

中学数学

复 习 题 集

(附部分提示和答案)

重庆市市中区 教师进修学校 编印
高二数学中心组

一九八〇年一月

前 言

为了帮助高二学生全面系统地复习和检查中学数学知识,我们根据《一九七九年高考复习大纲》,教育部制订的《中学数学教学大纲》及省编教材的精神,结合学生实际水平,编写了《中学数学复习题集》。

习题约2000个,分成两套,第一套为基础题,第二套题在基础知识方面有所加深,也有一定的综合。本书主要供报考大专理科的学生使用,但其中部份习题也可供报考大专文科及中专班的学生使用。

为了提高学生分析问题和解决问题的能力及自学方便起见,我们对136道有代表性的典型习题(参考题)作了解答,对部份习题也作了提示和答案。

在编写工作中,6中、12中、26中、29中、30中、41中、53中领导和数学教研组给予我们大力支持,合川印刷厂同志在百忙中为我们挤出时间排印,深表感谢。

由于我们水平有限,时间仓促,错误和不妥之处难免,请批评指正。

重庆市市中区教师进修学校 编印
高二数学中心组

一九八〇年一月

目 录

一、平面几何	(1—34)
二、立体几何	(35—54)
三、代 数	(55—142)
四、三 角	(143—188)
五、解析几何	(189—241)
六、参 考 题	(242—258)
七、参考题题解	(259—328)

平 面 几 何

第 一 套 题

一、直线、角、平行线

1. 一个角是它的余角的一半，该角为多少度？一个角是它补角的一半，该角为多少度？

2. A、B、C为一直线上依次三点，M为线段AB的中点，N为AC线段的中点，求证 $BC = 2MN$

3. O是直线AB上任一点，OC是过C点的任一条射线，OP是 $\angle AOC$ 的平分线，OQ是 $\angle COB$ 的平分线，求证 $\angle POQ$ 是直角。

4. 两平行直线的同旁内角的度数的比为 $11:7$ ，求这两角的度数。

5. 如果两条平行线和第三条直线相交，求证：（1）它们的一对同位角的平分线互相平行；（2）它们的一对同旁内角的平分线互相垂直。

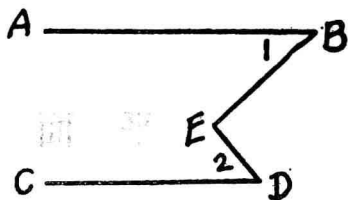
6 若二邻角 $\angle ABC$ 与 $\angle CBD$ 的平分线互相垂直则A、B、D在一条直线上。

7. 如果两个角的两边分别平行，并且这两角的差是 50° 求这两个角的度数。

8. 如图,

已知 $AB \parallel CD$

求证 $\angle BED = \angle 1 + \angle 2$ 。



(第8题)

二、三 角 形

9. 有任意两内角和都小于 120° 的三角形吗?

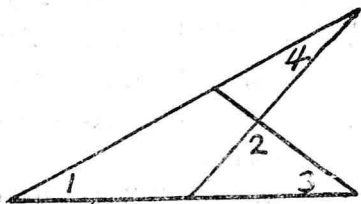
10. 若三角形的任意一角都小于其余两角的和, 这是什么三角形?

11. 如图,

已知 $\angle 1 = 27^\circ$,

$\angle 2 = 95^\circ$, $\angle 3 = 38^\circ$

求 $\angle 4$ 。



(第11题)

12. 三条线段长度之比为 $2 : 3 : 4$, 能否组成一个三角形, 为什么? 若三个角的度数之比为 $2 : 3 : 4$ 能否组成一个三角形? 如能组成, 则这三角形的三个角各为多少度?

13. 有一个多边形, 它的内角和等于它的外角和, 问这个多边形是一个几边形。

14. 试证等腰三角形顶角的外角平分线平行它的底边。

15. 在 $\triangle ABC$ 中 $AB > AC$, AD 是 $\angle A$ 的平分线, 求证 $BD > DC$ 。

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $BD > CD$, 求证 $AB > AC$ 。

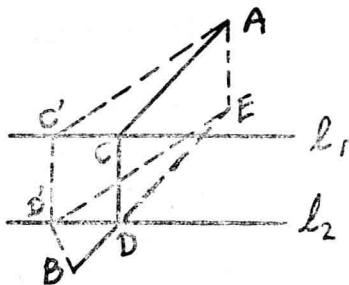
17. 已知四边形 $ABCD$ 中, AD 是最大边, BC 是最小边, 求证: $\angle B > \angle D$ 。

18. 求证: 三角形一边上的中线小于另两边和的一半。

19. 在 $\triangle ABC$ 中 $AC = AB$, 过 A 作平行于 BC 的直线 l , 在 l 上任取一点 P , 连接 PB 、 PC 求证: $AB + AC < PB + PC$ 。

20. 在已知直线 l 的同旁有两点 A 和 B , 求在直线 l 上取一点 P , 使得 $AP + PB$ 最短。

21. A 、 B 两点是平行线 l_1 和 l_2 外侧的两点(如图)作 l_1 、 l_2 的公垂线 CD , 使 $AC + CD + DB$ 的长为最短。

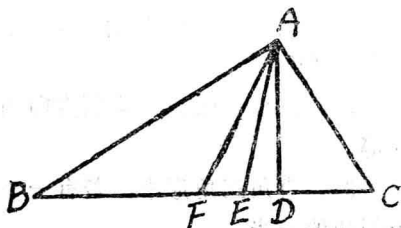


(第21题)

22. 等腰三角形一腰与另一腰上的高所成的角比底角小 20° , 求等腰三角形的各角。

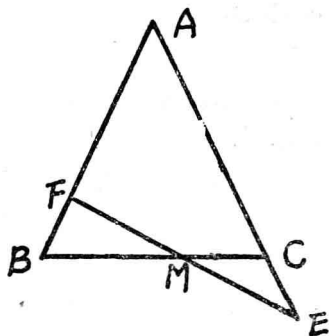
23. 等腰三角形腰上的高与底边的夹角等于顶角的一半。

24. 在直角 $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 90^\circ$, $AD \perp BC$, AE 是 $\angle A$ 的平分线, AF 是 BC 的中线, 求证: AE 平分 $\angle DAF$ 。



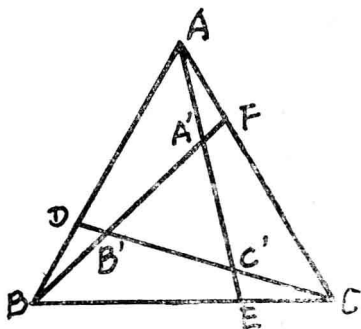
(第24题图)

25. 如图 $AB = AC$,
 $BF = CE$, EF 交 BC 于 M 点,
 求证: $MF = ME$.



(第25题)

26. 在等边三角形 ABC 各边上分别取 D 、 E 、 F 使 $AD = BE = CF$, 分别与它相对的顶点连结所得的 $\triangle A'B'C'$ 也是等边三角形, 试证之。



(第26题)

27. 分别以 $\triangle ABC$ 的各边向外侧作等边三角形, A_1BC 、 B_1AC 、 C_1AB , 求证 $AA_1 = BB_1 = CC_1$.

28. 试证: 等腰三角形两腰上的中线相等。

29. 在 $\triangle ABC$ 中, CF 平分 $\angle BCA$, 过 A 作 FC 的平行线 AD 交 BC 的延长线于 D , 求证 $\triangle ACD$ 是等腰三角形。

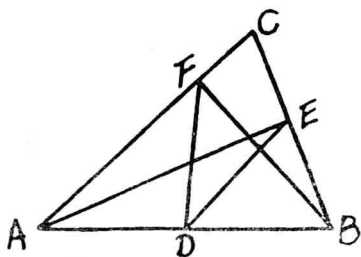
30. $\triangle ABC$ 中 已知 $\angle B = 2\angle A$, $AB = 2CB$, 求证 $\angle C$ 是直角。

31. 试证等腰三角形顶点向两底角的平分线所引的垂线相等。

32. 直角三角形中, 若有一个锐角为 30° 则其所对的边为斜边的一半。

33. 已知三角形三角的度数的比为 $1 : 2 : 3$ ，它的最大边为 16cm ，求最小边。

34. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AD = DB$ ， $AE \perp BC$ ， $BF \perp AC$ 求证 $DF = DE$ 。



(第34题)

35. 已知 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高 AD 和 AB 边上的高 CE 相交于 H ，且 $AB = CH$ ，求证 $\angle ACB = 45^\circ$ 。

36. 证明五角星各顶角的和等于 180°

37. 在 $\triangle ABC$ 中，过 AC 的中点引 AC 的垂线和 BC 相交于 D ，若 $AC = 3.5$ ， $\triangle ABD$ 的周长为 9 ，求 $\triangle ABC$ 的周长。

38. $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$ ， D 、 E 是 AB 上两点， $AD = AC$ ， $BE = BC$ ，求证 $\angle DCE = 45^\circ$ 。

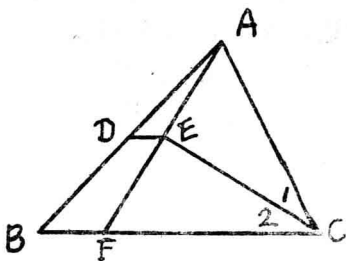
39. 求证：平行于三角形一边，而平分第二边的直线必平分第三边。

40. 求证：三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半。

41. 在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的高， BE 是 AC 边上的中线， $AD = BE$ 求证 $\angle EBC = 30^\circ$ 。

42. 已知 $\triangle ABC$ 中
 $\angle 1 = \angle 2$, $AE \perp CE$
 $AD = DB$,
 求证: $DE \parallel BC$.

(第42题图)



三、四 边 形

43. 已知E、F、G、H分别是四边形ABCD各边的中点, (1) 求证EFGH是平行四边形, (2) 回答当AB与BD是什么关系时EFGH是矩形、菱形、正方形。

44. 平行四边形能够仅仅有一个直角吗?

45. 连结平行四边形的一组对边中点的线段必平分对角线。

46. 在四边形ABCD中 $AB \parallel CD$, $\angle DAC = \angle ACB$, F是AD上一点, E是CB上一点, 且有 $DF = BE$, 求证: EF过AC的中点。

47. 求证: (1) 平行四边形各角的平分线组成一个矩形。(2) 矩形的各角平分线组成正方形。

48. 直角三角形中, 直角的平分线与斜边交于一点, 过该点分别连接两直角边的中点, 所得的四边形为正方形。

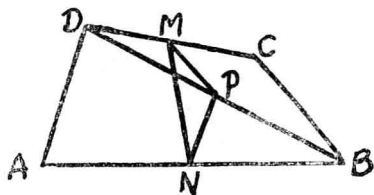
49. 在菱形ABCD的AD与DC边上截取相等的线段DM与DN求证 $\triangle BMN$ 为等腰三角形。

50. 在平行四边形ABCD中, M、N分别是AB和CD的中点, 则DM和BN把对角线AC三等分。

51. 求证三角形三条中线交于一点, 且这点到顶点的距离等于该点到对边中点距离的两倍。

52. 如图,

已知 $AD = BC$, P是对角线BD中点, M是DC的中点, N是AB的中点, 求证 $\triangle PMN$ 是等腰三角形。



(第52题)

53. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$, M是AD的中点, CM交AB于P, 求证: $AP = \frac{1}{3}AB$ 。

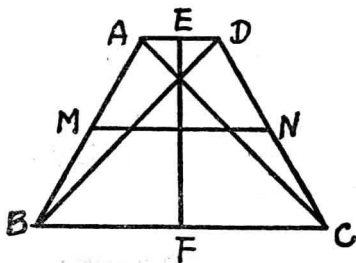
54. 求证: 梯形的中位线平行两底且等于两底和的一半。

55. 若梯形下底是上底的二倍, 则对角线相交于它们的三分之二处。

56. 若等腰梯形的对角线平分锐角, 又对角线分中位线成10cm和18cm两部份, 求它的周长。

57. 等腰梯形一底角为 45° 高为h, 中位线为m, 求两底的长。

58. 梯形同一底上的两个角分别是 80° 与 50° , 求证: 与 80° 的角相邻的腰等于梯形两底的差。

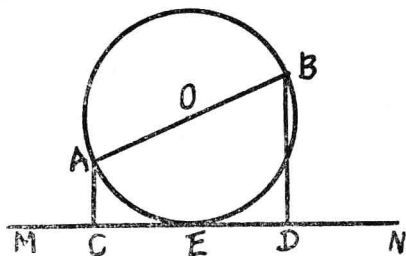


(第59题)

59. 如果等腰梯形对角线互相垂直, 则它的中位线与高相等。(如图)

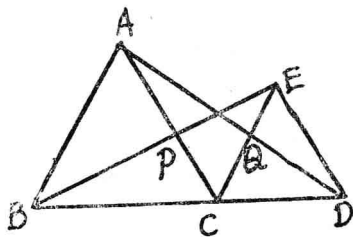
60. $ABCD$ 是平行四边形, 从四个顶点向平行四边形外一直线 l 分别引垂线 AA' 、 BB' 、 CC' 、 DD' 垂直于 l 求证: $AA' + CC' = BB' + DD'$ 。

61. 直线 MN 和圆相切于 E , AB 是圆 O 的一条直径, 且 A 、 B 两点到 MN 的距离各为 a 、 b , 求圆 O 的直径。



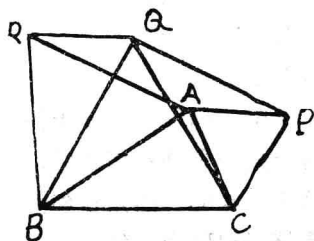
(第61题图)

62. 如图, 点 C 是线段 BD 上的任一点, 以 BC 、 CD 为边向同侧作等边 $\triangle BCA$ 和等边 $\triangle CDE$, 又 AC 与 BE 相交于 P , AD 和 CE 相交于 Q 求证 $CP = CQ$ 。



(第62题图)

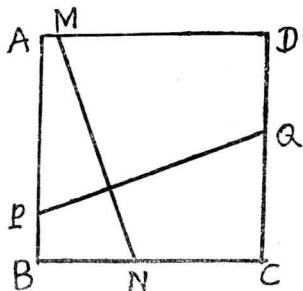
63. 如图, $\triangle ABR$ 、 $\triangle ACP$ 和 $\triangle BCQ$ 都是正三角形, 求证: $APQR$ 是平行四边形。



(第63题图)

64. 已知ABCD是正方形，且 $PQ \perp MN$
求证： $PQ = MN$

(第64题)



四、 圆

65. 试证三角形的内心与外心重合时，它一定是正三角形。

66. 圆内一弦与直径相交成 30° 的角，且分直径成1 cm和5 cm两部分，求这弦的弦心距。

67. 以大圆的半径为直径作一小圆，求证大圆中这条半径端点的弦被小圆所平分。

68. 试证圆外角的度数等于它所截两条弧之差的一半。

69. 以圆的直径AB为一边作正三角形ABC交圆于E, F, 则 $AE = EF = FB$ 。

70. 以三角形的两边为直径分别作圆，求证两圆的另一交点必在第三边或其延长线上。

71. 试证两圆的交点不能多于两个。

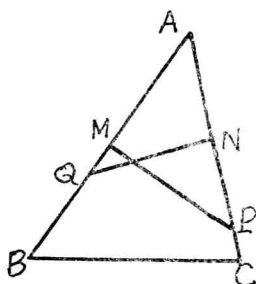
72. 试求圆内接任意八边形相间四个内角度数的和。

73. 试证圆内接任意 $2n$ ($n > 1$ 的正整数)边形，两组相间的内角的和相等。

74. 两圆相交，求证：两圆的连心线是公共弦的垂直平分线。

75. 试证钝角三角形的各边的中点和钝角夹边上的一个高的垂足，四个点共圆。

76. 如图：M、N是 $\triangle ABC$ 的边AB、AC的中点， $MP \perp AB$ ， $NQ \perp AC$ ，求证：四边形QBCP内接于圆。



(第76题)

77. 过正方形的一对角线上任一点，作平行于正方形两边的两条平行线，它们和各边相交于四点，求证这四个交点共圆。

78. 试过一点作已知圆的切线：(1) 此点在圆上，(2) 此点在圆外。

79. 求证：直角三角形的斜边等于二直角边的和减去其内切圆的直径。

80. $\odot O$ 的直径AB和弦AC成 30° 的角，过C引切线与AB的延长线相交于D，求证： $OC = \frac{1}{2}OD$

81. 点M是 $\widehat{AB}$ 的中点， $MP \parallel AB$ ，求证：MP切于这圆。

82. 等边三角形的高为h，求它的内切圆的半径。

83. 求证：圆的外切四边形各内角平分线交于一点。

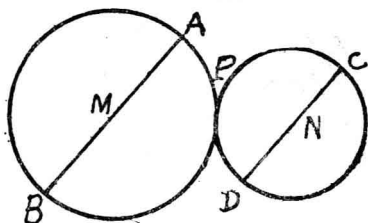
84. 下列图形有没有内切圆：(1) 平行四边形，(2) 菱形，(3) 正方形，(4) 矩形，(5) 等腰梯形，(6) 梯形。

85. 求证：弦切角所夹的弧的中点与弦及切线等距离。

86. 过弧AB的中点M任意引两弦MR和MS，依次和弦AB相交于E、F，求证：E、R、S、F四点共圆。

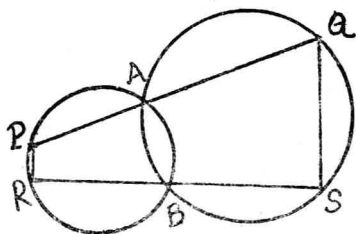
87. $\odot O$ 和 $\odot O'$ 相切于P，过P作直线与二圆相交于A和B，求证： $OA \parallel O'B$ 。

88. 如图： $\odot N$ 和 $\odot M$ 外切于P，又直径AB和直径CD是平行的两条直线，求证：B、P、C在一条直线上；A、P、D在一条直线上。



(第88题)

89. 如图，A、B是二圆的交点，PAQ和RBS分别在二直线上，P、Q、R、S都分别在二圆上，求证： $PR \parallel QS$ 。



(第89题)

90. 试证两圆的内公切线相等，外公切线相等。

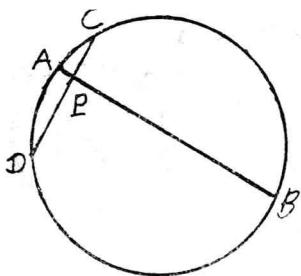
91. 求证：(1) 两圆的内公切线的交点在连心线上；

(2) 两圆的外公切线若不平行，则其交点在连心线上。

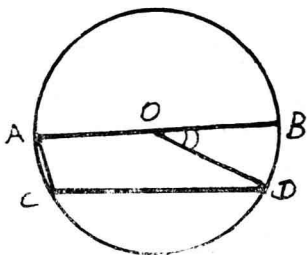
92. 两圆的内公切线如果成 120° 的角，又内公切线的长为a厘米，求两圆的圆心距。

93. $\odot O$ 与 $\odot O'$ 相交于P、Q; 而S是 OO' 的中点, 过P作垂直于SP的直线分别交两圆于A、B, 求证: $PA = PB$ 。

94. 如图, $\widehat{AB}$ 含 162° , $\widehat{DC}$ 含 43° , $\widehat{AC}$ 的度数: $\widehat{CB}$ 的度数 = 1 : 5, 求 $\angle APD$ 。



(第94题)



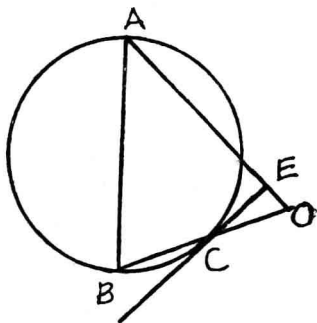
(第95题)

95. 如图, 直径 $AB \parallel$ 弦 CD , O 是圆心, $\angle 1 = 30^\circ$, 求 $\angle CAB$

96. 若 $Rt\triangle ABC$ 的内切圆在斜边 AB 上的切点平分斜边, 求 $\angle A$ 和 $\angle B$ 。

97. H 是 $\triangle ABC$ 的垂心, AH 的延长线交 $\triangle ABC$ 的外接圆于 M , 交 BC 于 D , 求证: $DH = DM$ 。

98. 如图, $AB = AD$, 过 A 作圆交 BD 于 C , 过 C 点作切线与 AD 交于 E , 若 $CE \perp AD$, 求证: AB 是直径。



(第98题)

99. 已知矩形的边长为 a 和 b ，在被一条对角线分成的两个三角形内作两个内切圆，求这对角线上的两个切点间的距离。

100. 两圆内切于 P ，外圆的弦 AB 与内圆相交于 CD ，求证： $\angle APC = \angle DPB$ 。

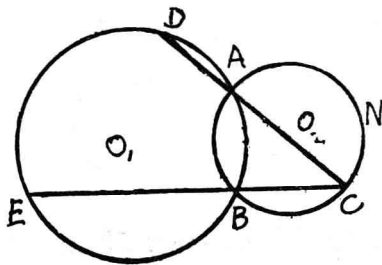
101. 已知正 n 边形的半径为 R ，求： $a_3 = \underline{\hspace{1cm}} R$ 。
 $a_4 = \underline{\hspace{1cm}} R$ 。 $a_6 = \underline{\hspace{1cm}} R$ 。 $a_{10} = \underline{\hspace{1cm}} R$ (a_n 为正 n 边形的边长)

102. 已知正三角形的边长为 a ，求：正三角形外接圆的半径 $R = \underline{\hspace{1cm}} a$ ，边心距 $r = \underline{\hspace{1cm}} a$ ，面积 $A = \underline{\hspace{1cm}} a^2$ 。

103. 已知正方形的边长为 a ，求：正方形外接圆的半径 $R = \underline{\hspace{1cm}} a$ ，边心距 $r = \underline{\hspace{1cm}} a$ ，面积 $A = \underline{\hspace{1cm}} a^2$ 。

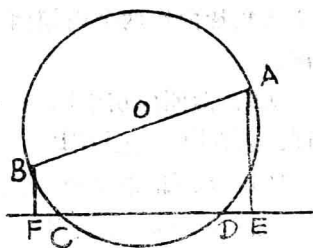
104. 已知正六边形的边长为 a ，求正六边形外接圆的半径 $R = \underline{\hspace{1cm}} a$ ，边心距 $r = \underline{\hspace{1cm}} a$ ，面积 $A = \underline{\hspace{1cm}} a^2$ 。

105. 如图，已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点， C 为 $\widehat{ANB}$ 上（不包括 A 、 B 两点）任意一点，直线 CA 、 CB 分别与 $\odot O_1$ 相交于 D 、 E 两点，求证：弦 DE 为定长。



(第105题)

106. 已知: AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是弦, $AE \perp CD$, $BF \perp CD$, 求证: $EC = DF$.



107. 已知: 等边三角形的一边为直径作圆, 求证: 这个圆平分其它两边, 且其它两边三等分半圆。

(第106题)

108. 已知: $\odot O$ 外一点 P , 自 P 向圆引两条切线, 分别切圆于 A 、 B 两点; 在另弧 AB 上取一点 C , 经过 C 引圆的切线, 分别交 PA 、 PB 于 D 、 E , 求证: (1) $\triangle PDE$ 的周长是定值; (2) $\angle DOE$ 的大小是定值。

109. 求证: 直角三角形内切圆的直径的长等于它的两条直角边的长的和减去斜边的长。

110. 已知: $\triangle ABC$ 的内切圆分别切 BC 、 AC 、 AB 于 D 、 E 、 F , 求证 $\angle EDF = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$ 。

111. $\odot O$ 的直径 AB 和弦 AC 的夹角是 15° , 过 C 点的切线和 AB 的延长线交于 P 点, 且 $OP = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$, 求 $\odot O$ 的周长。

112. 已知: $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切于 P 点, AB 是外公切线, 内公切线 PM 与 AB 交于 M , O_1M , O_2M 交 PA , PB 于 C , D , 求证: 四边形 $MCPD$ 是矩形。