

科学美国人 趣味数学集锦

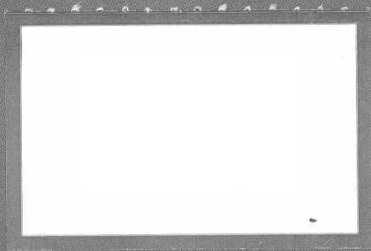
没有尽头的任务

The Last Recreations

[美] 马丁·加德纳 著 谈祥柏 谈欣 译

上海科技教育出版社





科学美国人 趣味数学集锦

没有尽头的任务

[美] 马丁·加德纳 著
谈祥柏 谈欣 译

上海科技教育出版社

Translation from the English language edition:

The Last Recreations

by Martin Gardner

Copyright © 1997, Springer New York

Springer New York is a part of Springer Science + Business Media

ALL RIGHTS RESERVED

上海科技教育出版社经 Springer-Verlag New York, Inc. 授权

取得本书中文简体字版权

责任编辑 李 凌

装帧设计 杨 静

·《科学美国人》趣味数学集锦·

没有尽头的任务

[美] 马丁·加德纳 著

谈祥柏 谈欣 译

上海世纪出版股份有限公司

上海科技教育出版社

出版发行

(上海市冠生园路 393 号 邮政编码 200235)

www.ewen.cc www.sste.com

各地新华书店经销 常熟文化印刷有限公司印刷

ISBN 978-7-5428-5429-2/O·789

图字 09-2009-640 号

开本 720×1000 1/16 印张 13.25 字数 167 000

2012 年 7 月第 1 版 2012 年 7 月第 1 次印刷

定价: 22.00 元

图书在版编目(CIP)数据

没有尽头的任务/(美)加德纳(Gardner, M.)著;谈祥
柏等译. —上海:上海科技教育出版社,2012.7

(《科学美国人》趣味数学集锦)

ISBN 978-7-5428-5429-2

I. ①没... II. ①加... ②谈... III. ①数学—普
及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 108933 号

谨以此书献给佩西·狄康尼斯

感谢他对数学与魔术所作的杰出贡献；
感谢他坚持不懈地反对通灵术等伪科学；
思念我们在曼哈顿一起度过的美好岁月
以及我们之间的永恒友谊

序 言

我的最大乐趣之一是为《科学美国人》杂志撰写专栏文章,这几乎成了我的专利,从1956年12月有关六边形折纸的一篇文章开始,直到1986年5月刊出的最小斯坦纳树,长达30年之久。

对我来说,撰写这一专栏是个了不起的学习过程。我毕业于芝加哥大学,主攻哲学,并没有读过数学专业,但我一贯热爱数学,当时没有把它作为专业,时常后悔不已。读者只要对这个专栏早期刊出的文章粗略地瞥上一眼,就不难看出,随着我的数学知识不断长进,后期的文章显得更加成熟得多。令我更难忘怀的是因此而认识了许多真正杰出的数学家,他们慷慨无私地提供了宝贵资料,成为我的终生至交。

本书是第15本,也是最后一本集子。同这系列的其他各本书一样,我已尽了最大努力去改正错误,扩展知识,在本书结尾处增添补充材料,追加插图,力求跟上时代步伐,并提供更详尽而充实的、经过郑重选择的参考文献。

马丁·加德纳

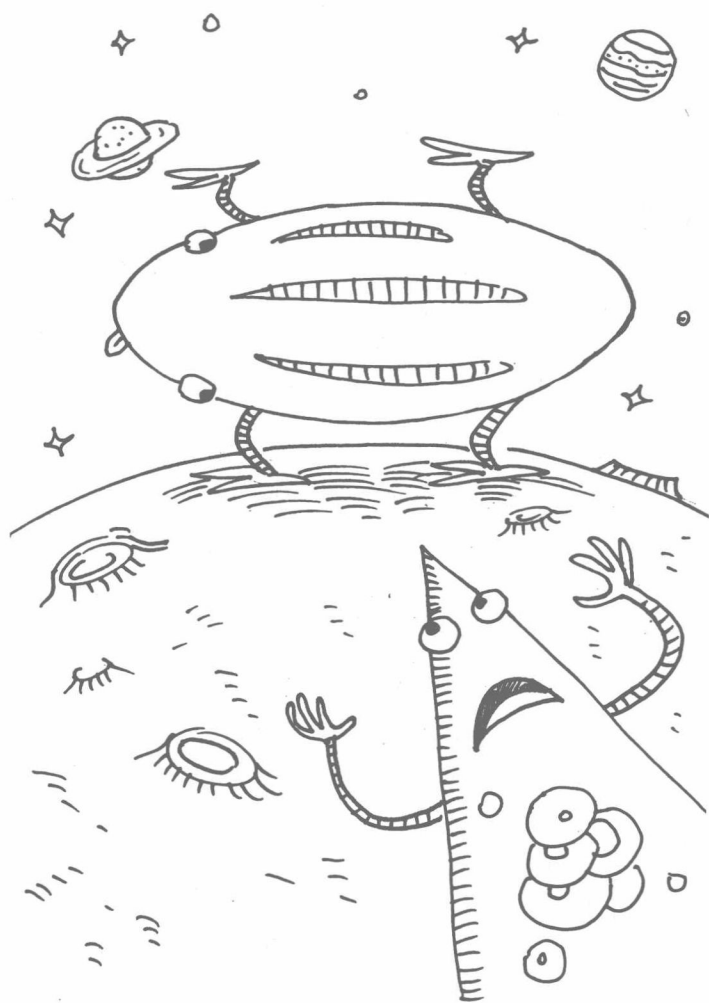
目 录

序言

- 1 第1章 平面宇宙的奇迹
- 29 第2章 保加利亚单人牌戏以及其他一些似乎没有尽头的任务
- 45 第3章 鸡蛋趣话,第一部分
- 59 第4章 鸡蛋趣话,第二部分
- 69 第5章 纽结的拓扑学
- 87 第6章 帝国的地图
- 103 第7章 有向图与吃人者
- 123 第8章 晚宴客人,女中学生与戴手铐的囚犯
- 141 第9章 大魔群与其他散在单群
- 163 第10章 出租车几何学
- 179 第11章 鸽巢的力量
- 194 进阶读物

第 1 章

平面宇宙的奇迹



“平面宇宙科学家的教养是非同寻常的。”

——窦德尼

(Alexander Keewatin Dewdney)



目

前任何人都知道唯一存在的宇宙就是我们生活在其中的宇宙，有着三维空间与一维时间。不难想象（例如许多科幻小说作家所描写的那样），智能生物能够生活在四维空间中，但是二维空间所能提供的自由度实在太有限了，因而人们历来认为，不可能存在有智慧的二维空间生物。尽管如此，描述二维生物的作品，在以往已经有过两个著名的例子。

1884年，伦敦的一位教士、男修道院院长阿博特（Edwin Abbott），出版了他的讽刺小说《二维国》。不幸的是，读了这本书之后，读者对于二维国的物理定律与该国居民所开发的工程技术几乎是两眼一抹黑。不过，当欣顿（Charles Howard Hinton）的书《二维国逸事》在1907年公开出版以后，情况有了很大的改善。尽管用了平铺直叙的写法，硬纸板般木头木脑的人物，欣顿的故事还是让人们粗略地窥见了二维世界中可能出现的科学技术。遗憾的是，他的这本怪书早已脱销，而且不再重印。不过，你们可以在我的著作《意料之外的绞刑和其他数学娱乐》（西蒙和休斯特公司，1969年版）的“二维国”一章中读到有关材料。

我在“二维国”一章中写道：“在一个二维世界中将会有何等模样的二维空间物理以及各种可能的简单机械装置，进行这样的探索是很有趣的。”这些话

引起了西安大略大学^①的一位计算机科学家窦德尼的注意。他在这个课题上的一些早期探索曾于 1978 年在大学里做过一次学术报告,并且于 1979 年在《游戏数学杂志》(第 12 卷 1 期 16—20 页,1979 年 9 月号)上发表了文章《探索平面宇宙》。后来,在 1979 年,他又自费出版了一本 97 页的精心杰作《二维空间的科学技术》。虽然人们很难相信,但窦德尼确实为他所谓的平面宇宙(一个可能存在的二维世界)奠定了基础。它自有一套完整的化学、物理、天文、生物规律,这些自然规律同我们的宇宙(他称之为立体宇宙)十分类似,而且显然没有任何内在矛盾。我必须在此加上一句话来略表我的敬意:对已经有 30 多篇论文发表在专业杂志上的一位严肃的数学家来说,这一引人注目的成就确实是一种有助于调剂身心的业余爱好。

同欣顿一样,窦德尼的平面宇宙也有一个“地球”,名叫“阿斯特利亚”(Astria)。阿斯特利亚是形状像碟子的行星,在二维空间里转动。在行星边缘上直立行走的阿斯特利亚人能够分清楚东、西、上、下。当然,在那里是没有南北的。“阿斯特利亚星”的轴是一个点,正好位于圆形行星的中心。你们可以把这一扁平行星设想为真正的二维物体,在两个没有摩擦力的相距极小的平面之间运动。

同我们的世界类似,在平面宇宙中,两个物体之间的引力与它们质量的乘积成正比,但同它们之间的线性距离成反比,而不是与距离的平方成反比。如果假定平面宇宙中的光、引力……都走直线,那就容易看出,这种力一定是与线性距离成反比的。大家熟悉的教科书上的插图告诉我们,光的强度与距离的平方成反比(见图 1.1 的上半部分),而平面宇宙中,相应的图形见图 1.1 的下半部分。

为了使他的异想天开的设计不至于“堕落到荒唐无稽的猜想”,窦德尼采

① 在加拿大安大略省。——译者注

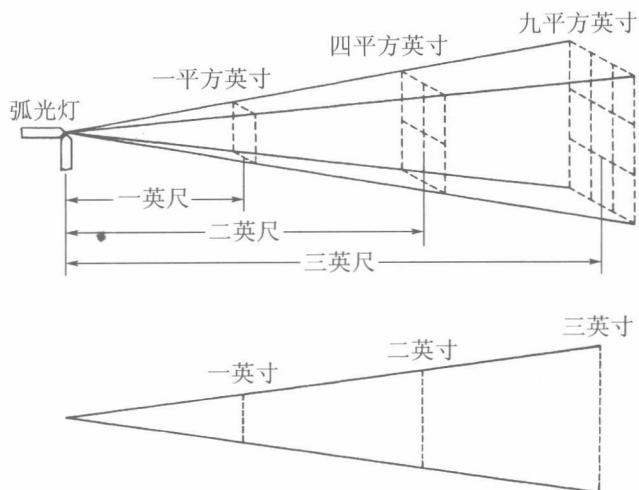


图 1.1

用了两个基本原理。首先是“相似原理”，即：平面宇宙必须同立体宇宙尽量相似。譬如说，没有受到外力影响的运动应该走一条直线，球的二维类似物是圆，等等。其次是“修正原理”，如果必须在两种互不相容的假设中选择其一，而这两种假设与它们的三维类似物又都非常相似，这时就必须选择更为基本的假设，改变另一种。为了判别哪种假设更为重要，奈德尼所依靠的等级体系是：物理比化学更基本，化学比生物更重要，如此等等。

为了说明各门学科所起作用的大小、轻重，奈德尼以平面宇宙中起重机的演变为例（见图 1.2）。开始时，设计它的工程师把吊臂定得比图上的要单薄一些，后来冶金学家向他指出，平面材料要比它的三维同类更加脆弱易碎，工程师听了觉得有理，就把吊臂加宽了。后来，一位理论化学家更深刻地应用了相似原理与修正原理，通过计算，发现平面宇宙的分子力实际上远比原先想象的强得多，于是，工程师又重新回到了原来的设计图，采用比较单薄的吊臂。

相似原理促使奈德尼把平面宇宙看成是包含着物质（分子、原子以及基本

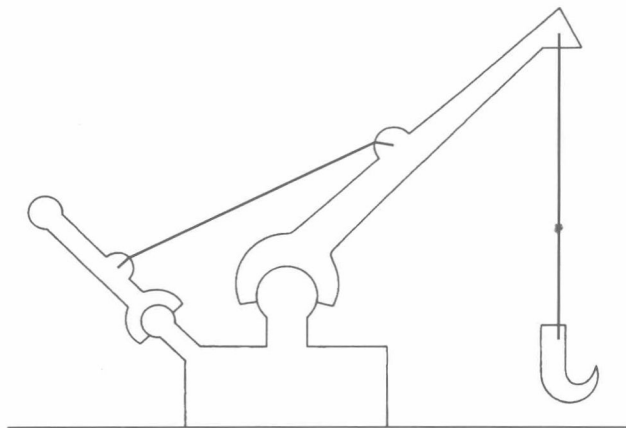


图 1.2

粒子)的三维时空连续统,能量由波来传输,而且是量子化的。各种波长的光全部都存在,可用平面透镜来折射,从而使平面宇宙中的人眼、望远镜、显微镜统统成为可能。无论平面宇宙还是立体宇宙,在某些基本规则方面是一致的,例如:因果关系;热力学第一定律与第二定律;有关惯性、功、摩擦力、磁与弹性……的物理定律。

窦德尼假设他的平面宇宙也从大爆炸开始,目前正在膨胀之中。根据引力与线性距离成反比的定律所作的简单计算表明,不论平面宇宙中存在多少物质,扩张过程最终必然会停止,然后开始逆转,由扩张变为收缩。阿斯特利亚星的夜空当然是个半圆,上面散布着无数闪烁的光点。如果这些星体作有规则的运动,它们彼此之间势必将不断互相遮掩。如果阿斯特利亚星有一颗姐妹行星,那么它将在一段时间内使天上每一颗星一个接一个地发生“星食”。

我们不妨假定阿斯特利亚星环绕着一个太阳旋转,从而生成白天和黑夜。窦德尼发现,在平面宇宙中能连续地画出同样路径的唯一稳定轨道只能是一个完整的圆。形状略像椭圆等其他稳定轨道也有可能出现,但椭圆的轴在不断转动,从而使轨道永远做不到完全闭合。至于平面宇宙里的引力作用能否允许



一个月亮沿着一个稳定轨道绕着阿斯特利亚星转,则是一个悬而未决的问题。困难在于太阳的引力。要解决这个问题,必须把我们的天文学家所熟知的“三体问题”作降维处理,踏踏实实地作一番研究才行。

窦德尼用地球上的季节、风、云、雨作为模拟手段,详细分析了阿斯特利亚星上的天气。在这颗行星上,河流与湖泊是无法区分的,只不过前者的水流更急。阿斯特利亚星的地质学与地球显著不同,它有一个显著特征:水不能绕过岩石的边缘流动,结果使雨水不断地在岩石后面的斜坡上蓄积起来,形成一股强大的推力,把石头推下山去。坡度越陡,积水越多,推力也就越大。窦德尼的结论是,周期性的降水最终会使阿斯特利亚星的表面变得异常平坦与均匀。阿斯特利亚星上的水不能向旁边流动的另一后果是,它将流入土地空隙,从而在行星的凹陷部位形成大面积的流沙。窦德尼写道,人们希望阿斯特利亚星上不要经常下雨。由于风也同雨一样,不能“绕过”物体,所以它在这个行星上造成的后果远比地球上严重得多。

窦德尼用许多篇幅为他的平面宇宙构建了一种貌似有理的化学,它的模型最大限度地参照了三维空间的物质与量子力学的规律。图 1.3 是窦德尼为前 16 个平面宇宙元素所制定的“周期表”。其中前 2 个元素同我们世界中的对应元素实在是太相像了,因而它们的名称也叫做氢和氦。其后 10 个元素的名称是复合的,用它们最类似的立体空间中的两种元素来命名。例如,litrogen(锂氮)就是 lithium(锂)与 nitrogen(氮)的组合。继续再往后的 4 个元素的命名则是为了纪念欣顿、阿博特以及欣顿的长篇小说中两位青年情侣沃尔(Harold Wall)与卡特赖特(Laura Cartwright)。

平面世界中,原子与原子自然可以结合为分子,但化学键只可能是用平面图表示的(这个结果也从既有事实模拟而来。譬如说,在立体化学中,交叉的化学键是不存在的)。同我们的世界类似,两个不对称分子可以互为镜像,因而任

原子 序数	元素名称	化学 符号	电子层分布								化合价
			1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	
1	Hydrogen(氢)	H	1								1
2	Helium(氦)	He	2								2
3	Litrogen(锂氮)	Lt	2	1							1
4	Beroxygen	Bx	2	2							2
5	Fluoron	Fl	2	2	1						3
6	Neocarbon	Nc	2	2	2						4
7	Sodalinum	Sa	2	2	2	1					1
8	Magnilicon	Mc	2	2	2	2					2
9	Aluphorus	Ap	2	2	2	2	1				3
10	Sulficon	Sp	2	2	2	2	2				4
11	Chlophorus	Cp	2	2	2	2	2	1			5
12	Argofur	Af	2	2	2	2	2	2			6
13	Hintonium	Hn	2	2	2	2	2	2	1		1
14	Abbogen	Ab	2	2	2	2	2	2	2		2
15	Haroldium	Wa	2	2	2	2	2	2	2	1	3
16	Lauranium	La	2	2	2	2	2	2	2	2	4

图 1.3

何一个分子都不可能“翻过身来”与另一个分子重合。在平面宇宙中,化合物与晶体的结构和性状与三维中的情况存在着许多惊人的类似性(请参看 1973 年 5 月《科学美国人》杂志上发表的 J.G.Dash 的论文《二维物质》)。在我们的世界里,分子可以形成 230 个不同的晶体结构群,但在平面宇宙中,只能形成 17 个群。窦德尼对分子扩散、电磁定律以及类似麦克斯韦方程的法则等等也有许多论述,但这些材料比较深奥,过于专业化,我只好割爱,一概从略。

窦德尼假设阿斯特利亚星上的动物是由细胞聚合成骨骼,肌肉,组织……层层发展而来,其情形一如立体生物学。他在说明这些骨骼、肌肉如何缔合起来,形成生理上的运动部件时几乎没有什么困难,把动物爬行、行走、游泳、飞翔的道理说得一清二楚。实际上,某些动作在平面宇宙中实施起来甚至比在我们的世界里更加容易得多。例如,长着两条腿的立体动物在走路时要维持身体平衡是有点难度的,但是在平面宇宙中,如果某一动物有两只脚立在地上,那



么他是根本不会跌跤的。另外,会飞的平面宇宙动物不可能长翅膀,它的飞行也不需要翅膀;如果动物的身体是流线型的,就能起到翅膀的作用(因为空气在平面上就能绕过它)。飞行中的动物摆动尾巴,就能向前推进。

计算表明,比起地球上的动物来,阿斯特利亚星上动物的新陈代谢率可能要低得多,因为相对而言,通过它们身体周长所散失的热量较少。另外,这颗星上动物的骨骼要比地球动物单薄些,因为要支撑的体重较小。当然,任何一个阿斯特利亚动物都不可能有一个从嘴巴通到肛门的敞开的管道,因为,如果真的有这种东西,它将被一分为二。

惠特罗(G.J.Whitrow)在其著作《宇宙的结构与演化》一书的附录里(哈普出版社,1959年)宣称,由于两个维度对神经元连接所施加的严格限制,二维空间中不可能出现智能生物。他写道:“在三维或更高维的空间里,任意数量的神经元都可以成对地相互连接,不需要在接口处交叉,但在二维空间中,可能作此类连接的神经元最多只有4个。”不过,赛德尼却毫不费力地推翻了他的这种说法,指出如果允许神经元通过“交叉点”发射神经脉冲的话,它们所形成的平面网络,在复杂程度上并不亚于立体网络。然而,由于在二维网络中,神经脉冲将会遇到更多的麻烦与中断,因而二维动物的思维要比三维动物缓慢得多(二维自动机理论中有许多结果可用来对比)。

赛德尼绘声绘色地描写了阿斯特利亚星上雌性鱼的身体解剖。在它的两个尾部肌肉之间夹着一个囊,它的未受精卵就可以放入其中。这种鱼的骨头长在身体外侧,营养物质则可经由内部的食物气泡来提供。对一个孤立细胞来说,食物的进入需要通过一个每次只开一个口的膜才能办到。如果细胞同别的细胞连在一起,就像在一个组织中那样,就可以同时有许多个开口。因为周围的细胞能使它保持完整。作为三维空间的动物,我们人类当然能够洞悉鱼或其他二维生物的一切内部器官的形状与作用,正如一个四维动物能看透我们的

五脏六腑一样。

在描绘阿斯特利亚星上人类的形象时, 奈德尼追随了欣顿的做法: “人”有两只手, 两条腿, 还有三角形的身体。不过, 欣顿笔下的阿斯特利亚人, 老是一成不变地面对同一方向: 男人朝东看, 女人朝西看。不管是男是女, 他们的手总是长在前面, 在三角形靠近顶部的地方有一只眼睛(见图 4 的左边)。奈德尼想象中的阿斯特利亚人则略有不同, 他们都是左、右两侧对称的, 每一侧各有一只手, 一条腿和一只眼睛(见图 1.4 的中间)。因而这些阿斯特利亚人像地球上的鸟类与骡马一样, 可以看到相反方向的事物。不言而喻, 在这颗行星上, 一个人要想越过另一人, 只能从他的头上“爬”或者“跳”过去。对于阿斯特利亚星上的长着暴突眼的怪物, 我想它的模样该如图 1.4 的右边那样。这个怪物的四肢既可当手, 又可当脚用, 取决于它往哪里去, 而它的两只眼睛起到了双筒望远镜般的视觉效果。只有一只眼睛的阿斯特利亚人看到的主要是一维的视觉世界, 这使得他对事物的感知相当狭隘。另一方面, 平面宇宙中的部分物体可以通过它们的颜色来区别, 而由于眼睛透镜的聚焦作用, 将会造成物体纵深方面的错觉。

在阿斯特利亚星上建造房屋或私家园子里割草所需的工作量比地球上要少, 因为涉及的物质数量要少得多。然而, 正如奈德尼所指出的那样, 二维世界中仍然有着可怕问题亟待解决。“为了支持养育生命的植物与动物, 行星的表面绝对是必不可少的, 然而, 明摆着的事实是, 一旦受到侵害, 阿斯特利亚星非常小的表面将会遍体鳞伤, 势必将造成行星生态平衡的毁灭。譬如说, 在地球上, 我们建

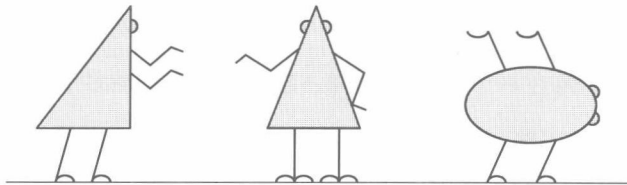


图 1.4