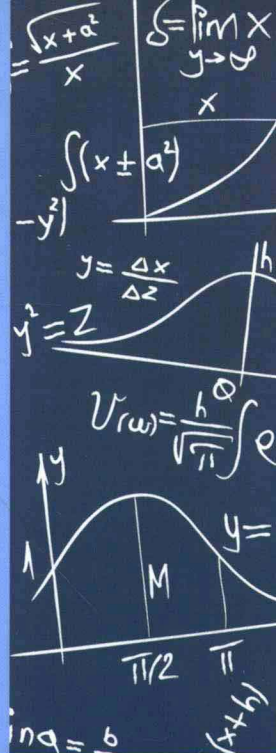


微积分

学习指导

Calculus



邱曙熙 周苹濒 编著



厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

微积分

学习指导

Calculus

邱曙熙 周苹濒 编著



厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

图书在版编目(CIP)数据

微积分学习指导/邱曙熙,周苹濒编著. —厦门:厦门大学出版社,2012.12

ISBN 978-7-5615-4254-5

I. ①微… II. ①邱…②周… III. ①微积分-高等学校-教学参考资料 IV. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 066236 号

厦门大学出版社出版发行

(地址:厦门市软件园二期望海路 39 号 邮编:361008)

<http://www.xmupress.com>

xmup@xmupress.com

厦门集大印刷厂印刷

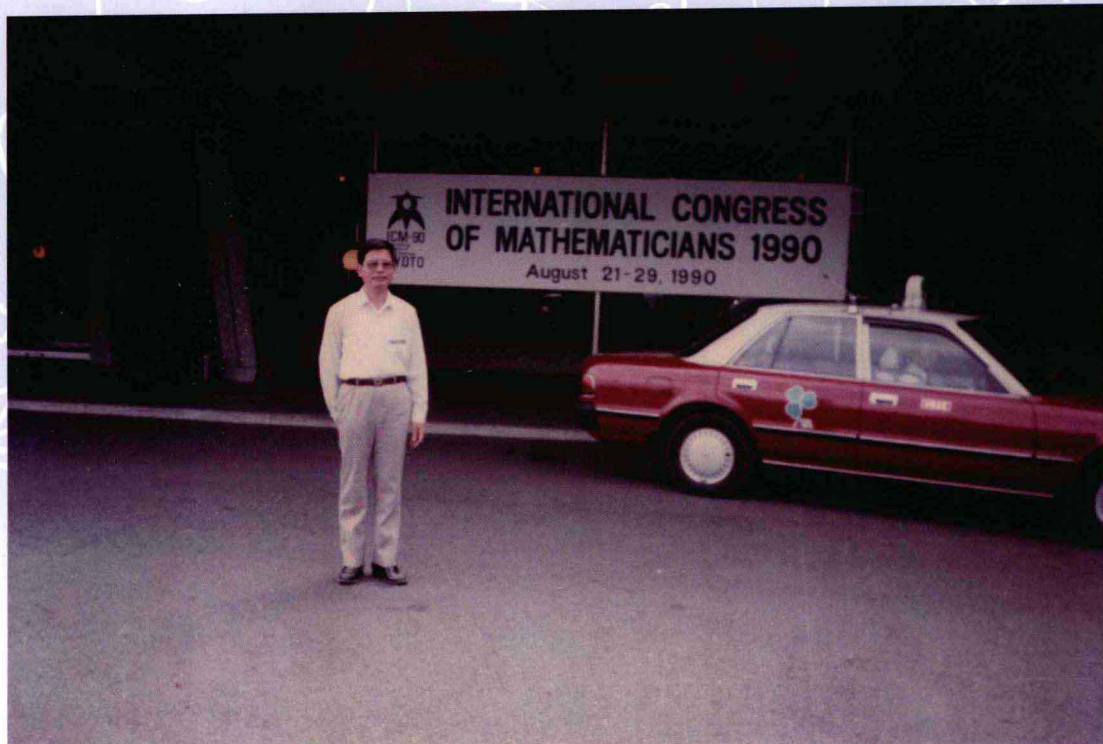
2012 年 12 月第 1 版 2012 年 12 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:28 插页:2

字数:716 千字 印数:1~3 000 册

定价:49.00 元

本书如有印装质量问题请直接寄承印厂调换



参加“第二十一届世界数学家大会”（1990年，日本京都）

..... 主要作者简介

邱曙熙 教授，男，1945年出生于厦门市，中共党员。1963年9月至1970年2月就读于北京大学数学力学系。毕业初期从事教师工作。后为研究生就读于厦门大学数学系，师从张鸣镛教授。1981年12月后为厦门大学数学系教师。至今从教40年。

长期从事数学教学与科研工作，专业方向为函数论、位势论。发表《非紧极大Riemann上之半纯函数的渐近点(英文)》等20多篇专业论文。出版专著《Riemann曲面及其上的位势理论》和《现代分析引论》；与他人合编出版《实变与泛函学习指导》、《高等数学》等；任《数学辞海》总编委；参加《中国大百科全书·数学卷》位势论条目编写。

积极参加社会活动，现任北京大学校友会理事，北京大学厦门校友会常务副会长兼秘书长。曾任福建省《七·五》、《八·五》科技发展计划和十年规划设想数学组秘书及厦门运筹学会副理事长。退休后曾任厦门华天涉外职业技术学院副院长和厦门软件职业技术学院副院长。



数学泰斗苏步青（中）、著名数学家张鸣镛（右）、邱曙熙
合影于复旦大学(1985年秋)



作者伉俪留影于颐和园昆明湖畔(2008年)

前言

高等数学是本科生必修的重要基础课之一。在高等教育大众化、教学改革不断深入的形势下,不仅经济管理类专业,而且文科专业教学也设置高等数学课程。为适应因材施教、培养优秀人才,社会需要多层次的相关教材,本书应运而生。

笔者从教四十年,以教授数学专业基础课程和科研为主,也参与社会力量办学。在我国改革开放高速发展阶段,教育形式多样化使得笔者有机会参与从业余大学、夜大学、函授大学、电视大学到专业证书班、自学考试(含学历文凭)辅导班、职业技术学院等各类大专性质的教学,当然教授最多的是微积分课程。笔者虽然十多年前已承担过本科经济管理类的高等数学教学,但是对其教材和教学方法没有进行深入思考。近三年来,笔者专门从事本科经济管理类微积分教学,再次直接感受到它与专业和工科数学教学存在许多不同之处。

就教学对象而言,文科、经管类学生许多来自高考的“文科生”,他们普遍存在着的困惑是认为学习数学用处不大,甚至没有用。应该说,在文科、经管类教学中设置高等数学课程有一重要的作用是素质教育,这不仅对于理工科教学是必要的,而且对其他高等文化水准的人也是非常重要的。学习的目的固然要掌握学科的知识,但不能以成绩论“成败”,所以我经常对学生说,你们哪怕是考了五十分,也有五十分的收获!不过,有一值得深思的现象,在高考文理兼收的经管类学生中获得微积分好成绩者不乏上述所谓的“文科生”。

高考“文科生”普遍对学习数学积极性不高,现行微积分教科书中缺乏针对他们的练习题。特别是如果过多考虑考研需求,那么学习微积分对这类学生而言无疑是难以接受的!作为数学教师,笔者认为应注意在练习题中多设置填空题,它相对于选择(填空)题有着更好的效果,因为不论填对还是填错,前者可让学生发挥自主性,后者只能是让学生被动地在设置好的答案中寻找认同点。笔者更希望多设置一些基础练习题,一方面避免难题怪题掩盖数学的教学本质,另一方面可让学生尽快适应高等数学教学,同时感受到学习数学的成就感,激发他们学习数学的积极性。鉴于此,笔者编写本书时注意到教学对象和教学方法问题。总体而言,本书注意在知识难度上由浅入深,在表达方式上由细到简。

本人一贯认为,教学不宜过细,要给学生留下思考的空间,否则不是个好教师。但是,考虑到目前我国的大专院校学生长期以来接受应试教育过多,同时考虑到面对“文科生”的自学需要,本书的论证过程注意尽可能详尽,有时遇到一些必须严谨的细节还给予较多的理论分析。而且,为阅读方便本书还出现较多局部重复的现象,例如第二篇各章节习题解答出现部分题目再现。这些讨论过细的知识点一是本人近几年教授文科、经管类微积分时所思考的一些问题,二是在教学中学生提出的一些问题。如此一来,数学专业人员甚至理工科学员难免会觉得本书的表述不够简练,过分繁琐。然而,笔者的本意是希望这些过细的陈述可让文科、经管学生能从中得到启示,对数学基础相对薄弱的学生有所帮助。另一方面,笔者对应试教育一贯持反对态度,所以有些内容不为考试仅为介绍知识而引入。当然,笔者也适当关注应试方法,所以各章都编有“解题方法与典型、综合例题”,希望能对读者解题思路的提高有所帮助。

回忆四十九年前刚进大学时聆听恩师们的教诲:读书必须经历一个“把书读厚”到“把书读

薄”的过程！开始读书，为理解概念、熟悉定理、定律，必须翻阅参考书，大量做笔记、练习，甚至在书上进行注解、演算——把书读厚；等到理解掌握书上的知识后，进行归纳总结，将整章或某一知识系统用简单的语句公式记录、列表以便复习、记忆（例如第九章最后的附录）——把书读薄！希望读者能从本书中读出这一理念。这是一个从量变到质变的过程，当我们做到“把书读薄”时正是掌握知识过程中的一个阶段性的跨越！

数学知识传授的过程严格遵循下列步骤：(1)概念的引入，给出严格的定义；(2)讨论所述概念的性质、定理；(3)根据定义、性质、定理进行演算和论证。这些特点使得数学教学在养成学生规范办事、决策有根有据的良好习惯和培养学生客观、公正、实事求是之优良品格上起着其他学科难于替代的作用。数学给人予严谨的印象，这也是在任何一册数学书籍应当保持的特色。所以笔者认为不论何种数学书籍，都应注意逻辑的严密性。我们可以不加证明引入命题，但一定要让读者体会到任何结论都是有根有据的。比如，外尔斯特拉斯定理“单调有界列必有极限”一般是以公理的形式作为微积分理论出发点写入教科书的，应当在书中指明。又如，另一理论问题是在定积分的性质中引入“积分的绝对连续性”，即“变限积分当区间长度趋于0时积分随之趋于0”，它为含变限积分的极限式应用洛必达法的合理性提供理论依据。

一些同行好友曾希望本人撰写数学分析的专业教学辅导书，但自认精力有限，一直提不起勇气编写。在同为数学教师之内人的鼓励支持下，我们共同编撰了此书，它的出版也算是本人对同行好友的一种回应。

本书是教学辅导材料，提笔之初原认为编写初等的微积分书籍应不需花费太大气力，没想到笔者历时三年的编撰才得以完成。从某种意义来讲，编写本书花费的精力不亚于本人十五年前撰写的第一本专著。编著者遵循有话则长无话短的原则，所以不同章节结构和篇幅不尽相同。为了便于阅读，本书分为两篇。第一篇是内容概述、归纳与解题方法综述，其中内容概述、归纳部分一般按常规教科书的章节形式和逻辑次序叙述教学内容，以知识点和例题为主，并编排对应的练习题；解题方法综述部分给出解题方法和典型、综合例题，有时按知识点陈述解题思路与方法，有时按习题类型归纳解题方法。第二篇为各章节练习题解答、阶段自测题及其解答和两份知识竞赛试卷及其解答，最后是教学研讨。当然，习题解答主要是为学生编写的，而教学研讨编写目的是与同行进行深入的交流。

本书中有部分例题和图片来自互联网，在此向例题和图片的作者表示谢意！

鉴于编者的水平有限，习题篇幅较大，错误在所难免，敬请赐教。

邱曙熙

2012年9月

目 录

第一篇 内容概述、归纳与解题方法综述

第一章 函数与极限	(1)
0、预备知识	(1)
(一)集合	(1)
1. 集合的概念及运算(1)	2. 数轴·区间·邻域(2)
(二)映射	(4)
1. 映射的概念(4)	2. 逆映射(4)
3. 复合映射(4)	
(三)几个常用的代数公式	(5)
1. 实数 x 的绝对值(5)	2. 平均值不等式(5)
3. 几个常用等式(公式)(5)	4. 排列组合知识(5)
(四)三角函数公式与反三角函数	(6)
1. 常用的三角公式(6)	2. 反三角函数(7)
【习题 1.0】	(10)
一、函数	(11)
(一)内容概述与归纳	(11)
1. 函数的概念(11)	2. 函数的常见几何特性(12)
3. 反函数和复合函数(13)	4. 初等函数(14)
(二)解题方法与典型、综合例题	(15)
1. 函数的定义域求解的常用依据和注意事项(15)	
2. 典型例题(16)	
【习题 1.1】	(18)
二、数列的极限	(19)
(一)内容概述与归纳	(19)
1. 数列极限的概念与性质(19)	2. 数列极限判定准则和柯西收敛原理(20)
3. 数列的子列(21)	4. 几个重要的和常用的已知极限(21)
5. 无穷大的概念(22)	
(二)解题方法与典型、综合例题	(23)
1. 先恒等变换再求极限(23)	2. 先证明极限存在,后求极限或论证(23)
3. 缩放技巧在夹逼准则和用 ε - N 等定义论证极限中的应用(23)	
4. 两类和式极限的运算(24)	

【习题 1.2】	(26)
三、函数的极限	(26)
(一)内容概述与归纳	(26)
1. 自变量的六种变化趋势(26)	2. 函数极限的概念(26)
3. 函数极限的存在条件、性质和运算(29)	4. 夹逼准则和两个重要极限(32)
(二)解题方法与典型、综合例题	(32)
1. 函数极限未定型引入和求函数极限的两个注意事项(32)	
2. 极限计算的几种技巧(32)	3. 两类函数的极限计算(34)
【习题 1.3】	(35)
四、无穷小量阶的比较	(35)
(一)内容概述与归纳	(35)
1. 无穷小与无穷大的基本概念及其关系(35)	
2. 无穷小的比较 · 等价无穷小量(36)	3. 常用等价无穷小量(37)
4. 无穷小量的性质(37)	
(二)解题方法与典型、综合例题	(37)
1. 解题方法综述(37)	2. 典型、综合例题(39)
【习题 1.4】	(41)
五、函数的连续性	(41)
(一)内容概述与归纳	(41)
1. 函数连续的基本概念(41)	2. 连续函数的运算法则(41)
3. 间断点的概念和分类(42)	4. 闭区间上连续函数的性质(42)
(二)解题方法与典型、综合例题	(43)
1. 求函数连续点处的极限(43)	2. 讨论分段函数在分段点处的连续性(44)
3. 讨论有理函数的间断点(44)	4. 证明方程、代数式之根的存在性(44)
【习题 1.5】	(45)
第二章 导数与微分	(46)
一、导数的概念	(46)
(一)内容概述与归纳	(46)
1. 导数的定义及其几何意义(46)	2. 函数的可导性与连续性的关系(47)
3. 导函数(48)	4. 导数为 ∞ 的特别注解(49)
(二)解题方法与典型、综合例题	(49)
1. 用导数的定义求导数(49)	2. 导数存在性的证明及应用(50)
3. 与抽象函数可导性相关的极限(51)	
4. 利用可导性求解分段函数之未知数的方法(51)	
【习题 2.1】	(52)
二、函数的求导法则	(53)
(一)内容概述与归纳	(53)
1. 函数的和、差、积、商的求导法则(53)	2. 反函数的求导法则(54)
3. 基本导数公式(54)	4. 复合函数的求导法则(54)
(二)典型、综合例题	(55)

【习题 2.2】	(57)
三、高阶导数	(58)
(一) 内容概述与归纳	(58)
1. 高阶导数基本概念(58)	2. 函数和差、积的 n 阶导数(58)
(二) 典型、综合例题	(59)
【习题 2.3】	(61)
四、隐函数及由参数方程所确定的函数的导数	(62)
(一) 内容概述与归纳	(62)
1. 隐函数的导数(62)	2. 由参数方程所确定的函数的导数(62)
(二) 解题方法与典型、综合例题	(63)
1. 隐函数求导例题(63)	2. 对数求导法(64)
3. 求解导数的综合例题(65)	
【习题 2.4】	(66)
五、微分	(67)
(一) 内容概述与归纳	(67)
1. 微分的概念(67)	2. 可微与可导的关系(68)
3. 微分公式与微分运算法则(68)	4. 一阶微分形式的不变性(69)
5. 微分在近似计算中的应用(70)	
(二) 典型、综合例题	(71)
1. 微分基本例题(71)	2. 近似计算例题(72)
【习题 2.5】	(72)
六、函数导数理论在经济学中的应用——边际·弹性	(73)
1. 经济学中的常用的几个函数(73)	2. 边际(74)
3. 弹性(74)	
【习题 2.6】	(77)
第三章 微分中值定理与导数的应用	(78)
一、微分中值定理	(78)
(一) 内容概述与归纳	(78)
1. 函数极值及存在的必要条件(78)	2. 微分中值定理(78)
(二) 解题方法与典型、综合例题	(80)
1. 概念、定理验证(80)	2. 判断方程根的存在(81)
3. 应用中值定理证明等式与不等式(81)	4. 利用中值定理求极限(82)
【习题 3.1】	(82)
二、求极限之洛必达法则	(83)
(一) 内容概述与归纳	(83)
1. 洛必达法则(83)	2. 应用洛必达法则时应注意事项(83)
(二) 解题方法与典型、综合例题	(84)
1. 应用洛必达法则求极限基本方法(84)	
2. 洛必达法则与其他求极限的方法综合使用(85)	
3. 与洛必达法则注意事项相关的反例(86)	

(三)* 几种常见无穷大量的比较	(86)
【习题 3.2】	(87)
三、函数的单调性与极值	(88)
(一) 内容概述与归纳	(88)
1. 函数的单调性(88)	2. 函数的极值与最值(89)
3. 利用函数的导数特性证明不等式之综述(90)	
(二) 典型、综合例题	(91)
【习题 3.3】	(92)
四、曲线的凹凸性与拐点	(93)
(一) 内容概述与归纳	(93)
1. 曲线的凹凸性(93)	2. 曲线的拐点及其判别(94)
(二) 解题方法与典型、综合例题	(94)
1. 确定曲线的凹凸性和拐点的步骤(94)	2*. 凹凸性相关的不等式(95)
【习题 3.4】	(96)
五、函数图形的描绘	(96)
(一) 内容概述与归纳	(96)
1. 曲线的渐近线(96)	2. 函数的综合作图(98)
(二) 解题方法与典型、综合例题	(98)
1. 曲线的渐近线题解(98)	2. 利用函数特性描绘函数图形(99)
【习题 3.5】	(100)
六、函数最值在经济中的应用	(100)
1. 平均成本最低问题(100)	2. 最大利润(税前或免税情况)(100)
3. 最大利润(税后情况)和最大征税收益问题(101)	
4. 最优批量问题(102)	
【习题 3.6】	(102)
第四章 不定积分	(104)
一、内容概述、归纳与习题	(104)
(一) 原函数与不定积分	(104)
1. 原函数与不定积分的概念(104)	2. 不定积分的性质(105)
3. 不定积分的基本公式(105)	
【习题 4.1】	(106)
(二) 不定积分换元法	(108)
1. 第一换元积分法(“凑微分”法)(108)	2. 第二换元积分法(110)
3. 简单的无理积分(112)	
【习题 4.2】	(113)
(三) 分部积分法	(114)
1. 分部积分公式、常规例题和需要关注的问题(114)	
2. 分部积分法衍生两种特殊的解题方法(115)	
【习题 4.3】	(116)
(四) 有理函数的不定积分	(116)

1. 有理函数的概念(116)	2. 四类最简真分式的不定积分(117)
3*. 有理函数积分法要点(117)	4. 三角函数有理式的不定积分(118)
【习题 4.4】.....	(119)
二、解题方法与典型、综合例题.....	(119)
(一) 解题方法综述.....	(119)
1. 解题的一个基本思路(119)	2. 换元积分法的两个说明(119)
3. 解难题的方法综述(120)	
(二) 解题分析与典型、综合例题	(120)
1. 不定积分概念的例题(120)	2. 最简单的不定积分(121)
3. 换元积分法(122)	4. 含凑微分式的不定积分与分部积分法(125)
5*. “凑微分”的实质内涵(126)	6. 有理函数的不定积分·待定系数法(126)
7. 三角有理函数的不定积分(128)	
第五章 定积分.....	(131)
一、内容概述、归纳与习题.....	(131)
(一) 定积分的概念与性质.....	(131)
1. 曲边梯形的面积(131)	
2. 定积分的定义、可积条件及其几何意义(131)	
3. 定积分的性质(133)	
【习题 5.1】.....	(135)
(二) 微积分的基本公式.....	(136)
1. 积分上、下限函数及其导数(136)	2. 牛顿-莱布尼兹公式(137)
【习题 5.2】.....	(138)
(三) 定积分的计算方法.....	(139)
1. 定积分的换元积分法(139)	2. 定积分的分部积分法(142)
【习题 5.3】.....	(143)
(四) 广义积分与 Γ -函数	(143)
1. 无穷限的广义积分(144)	2. 无界函数的广义积分(145)
3. 广义积分解题步骤和相关事项(147)	4. Γ -函数(149)
【习题 5.4】.....	(149)
(五) 定积分的应用.....	(150)
1. 定积分的微元法(150)	2. 定积分在几何学上的应用(151)
3. 定积分在经济学中的应用(154)	
【习题 5.5】.....	(155)
二、解题方法与典型、综合例题.....	(156)
(一) 定积分的概念及其几何意义的理解应用.....	(156)
1. 用定义求定积分·和式极限(156)	2. 定积分是面积公式的理论源头(157)
(二) 分类典型、综合例题与解题方法	(157)
1. 定积分基本性质的综合例题(157)	2. 定积分中值定理综合分析题(158)
3. 变上、下限积分的综合例题(159)	4. 定积分的综合计算方法(160)
5. 广义积分的综合例题(162)	6. 定积分的几何应用综合题(163)

第六章 多元函数微分	(165)
一、空间解析几何简介	(165)
(一)内容概述与归纳.....	(165)
1. 空间直角坐标系(165)	2. 空间曲面与方程(166)
3. 空间平面方程(166)	4. 几种常见的空间曲面(166)
5. 空间曲线(168)	6. 平面极坐标系(169)
(二)解题方法与典型、综合例题	(170)
1. 空间图形特性的直观判断(170)	2. 空间平面方程(171)
3. 空间图形不同坐标、方程形式的变换(172)	
4. 空间曲面及其上曲线的投影(172)	
【习题 6.1】	(173)
二、多元函数的基本概念	(174)
(一)内容概述与归纳.....	(174)
1. 平面点集(174)	2. 多元函数(176)
3. 二元函数的极限(176)	4. 二元函数的连续性(177)
(二)解题方法与典型、综合例题	(178)
1. 二元函数极限计算综述(178)	2. 典型、综合例题(179)
【习题 6.2】	(180)
三、偏导数与全微分	(181)
(一)内容概述与归纳.....	(181)
1. 偏导数的概念与几何意义(181)	2. 高阶偏导数的定义(182)
3. 偏导数的求解(182)	4. 偏导数在经济学中的应用(182)
5. 全微分(185)	
(二)解题方法与典型、综合例题	(186)
1. 偏导求解(186)	2. 全微分在近似计算的应用(187)
【习题 6.3】	(188)
四、多元函数的微分法	(188)
(一)内容概述与归纳.....	(188)
1. 全导数与复合函数求偏导法(188)	2. 隐函数求导法(189)
3. 全微分形式不变性(189)	
(二)解题方法与典型、综合例题	(190)
1. 求复合函数偏导数的关键问题(190)	2. 求隐函数偏导的方法(191)
3. 带抽象函数的复合函数求偏导法(192)	4. 全微分例题(193)
【习题 6.4】	(194)
五、多元函数的极值	(194)
(一)内容概述与归纳.....	(194)
1. 无条件极值(194)	2. 条件极值——拉格朗日乘数法(194)
(二)典型、综合例题	(195)
【习题 6.5】	(196)
第七章 二重积分	(198)

一、内容概述与归纳	(198)
(一)二重积分的概念与性质	(198)
1. 二重积分的定义(198)	2. 二重可积函数和二重积分的几何意义(198)
3. 二重积分的性质(199)	
【习题 7.1】	(200)
(二)二重积分的计算	(200)
1. 重积分化累次积分简述(200)	2. 直角坐标系下累次积分的计算(201)
3. 改变累次积分的顺序(而后进行计算)(203)	
【习题 7.2】	(204)
(三)二重积分的变量代换	(205)
1*. 二重积分的一般换元法(205)	2. 极坐标下二重积分的计算(206)
【习题 7.3】	(208)
(四)二重积分的应用	(209)
1. 计算平面图形的面积(209)	2. 计算立体的体积(209)
3. 计算广义积分(209)	
【习题 7.4】	(210)
二、解题方法与典型、综合例题	(211)
1. 二重积分计算的关键问题(211)	2. 利用二重积分求几何形体的面、体积(212)
3. 广义二重积分的例题(213)	
第八章 无穷级数	(215)
一、常数项级数	(215)
(一)内容概述与归纳	(215)
1. 级数及其敛散性的概念(215)	2. 常数项级数的基本性质(217)
(二)解题方法与典型、综合例题	(217)
1. 根据定义判定已知级数的敛散性(217)	
2. 根据级数收敛的必要条件判定级数的发散性(218)	
3. 利用已知等比级数和 p -级数的敛散性解题(218)	
4*. 一类应用定义判定级数的敛散性的习题(218)	
【习题 8.1】	(219)
二、正项级数	(219)
(一)内容概述与归纳	(219)
1. 正项级数的概念及其敛散性的判别(219)	
2* 通项为无穷大量之比的几个级数的敛散性(221)	
(二)解题方法与典型、综合例题	(222)
1. 应用比较判别法的缩放技巧(222)	
2. 巧用 p -级数的性质判断所给级数的敛散性(222)	
3. 应用比较判别法的极限形式要有无穷小量阶比较的观点(223)	
4. 应用比值判别法时最好牢记几种常见无穷大量的比较(223)	
5. 通项中含有 n 次幂式的因子时可试用根值判别法(223)	
【习题 8.2】	(224)

三、任意项级数	(224)
(一)内容概述与归纳	(224)
1. 绝对收敛与条件收敛(224)	2. 交错级数与莱布尼兹判别法(225)
3*. 级数的柯西收敛原理(225)	
(二)解题方法与典型、综合例题	(225)
1. 任意项级数敛散性判别的总体思路(225)	
2. 先判别级数是否绝对收敛(226)	3. 交错级数可试用莱布尼茨判别法(226)
4*. 常数项级数审敛法小结(227)	
【习题 8.3】	(228)
四、幂级数和函数的幂级数展开	(229)
(一)内容概述与归纳	(229)
1. 函数项级数的基本概念(229)	2. 幂级数(230)
3. 函数的幂级数展开(231)	
(二)解题方法与典型、综合例题	(233)
1. 认识到存在两种收敛状态——点态收敛和整区域收敛(233)	
2. 解题方法和注意事项(233)	3. 典型、综合例题(233)
【习题 8.4】	(235)
第九章 常微分方程	(237)
一、内容概述、归纳与习题	(237)
(一)微分方程的基本概念	(237)
1. 微分方程的定义(237)	2. 微分方程的解(237)
3. 解微分方程应用题的方法和步骤(238)	4*. 关于微分方程求解的特别说明(239)
【习题 9.1】	(239)
(二)一阶微分方程及其求解	(240)
1. 可分离变量方程(240)	2. 齐次微分方程(241)
3. 全微分方程(242)	4. 一阶线性微分方程(243)
5. 伯努利方程(244)	
【习题 9.2】	(244)
(三)高阶微分方程	(245)
0. 预备知识(245)	1. 二阶常系数齐次线性微分方程(246)
2. 二阶常系数非齐次线性微分方程(247)	3*. 二类高阶微分方程(250)
【习题 9.3】	(252)
(四)微分方程在经济学中的应用	(253)
【习题 9.4】	(255)
二、解题方法与典型、综合例题	(256)
(一)一阶和可降阶微分方程的解法综述	(256)
1. 一阶微分方程及其解法(256)	2. 可降阶高阶微分方程及其解法(256)
3. 全微分方程求解(256)	
(二)二阶非齐次线性微分方程 $y'' + py' + qy = f(x)$ 的解题综述	(256)
1. 方程求解步骤(256)	2. 求解方程之特解的详细思路(256)

(三)**二阶微分方程按自由项细分为几个简化类之求特解的方法	(257)
1. 【简化类型 I】(257)	2. 【简化类型 II】(258)
3. 【简化类型 III】(258)	4. 【简化类型 IV】(259)
5. 【简化类型 V】(260)	
附录 微分方程求解方法列表	(261)

第二篇 练习题及其解答和教学研讨

一、章节习题、自测题及其解答与杂难综合例题	(263)
(一)第一章 函数与极限	(263)
I. 第一章习题解答	(263)
【习题 1.0】(预备知识)(解答)	(263)
【习题 1.1】(函数)(解答)	(265)
【习题 1.2】(数列的极限)(解答)	(268)
【习题 1.3】(函数的极限)(解答)	(269)
【习题 1.4】(无穷小量阶的比较)(解答)	(271)
【习题 1.5】(函数的连续性)(解答)	(272)
II. 第一章自测题及其解答	(273)
自测题一	(273)
自测题一参考答案	(274)
III. 第一章杂难题与综合例题	(275)
(二)第二章 导数与微分	(279)
I. 第二章习题解答	(279)
【习题 2.1】(导数的概念)(解答)	(279)
【习题 2.2】(函数的求导法则)(解答)	(280)
【习题 2.3】(高阶导数)(解答)	(282)
【习题 2.4】(隐函数及由参数方程所确定的函数的导数)(解答)	(283)
【习题 2.5】(微分)(解答)	(284)
【习题 2.6】(函数导数理论在经济学中的应用)(解答)	(285)
II. 第二章自测题及其解答	(286)
自测题二	(286)
自测题二参考答案	(287)
III. 第二章杂难题与综合例题	(288)
(三)第三章 微分中值定理与导数的应用	(292)
I. 第三章习题解答	(292)
【习题 3.1】(微分中值定理与导数的应用)(解答)	(292)
【习题 3.2】(求极限之洛必达法则)(解答)	(293)
【习题 3.3】(函数的单调性与极值)(解答)	(293)
【习题 3.4】(曲线的凹凸性与拐点)(解答)	(296)

【习题 3.5】(函数图形的描绘)(解答)	(297)
【习题 3.6】(函数最值在经济中的应用)(解答)	(299)
II. 第三章自测题及其解答	(300)
自测题三	(300)
自测题三参考答案	(300)
III. 第三章杂难题与综合例题	(302)
(四)第四章 不定积分	(306)
I. 第四章习题解答	(306)
【习题 4.1】(原函数与不定积分的概念)(解答)	(306)
【习题 4.2】(不定积分换元法)(解答)	(308)
【习题 4.3】(分部积分法)(解答)	(311)
【习题 4.4】(有理函数的不定积分)(解答)	(313)
II. 第四章自测题及其解答	(314)
自测题四	(314)
自测题四参考答案	(315)
III. 第四章杂难题与综合例题	(317)
(五)第五章 定积分	(322)
I. 第五章习题解答	(322)
【习题 5.1】(定积分的概念与性质)(解答)	(322)
【习题 5.2】(微积分的基本公式)(解答)	(323)
【习题 5.3】(定积分的计算方法)(解答)	(324)
【习题 5.4】(广义积分与 Γ -函数)	(326)
【习题 5.5】(定积分的应用)(解答)	(327)
II. 第五章自测题及其解答	(329)
自测题五	(329)
自测题五参考答案	(331)
III. 第五章杂难题与综合例题	(332)
(六)第六章 多元函数微分	(336)
I. 第六章习题解答	(336)
【习题 6.1】(空间解析几何简介)(解答)	(336)
【习题 6.2】(多元函数的基本概念)(解答)	(337)
【习题 6.3】(偏导数与全微分)(解答)	(338)
【习题 6.4】(多元函数的微分法)(解答)	(340)
【习题 6.5】(多元函数的极值)(解答)	(341)
II. 第六章自测题及其解答	(343)
自测题六	(343)
自测题六参考答案	(344)
III. 第六章杂难题与综合例题	(346)
(七)第七章 二重积分	(350)
I. 第七章习题解答	(350)