沉的爱和更投入。我永远感激怀尔斯教授愿意与我分享他的故事。

我也要感谢在写作过程中帮助过我并允许我与他们详谈的数学家们。他们中间一些人曾深入地研究过费马大定理,另一些是最近 40 年中重大事件的见证人。我向他们咨询和与他们交谈的那些时光是非常

愉快的,我感谢他们的耐心和热情,向我解释了这么多美好的数学概念。我特别要感谢的是约翰·科茨(John Coates)、约翰·康韦(John Conway)、尼克·凯茨(Nick Katz)、巴里·梅休尔(Barry Mazur)、肯·里贝特(Ken Ribet)、彼得·萨纳克(Peter Sarnak)、志村五郎(Goro Shimura)和理查德·泰勒(Richard Taylor)。

为使读者更好地了解费马大定理的故事中涉及的人物,我设法为本书加上了插图。许多图书馆和档案馆自愿地帮助我,我特别要感谢伦敦数学学会的苏珊·奥克斯(Susan Oakes)、皇家学会的桑德拉·卡明(Sandra Cumming)和沃里克大学的伊恩·斯图尔特(Ian Stewart)。我也要感谢杰奎琳·萨瓦尼(Jacquelyn Savani)(普林斯顿大学)、邓肯·麦克安格斯(Duncan McAngus)、杰里米·格雷(Jeremy Gray)、保罗·巴利斯特(Paul Balister)和牛顿研究所在寻找研究资料方面给我提供的帮助。我还要对帕特里克·沃尔什(Patrick Walsh)、克利斯多弗·波特(Christopher Potter)、伯纳德特·阿尔维斯(Bernadette Alves)、桑吉特·奥康奈尔(Sanjida O'Connell)和我的父母在过去一年中给予我的关心和支持表示感谢。

最后,本书中引用的许多谈话是在我制作关于费马大定理的电视纪录片时得到的,我感谢英国广播公司允许我使用这些材料。特别地,我衷心感激约翰·林奇,他和我一起制作这个纪录片并激起了我对这个题材的兴趣。

西蒙·辛格

1997 年

目 录

第一章 “我想我就在这里结束”

• 1 •

第二章 出谜的人

• 26 •

第三章 数学史上暗淡的一页

• 54 •

第四章 进入抽象

• 90 •

第五章 反证法

• 129 •

第六章 秘密的计算

• 150 •

第七章 一点小麻烦

• 185 •

第八章 大统一数学

• 201 •

附录

• 221 •

参考文献

• 233 •

索引

• 238 •

译后记

• 261 •

第一章 “我想我就在这里结束”

即使埃斯库罗斯^①被人们遗忘了,阿基米德仍会被人们记住,因为语言文字会消亡而数学概念却不会。“不朽”可能是个缺乏理智的用词,但是或许数学家最有机会享用它,无论它意味着什么。

——G. H. 哈代^②

1993 年 6 月 23 日,剑桥

这是本世纪最重要的一次数学讲座。两百名数学家惊呆了。他们之中只有四分之一的人完全懂得黑板上密密麻麻的希腊字母和代数式所表达的意思。其余的人来这儿纯粹是为了见证他们所期待的也许会成为真正具有历史意义的时刻。

早些日子已有传言。国际互联网上的电子邮件已经暗示人们这次讲座将会以解决费马大定理这个最有名的数学问题而达到高潮。此类闲话并不罕见。关于费马大定理的话题在茶会上常有所闻,数学家们会猜测某人可能正

① 埃斯库罗斯(Aeschylus,公元前约525—前456),古希腊三大悲剧作家之一。——译者

② 哈代(G. H. Hardy,1877—1947),英国数学家。——译者

在做某种研究。有时候,大学高年级教师的公共休息室里关于数学的议论会使这种猜测成为某种突破的谣传,但是这种突破还从未成为现实。

这一次的谣传则完全不同。一位剑桥研究生是如此地确信它是真的,以至于他马上到赌注登记经纪人那里用 10 英镑打赌费马大定理在一周内将被解决。然而,经纪人感到事情不妙,拒绝接受他的赌注。这已是那天到这个经纪人处洽谈的第五个学生了,他们都要求打同一个赌。费马大定理已经困惑了这个地球上最具才智的人们长达三个世纪以上,可是现在甚至赌注登记经纪人也开始觉得它已经到了被证明的边缘。

现在,三块黑板上已经写满了演算式,讲演者停顿了一下。第一块黑板被擦掉了,再写上去的是代数式。每一行数学式子似乎都是走向最终解答的微小的一步。但是 30 分钟之后,讲演者仍然没有宣布证明。教授们坐满了前排的座位,焦急地等待着结论。站在后面的学生们则向他们的老师寻求可能会有何种结论的暗示。他们是正在看费马大定理的完整的证明呢,还是讲演者仅仅在概要地叙述一个不完整的虎头蛇尾的论证?

讲演者是安德鲁·怀尔斯(Andrew Wiles),一个缄默寡言的英国人。他在 20 世纪 80 年代移民到美国,在普林斯顿大学任教授。在普林斯顿,他享有很好的声誉,被认为是他这一代人中最天才的数学家之一。然而,近几年来,他几乎从每年举行的各种数学会议和研讨会中消失了,同事们开始认为怀尔斯已经到尽头了。杰出的年轻学者过早地智衰才尽的例子并不少见,数学家艾尔弗雷德·阿德勒(Alfred Adler)曾经指出过这一点:“数学家的数学生命是短暂的,25 岁或 30 岁以后很少有更好的工作成果出现。如果到那个年龄还几乎没有什么成就,那就不再会有什么成就了。”

“年轻人应该证明定理,而老年人则应该写书。”G. H. 哈代在他的《一个数学家的自白》(*A Mathematician's Apology*)一书中说道:“任何数学家都永远不要忘记:数学,较之别的艺术或科学,更是年轻人的游戏。举一个简单的例子,在英国皇家学会会员中,数学家的平均当选年龄是最低的。”他自己最杰出的学生斯里尼瓦萨·拉马努金(Srinivasa Ramanujan)当选为英国皇家学会会员时年仅 31 岁,却已在年轻时做出了一系列卓越的突破性工作。尽管在南印

度的库巴康纳姆他的家乡小镇上只受过很少的正规教育,拉马努金却能够创立一些西方数学家都被难倒的定理和解法。在数学中,随着年龄而增长的经验似乎不如年轻人的勇气和直觉来得重要。当拉马努金将他的结果邮寄给哈代时,这位剑桥的教授深为感动,并邀请他放弃在南印度的低级职员职业来三一学院工作;在三一学院他将能与一些世界上第一流的数论专家互相切磋。令人伤心的是拉马努金忍受不了东英吉利严酷的冬天,他患上了肺结核病,在33岁时英年早逝。

另外有些数学家也同样有辉煌但短促的生涯。19世纪挪威的尼尔斯·亨里克·阿贝尔(Niels Henrik Abel)在19岁时就作出了他对数学的最伟大的贡献,但由于贫困,8年后就去世了,也是死于肺结核。查尔斯·埃尔米特(Charles Hermite)^①这样评价他:“他留下的思想可供数学家们工作500年。”确实,阿贝尔的发现对今天的数论学者仍有深远的影响。与阿贝尔同样有天赋、同时代的埃瓦里斯特·伽罗瓦(Evariste Galois),也是在十几岁时作出了突破性的工作,而去世时年仅21岁。

这些例子并不是用来表明数学家会过早地、悲剧性地离开人间,而是要说明他们的最深刻的思想通常在他们年轻时就已形成,正如哈代曾经说过的:“我从未听说过数学方面由年过五十的人开创的重大进展的例子。”中年数学家常常退居二线,把他们以后的岁月用于教学或行政工作,而不是用于研究。安德鲁·怀尔斯的情形则截然相反。虽然已经到达40岁的壮年,他却将最近的7年光阴十分保密地花在研究工作中,试图解决这独一无二的最伟大的数学问题。当别人猜想他也许已经才能枯竭时,怀尔斯却正在取得极大的进展,创造了新的方法和工具,这些正是他现在准备向世人公布的。怀尔斯决定绝对地孤军奋战是一种高风险的策略,这种策略在数学界中前所未闻。

任何大学里的数学系在所有的系中都是保密程度最低的,因为那里没有属于专利的发明。数学界为自己能坦率和自由地交流思想而感到自豪。喝茶休息时间已经演变成一种日常程序,在这段时间里人们不仅享用饼干咖啡,更

① 埃尔米特(1822—1901),法国数学家。——译者