

纪琳 编著

中频振动 分析方法

——混合模型解析



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

013033632

TB535

21

中频振动分析方法

——混合模型解析

纪琳 编著



机械工业出版社



北航

C1640317

TB535

21

中频振动特指工程结构在某些特定条件下其动态响应表现为长波变形和局部的短波变形并存的一种复杂的振动形式,例如:工程中常见的肋-板组合结构的振动通常具有典型的中频振动特征。由于中频振动问题的复杂性,国内外鲜见有关中频振动分析方法的学术专著,中文版的参考书更是极其匮乏。为了便于国内的研究人员了解和掌握现有的中频分析方法的一般理论原理、理论特点和应用局限性,作者结合自身在过去十几年中从事中频振动问题研究所积累的理论和应用研究经验,以两种典型的中频混合模型法为例,对于不同类型的混合理论进行了较为全面的论述和综合对比。本书旨在为高校和研究院所的研究人员(包括博士生和硕士生)以及企事业单位的工程技术人员从事和开展相关中高频振动的研究提供一个较为全面的参考文献平台,同时本书亦对正确使用商用软件 VA-one 中的中频振动分析模块具有重要的指导作用。

本书适合从事复杂系统中高频振动相关问题研究的高校和研究院所的研究人员使用,也适合从事中高频工程应用的企事业单位的工程技术人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

中频振动分析方法:混合模型解析/纪琳编著. —北京:机械工业出版社, 2013.3

ISBN 978-7-111-41552-7

I. ①中… II. ①纪… III. ①结构振动-振动分析 IV. ①TB535

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 033054 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:王春雨

责任编辑:王春雨 版式设计:霍永明

责任校对:陈延翔 闫玥红 封面设计:路恩中 责任印制:张楠

北京中兴印刷有限公司印刷

2013 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

148mm×210mm·4.625 印张·145 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-41552-7

定价:29.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066 教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010)68326294 机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010)88379649 机工微博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

前 言

众所周知，任何复杂的机械系统都可以视为由结构形状简单的若干子系统连接组合而成。尽管对于每一个子系统而言，其动态性能都比较容易掌握，但是，由于这些子结构在制造材料和结构尺寸等方面的不同，就会导致系统的动态特性具有显著差异，从而使得研究设计人员对于系统整体结构的动态特性的准确预测极为困难。目前，对于此类由动态特性差异悬殊的子系统所构成的工程结构，国内外学术界一般统称为“复杂组合结构”（complex built-up structures）。现代科学技术的发展，尤其是航空航天技术的迅速发展，对于大型复杂组合结构的动态设计提出了越来越高的准确性和可靠性要求。这对于决定国家竞争力和国家安全的高端技术装备（诸如宇宙飞船、火箭、卫星等）的结构动态设计来说尤其明显。因此，如何提高系统动态设计的准确性和可靠性已引起世界各国学者越来越多的关注，并逐渐成为近些年来系统结构动态特性研究领域的焦点。

目前，学术界和工业界对于复杂组合结构系统的动态特性研究所采用的方法一般是将其分为三个不同的振动频域，即：低频域、中频域和高频域，并根据每一个频域的振动特点采用相应的振动分析方法。例如：低频振动一般采用有限元和边界元等确定性分析方法，从而能够得出结构上任选位置在任一激励频率下的精确的振幅和相位响应，此类方法的有效使用一般要求各个子系统的外形尺寸小于该频段相应的波长；而高频振动条件下，由于系统的动态响应对于制造、装配公差等所引起的结构参数的微小随机变化非常敏感，因此对于振幅和相位的精确分析的低频方法将不再适用，取而代之的是以预测系统的统计能量响应及其能量流在子结构间的传递关系为主的统计性分析方法，从而能够用较小的计算成本得出系统的主要声振特性，此类分析方法最常用的是统计能量法、波动法等，其有效使用条件一般要求各子结构的外形尺寸大于该频段相应的波长；

中频振动则是指系统整体结构中既包含结构尺寸小于该频段相应波长的“低频”子结构,同时又包含结构尺寸大于相应波长的“高频”子结构,造成系统整体动态响应中不可避免地有着局部低频振动与局部高频振动并存的“混合振动”情况,使得单一的低频方法或单一的高频分析方法均不能够完全适用。显然,对于系统的中频振动分析相对于其低频和高频振动分析而言要复杂得多,这就是所谓的“中频振动问题”。

“中频振动”的概念自20世纪80年代末~90年代初由欧美学者明确提出以来,引起了国内外学术界和工业界诸多学者和研究人员的关注,并成为近20年来系统动态研究领域的一个研究热点。尤其近10年来,针对中频振动分析的各种“专家方法”(Specialist Methods)发展迅速,取得了大量的理论和应用成果,其中以英国、美国、法国和比利时的研究成果最为瞩目。然而,实事求是地讲,现有的这些理论方法中依然存在着完整性和成熟度不足的问题,到目前为止还很少发现专门针对中频振动理论研究的学术专著出版。

国内对于中频振动问题的研究起步相对较晚,有关中频振动研究的中文参考书更是非常欠缺,因此,目前的研究方法主要以参考发表在国际学术期刊和国际学术会议的学术论文为主。然而,由于学术论文通常受篇幅所限,所能提供的内容一般都是高度精炼的,而且又都是英文版本,造成相当一部分国内读者难以透彻地理解其理论,甚至发生理解性错误,这就在相当大的程度上制约和影响了相关研究的深入进行及相关理论方法的有效应用。

为了便于国内的研究人员了解当前中频振动领域研究发展情况和掌握现有的常用中频分析方法的一般理论原理、理论特点和应用局限性,作者在自己过去十余年中对于中频振动问题大量的理论和应用研究的基础上,以两种典型的中频混合模型法(即:Mode-based Approach 和 Hybrid FE/SEA Method)为例,对不同的混合理论进行了较为全面系统的论述和综合对比,以飨读者。此书的编著目的不仅仅是为读者正确地学习和掌握中频混合模型法的一般建立过程和应用原则提供一本较为全面和系统的参考教材,更重要的是为国内的研究人员从事和开展相关中高频振动的研究提供一个较为全

面的参考文献平台。

本书适合从事复杂系统中高频振动相关问题研究的高校和科研院所的研究人员（包括博士生和硕士生）使用，也适合从事中高频工程应用的企事业单位的工程技术人员使用。本书对于大家正确使用商用软件 VA-one 中的中频振动分析模块具有重要的指导作用。

最后需要说明的是：在本书的编写过程中，某些研究结论出自作者自身的最新理论研究成果，尚未经过工程应用的实际验证，如有不当之处还请大家不吝指出。

本书是在国家自然科学基金（51175300/E050303）和山东省自然科学基金（ZR2011EEM009）的资助下完成的，作者表示衷心的感谢。

纪琳

于济南

目 录

前言

第一章 中频振动分析方法发展简介 1

第一节 中频振动分析的工程背景和意义 1

一、中频振动分析的工程背景 1

二、中频振动分析的工程意义 2

第二节 传统振动分析方法及其应用局限性 3

一、确定性分析方法及其应用局限性 3

二、统计性分析方法及其应用局限性 4

三、中频分析方法的兴起 6

第三节 现有中频分析方法的分类及特点 6

一、现有分析方法的分类 6

二、有限元法的中频拓展分析 7

三、统计能量法的中频拓展分析 8

四、有限元法和统计能量法的结合 10

五、现有中频分析方法的特点 11

第二章 中频振动的基本概念和特征 12

第一节 中频振动的几个基本概念 12

一、确定性子系统和非确定性子系统 12

二、系统的参数不确定性 12

三、复杂组合结构 13

四、中频域 13

五、低频域和高频域 14

第二节 中频振动的主要特性 14

一、长波 FE 子系统与短波 SEA 子系统间的动态耦合特性 14

二、中频振动的主要特征 15

第三节 中频域的一般界定方法 15

一、中频域的界定依据 15

二、低频、中频和高频域的一般划分 16

第四节 典型混合模型方法的理论特点简介	16
一、混合模型理论初期的主要研究方法	16
二、几种典型的混合模型理论的特点	18
三、现存主要问题	19
第三章 基于模态耦合分析的混合模型法	22
第一节 理论原理	22
一、Mode-based Approach 理论模型介绍	22
二、主要理论原理	23
三、M-混合模型法的显著特点和优势	23
第二节 理论推导过程及特点	24
一、理论推导过程	24
二、特例分析	34
三、混合模型的建立	35
四、理论特点	38
第三节 长波子系统与短波子系统的模态耦合机理分析	39
一、长波子系统与短波子系统的模态耦合	39
二、有效模态质量与有效模态阻尼	41
三、“Fuzzy-like”受振子系统的模态耦合特征	42
四、与现有中频“fuzzy theory”的比较	43
第四节 应用示例	45
一、数例模型描述	46
二、数例仿真结果	48
三、分析计算小结	57
第四章 基于波动耦合分析的混合模型法	60
第一节 理论原理概述	60
一、H-混合模型法（即 Hybrid FE/SEA Method）的理论方法简介	60
二、H-混合模型法的理论优势	61
三、H-混合模型法的理论独特性	62
第二节 理论推导过程及应用特点	65
一、理论推导过程	65
二、理论和应用特点	73
第三节 理论模型的有效性分析	75
一、H-混合模型理论建立的重要假定条件	75
二、SEA 子系统满足扩散场互逆性关系的有效条件	75

三、SEA 子系统混响场之间相互独立的有效性条件	78
四、主要分析结论	81
第四节 应用示例	81
一、数例模型描述	81
二、蒙特卡罗法的计算说明	84
三、H-混合模型法的理论计算说明	85
四、子系统间多点连接的混合模型计算	85
五、子系统间连续线连接的混合模型计算	93
第五章 M-混合模型法与 H-混合模型法的对比分析	103
第一节 理论对比分析	103
一、M-混合模型法与 H-混合模型法的理论共同点	103
二、M-混合模型法与 H-混合模型法的主要理论区别	103
第二节 计算对比分析	105
一、计算模型简介	105
二、点连接条件下的计算对比	107
三、线连接条件下的计算对比	108
四、计算特点分析	112
第三节 混合模型理论的有效性和应用局限性分析	113
一、几个重要理论假定条件的有效性分析	113
二、混合模型法的应用局限性分析	117
第四节 混合模型理论的前景展望	118
一、H-混合模型法的研究现状	118
二、M-混合模型法的研究现状	121
三、混合模型理论的前景展望	121
附录	123
附录 A 两端自由的矩形截面梁的固有频率与振型函数	123
附录 B 基于频响传递函数的子系统法理论推导计算说明	124
参考文献	128
后记	139

第一章 中频振动分析方法发展简介

第一节 中频振动分析的工程背景和意义

一、中频振动分析的工程背景

众所周知,任何复杂的机械系统都可以被视为由诸多不同的子系统组合而成。由于系统的各个组成部分在制造材料和结构、尺寸等方面的差异性,就导致了系统局部结构间动态特性的差异性,从而使得系统整体结构的振动在相当广的频率区间段可表现出由模态密度较低的子结构产生的长波变形和由模态密度较高的子结构产生的短波变形同时并存的复杂的“混合型”振动特征^[1,2]。

一般而言,工程界对于复杂机械系统的动态分析方法大致可划分为两类:第一类是以确定性系统(well-defined structures)为主要研究对象的确定性分析方法(deterministic methods),如:有限元法(Finite Element Analysis, FEA)^[3]和边界元法(Boundary Element Analysis, BEA)^[4];第二类是以非确定性系统(poorly-defined structures)为主要研究对象的统计性分析方法(statistical methods),如:统计能量法(Statistical Energy Analysis, SEA)^[5,6]。此处所谓的“确定性系统”是指系统的结构较为简单,动态分析中仅包含少量的低阶模态,且系统的物理参数和边界参数易于清晰界定的场合;而“非确定性系统”则是指系统的结构较为复杂,动态分析中包含大量的高阶模态,同时系统的结构物理参数和边界参数具有一定程度的随机不确定性的场合^[2]。显然,以有限元法和边界元法等为代表的确定性分析方法主要用于系统的低频振动,而以统计能量法为代表的统计性分析方法则用于系统的高频振动分析计算。这里所说的低频振动一般是指系统的各个子系统的外形尺寸短于该频段相应的波长(wavelength)的情况,此时,系统整体结构的振动响应可以用结构在任意特定激励频率下、任意确定位置处的精确的振幅和相位响应来描述;而高频振动恰好与低频振动相反,是指各子结构的外形尺寸一般要远超过相应的振动波长的情况。由于系统的动态响

应随着频率的升高而对于制造、装配公差等结构参数的微小随机变化量渐趋敏感,对于系统振幅和相位的精确分析就变得不再适用于系统高频振动的描述,使得人们转而寻求系统在统计意义上的平均响应,如利用统计能量法分析计算子系统之间在时间平均 (time-average)、频率平均 (frequency average) 和空间平均 (space average) 意义上的能量流传递关系,即各个子系统的平均能量响应及速度响应的均方根等。

然而,当系统中既包含有适合用于确定性分析的长波变形子结构(局部低频振动),同时又包含有适合于作统计性分析的短波变形子结构(局部高频振动)时,单一的低频有限元法、边界元法和高频统计能量法等传统的分析方法均在相当大的程度上丧失了计算的准确性和有效性^[7]。学术界因此将系统振动中局部低频振动与局部高频振动同时并存的复杂振动情况笼统地定义为系统的“中频振动”,并将含有中频振动特征的工程组合结构统称为“复杂组合系统”(complex built-up systems)^[7,8]。比如:飞行器机翼系统的梁板混合结构,由于梁板子结构间存在较大的动态差异(尤其表现为子结构间模态密度的较大差异性),使得在相当广泛的频率区间,机翼整体结构的振动表现为“梁”附近的局部“长波变形”和“板”上的局部“短波变形”的情况,这就产生了典型的系统中频振动情况。这里,我们将复杂组合系统的中频振动响应的动态分析统称为“中频振动问题”。

由于系统的中频振动分析相对于其低频振动和高频振动分析而言要复杂得多^[9,10],自20世纪90年代以来,对于中频振动问题的研究已引起世界各国学者越来越多的关注^[1-2,7-11],并逐渐成为近些年来系统结构动态特性研究领域的焦点之一。尤其近10年来,中频域振动问题的研究发展迅速,取得了大量的理论和应用成果(其中以英国、美国、法国和比利时的研究成果最为瞩目),然而,实事求是地讲,现有的这些理论方法中还存在着完整性和成熟度不足的问题,依然存在着诸多研究间隙有待于进一步的发展和完善^[8,12]。

二、中频振动分析的工程意义

现代科学技术的发展,对于大型复杂组合结构系统的动态设计提出了越来越高的准确性和可靠性要求。尤其对于汽车、飞机、航天器、精密机床等要求高速、高可靠性、高精度运行的大型复杂机械结构而言,其动态特性决定了产品的诸多重要品种因素,如:结构强度,运动精

度、振动、噪声和疲劳等。因此,在产品的结构设计阶段能够尽量通过成本较小的仿真模拟代替成本高昂的实验模型测试而取得对于系统整体动态特性的准确预测分析并进行相应的参数优化设计是十分必要的,这将极大地降低产品设计成本,缩短设计周期,改善产品运行质量,进而大大提高产品的市场竞争力。

同时,中频组合结构在导弹、火箭、卫星等决定国家竞争力和国家安全的高端技术装备上广泛使用,如何提高系统在中频域的动态设计的准确性和可靠性对于其发射和运行起着至关重要的作用。高精尖技术和装备决定一个国家的竞争力和国家安全,精确度和稳定性又是这类技术和装备的关键因素。因此,对于复杂组合系统中频振动问题的深入研究必将成为此类工程的主要课题之一,在可以预见的将来,对于复杂组合系统中频振动分析方法的深入研究任重而道远。

第二节 传统振动分析方法及其应用局限性

一、确定性分析方法及其应用局限性

(一) 确定性分析方法

确定性分析方法(deterministic methods)是以确定性系统(well-defined structures)为主要研究对象的。这里,确定性系统是指系统的结构较为简单、动态分析中仅包含少量的低阶模态、且系统的物理参数和材料参数易于清晰界定的组合系统,显然,当系统中所有的子系统都能够用确定性模型来描述时,系统将具有典型的低频振动特征。代表性分析方法为有限元法(FEA)和边界元法(BEA),因此,有限元法和边界元法通常又被称为“低频分析法”。对于低频分析而言,由于系统的“长波”“低模态”的低频特征,系统的动态分析通常以系统的位移、速度、加速度等动态响应的精确预测(exact prediction)为主要分析目标。

(二) 应用局限性分析

现在我们以低频法中最为广泛采用的有限元法为例,对其主要原理和应用局限性进行说明。众所周知,传统有限元分析方法是建立在Rayleigh-Ritz方法基础上的一种精确的数值计算方法^[3],它的工作原理是通过把系统的整体结构分为若干个微小单元(element),在求得每个微小单元的静变形后,进而得出该系统结构的整体动变形。有限元模型

将系统的动态特性描述为振动模态,系统的振动响应用位移、速度和加速度表示。该方法理论成熟,更有诸多的有限元的商用软件(如 ANSYS 和 Abaqus FEA 等)可供设计者使用,因而是目前最为广泛采用的动态设计方法。然而,有限元法具有以下两个显著的应用缺陷:

(1) 为了达到计算的准确性要求,有限元模型中划分单元的数量必须足够多,通常每个波长需划分 6~10 个单元。由于结构波波长通常随着振动频率的增加而减小,使得有限元模型所需要的微小单元的数目随着频率的增加而急剧增大,从而导致在对于大型复杂结构进行高频计算时,不可避免地需要高昂的计算成本。例如:对于一个由 2mm 厚的铝板制成、长度为 15m、半径为 1.4m (周长 9m) 的典型的飞机机身 (aircraft fuselage) 来说,当计算的频率上限仅为 225Hz 时,所需要的自由度数就将达到 55 万^[13];而喷气噪声 (jet noise) 和湍流边界层 (turbulence boundary layer) 能够产生高达 2kHz 的激励,因此,即使是结合成熟的子结构降阶法 (如: Component Mode Synthesis, CMS),随着频率的升高,有限元分析模型也将因过于庞大而无法进行实质性计算^①;同时,在分析计算过程所积累的计算误差 (pollution errors) 也将会随着频率的升高而增大^②。

(2) 有限元模型的建立是基于系统的确定性物理参数,但实际工程结构中,由于制造材料内部缺陷和制造、装配过程中不可避免地产生的几何形状、尺寸公差等,使得系统结构的实际参数必然与其名义参数有所不同,而系统在高频振动时对于这些系统参数微小的变化都非常敏感,因此,基于名义参数的有限元模型所得出的理论计算结果就有可能与其真实响应结果有着较大的偏差,导致有限元计算方法在较高频域的计算产生严重失真^[14]。因此,即使是第一个困难能够被现代飞速发展的计算机技术有所克服,有限元模型亦不适用于系统的高频振动计算。

二、统计性分析方法及其应用局限性

(一) 统计性分析方法

统计性分析方法 (statistical methods) 以非确定性系统 (poorly-de-

① 相关数据资料均摘自英国南安普顿大学 (University of Southampton) 声与振动研究所 (Institute of Sound and Vibration Research) 的研究生课程《结构振动讲义》(Structural Vibration), 讲义的编写者为 D. J. Thompson 教授与 B. R. Mace 教授。

fined structures) 为主要研究对象。这里, 非确定性系统是指系统的结构较为复杂, 动态分析中包含大量的高阶模态, 同时系统中的部分物理参数和边界参数具有相当程度的随机不确定性。显然, 当系统中所有的子系统都适用于非确定性模型的描述时, 系统的振动响应表现为“短波”和“高模态”, 即: 系统呈现典型的高频振动特征。

对于系统的高频振动分析而言, 由前述可知: 受计算耗时的限制及系统参数不确定性的影响等, 对于系统动态响应的精确预测既不可行, 也没有实际意义, 此时系统的动态分析应主要以统计性分析方法为主。如: 创始于 20 世纪 70 年代的统计能量法 (SEA)^[5] 最初是针对潜艇 (submarines) 和航天器 (spacecraft) 的设计应用而提出的, 主要用来预测在环境噪声激励 (environmental disturbances) 下的产品的结构响应情况及内部噪声情况, 以弥补有限元法在该分析领域的不足。

与 FEA 的精确算法不同, SEA 是从时间平均 (time-average)、频率平均 (frequency-average) 和空间平均 (space-average) 的统计角度预测子系统间的能量流传递 (power flow)、各子系统的能量响应 (energy response)。该方法的理论原理为^[6]: 首先将系统整体结构划分为若干个 SEA 子结构, 每个子结构构成了 SEA 模型的一个单元; 其次, 在子系统间的传递功率流量与两个子结构模态能量的差值成正比的理论假定前提下, 对于每个子结构建立能量平衡方程; 最后, 对由各能量平衡方程组成的 SEA 方程组联立求解, 得出每个子系统的平均能量响应。与 FEA 相比, SEA 模型能够大大减小计算工作量, 从而能够在设计阶段大大缩短设计周期。经过近半个世纪的发展^[12], 目前 SEA 方法已广泛应用于卫星、飞机、导弹、舰船和汽车等多种工程系统, 尤其在民用工程方面的应用日趋广泛, 如: 对于火车、汽车、飞机等产品的内部和外部噪声预测目前都能够通过标准的 SEA 计算程序实现。

(二) 应用局限性分析

尽管如此, 由于统计能量法理论的建立是基于以下两点重要的假设^[6]:

- (1) 子结构间的耦合强度假定为弱耦合。
- (2) 相邻两子结构间能量的传递与二者能量响应的差值成正比。

而以上这两个重要假设的成立又隐含着另外四个基本条件的满足:

- (1) 子结构有足够多的共振模态 (mode count)。

- (2) 子结构有足够高的模态叠合系数 (modal overlap factor)。
- (3) 子结构的各共振模态间能量分布均匀。
- (4) 激励源为宽频 (broad-band)、非相关 (uncorrelated) 激励力等。

一般情况下, 这些 SEA 理论假设的前提条件对于模态密集的高频振动来说是合理的, 这就为 SEA 模型方法的有效工作区间设置了一个低频限制, 从而导致了 SEA 分析方法在中低频域应用的严重局限性^[12]。同时, 由于目前对于 SEA 的这个低频极限的确定仍缺乏严密的量化界定, 使得用户在采用 SEA 进行仿真计算时产生了一定程度上的信心不足, 进而影响了 SEA 理论方法在工程上的成功应用。另外, SEA 耦合损耗因子 (coupling loss factors) 作为 SEA 理论的一个关键参数, 一直以来缺乏有效准确的计算方法, 这也在相当大的程度上限制了 SEA 在工程界的广泛应用。

三、中频分析方法的兴起

由前述可知: 中频振动显著表现为系统中同时存在着确定性和非确定性子系统, 从而使得系统的整体振动中有着“长波、短波”并存和“低模态、高模态”并存的混合振动特征, 导致单一的低频确定性方法和高频法统计性分析方法都难以满足对于复杂组合系统动态分析的准确性和有效性要求^[1,2]。

为了解决传统分析方法在中频动态预测方面的不足, 对于系统中频振动问题的理论及应用研究自 20 世纪 90 年代开始在学术界和工程界逐渐兴起^[9,10], 目的在于探索出一种新的理论方法能够将系统中具有显著动态差异的确定性子系统和非确定性子系统综合纳入一个完整的分析模型, 并且这个理论分析模型将起到低频确定性分析方法和高频统计性分析方法之间过渡桥梁的作用^[11,12]。

经过了近 20 年的发展, 中频振动分析理论已经取得了长足的发展^[8,12], 在本章第三节中我们将会对现有主要中频分析方法的分类和特点进行简要介绍。

第三节 现有中频分析方法的分类及特点

一、现有分析方法的分类

复杂组合系统中频振动理论的研究经过了过去二十几年知识的积累, 在近 10 年来取得了丰硕的理论和应用成果。尽管各国学者们在各

自的研究理论体系中所采用的具体理论模型、方法大不相同,但从本质而言,这些研究方法可归划为三大类^[11]:第一类是通过对传统的有限元模型进行改进,从而将其有效频率区间扩展至中频域;第二类则是对传统统计能量法进行低频化拓展研究,以期将其应用范围由高频向低延伸至中频域;第三类是基于传统低频有限元法和高频统计能量法的结合而建立起适用于复杂结构的混合模型。

在以上三类研究中,以第一类研究起步最早,对于第二类的研究目前尚处于起步阶段,而研究范围最广、参与学者最多的则属第三类研究类型^[12]。

在本节以下内容中,我们将对于这三类方法的分析特点进行简要介绍,尤其以第三类方法为重点。

二、有限元法的中频拓展分析

目前对于传统有限元模型的中频拓展研究主要分为两个方面:一是针对传统有限元模型的降阶研究,以减少计算耗时,提高其计算有效性。该类研究聚焦于如何减小有限元模型所需要的自由度数目,从而使有限元模型的有效工作区间拓展至中频域,其中较为代表性的方法见参考文献[15-26]。二是致力于将系统参数的随机变化引入有限元模型,以期将系统参数的不确定性问题融入有限元模型的分析计算过程,如参考文献[27-38]。下面我们将对于这两个方面的主要研究方法及所取得的研究成果分别进行简要介绍。

(一) 有限元模型的降阶研究

对于有限元模型降阶的大规模研究始于20世纪60年代子结构模态合成法(Component Mode Synthesis, CMS)^[39-43]的提出。CMS的原理是将系统整体结构划分为若干个子结构,每个子结构用一组振动模态来表示,由于每个子系统所需要的模态数比相应的由有限元网格所产生的物理自由度数目要大大减小,从而能够实现有限元模型的有效降阶。

经过几十年的不断发展,CMS理论已相当成熟并在工程中获得广泛应用^[24,26]。但由于传统CMS方法中子结构间的耦合一般采用的是连接边界处位移相等的边界条件,对于连续耦合边界,尤其是三维连接边界而言,庞大的边界自由度将使得子系统的静模态数非常庞大,并最终造成庞大的CMS组合模型矩阵,从而使CMS方法的应用效率大大降低。为此,1996年法国的Balmes博士首次提出了将子结构间的物理

连接边界条件转化为一组连接界面的基函数 (a set of generalized interface basis functions) 的 CMS 模态降阶方法^[22], 由于所需基函数的数目通常远远小于边界的物理自由度数目, 从而实现对于 CMS 模型矩阵的有效降阶。这一指导思想受到诸多学者的认同, 并获得了相当的理论应用^[19-23]。

其他的提高传统有限元模型计算效率的方法还包括 efficient solver methods^[44]、adaptive mesh techniques^[45] 等新型网格划分方法以及 element-free 的无网格分析方法, 如: Galerkin Method^[46]、Trefftz Method^[47]、Wave Finite Element Analysis^[48] 等, 这些方法的原理请参见相关的参考文献, 这里不再一一赘述。

(二) 统计有限元分析模型的研究

统计有限元分析法 (Stochastic Finite Element Analysis 或 Probabilistic Finite Element Analysis) 的提出, 是因为确定性的有限元分析方法不能准确体现系统所固有的参数不确定性的影响^[49-51], 早期的重要理论研究成果列于参考文献^[52-55]。

自 20 世纪 80 年代以来, 统计有限元分析法的研究取得了很大的进展, 较为典型的研究方法有: 在系统的参数不确定性符合特定空间分布的假定条件下, 将参数的变化情况表示为绕其均值的微小随机变化量, 从而研究系统不确定性对于有限元模型的影响^[56]; 综合运用有限元方法、Monte-Carlo 方法、Perturbation 等方法研究系统各类参数的随机不确定性 (包括材料的物理特性、系统的结构尺寸及载荷的变化情况等) 与系统响应影响的统计分布特性^[57]; 通过采用随机模态 (stochastic modes) 代替确定性模态 (deterministic modes) 的方法, 将子系统的参数不确定性有条件地融入现有的 CMS 的理论框架, 从而能够便利地分析研究系统局部参数不确定性在整体响应影响的传递特性^[58]。这些成果在参考文献^[29]中得到了较好的体现, 并在相当程度上为近年来 Stochastic Component Mode Synthesis 理论^[30]的发展奠定了基础。

目前有限元模型的中频拓展研究的部分理论成果已获得尝试性应用, 但就总体而言, 该类中频研究方法的发展仍然很不完善, 其现有的分析能力还不能够满足实际工程的要求^[11,12]。

三、统计能量法的中频拓展分析

统计能量法与有限元方法相比, 其计算模型中所包含的自由度数目