

优秀教师专业成长书系

# 优秀教师教学改革的 实践与研究

## 数 学

福州教育学院 编

 华东出版社

优秀教师专业成长书系

# 优秀教师教学改革的实践与研究

## (数 学)

福州教育学院 编

海洋出版社

2012年·北京

《优秀教师教学改革的实践与研究》  
(数学)  
编写委员会

顾 问

郑海勇 郑 勇 严 星 肖祥艳 叶显进

---

编委会主任

许荔萌

---

副主任

黄耀荣

---

主 编

林志琳

---

副主编

林 风 兰 芳 杨国英

# 目 录

“考—教—学”的对话与思考 .....	唐 羊 1
“探索 $15^\circ$ 角的正切值”的教学设计与教学后记 .....	陈惠增 20
高三数学总复习教学中学会学习的引导策略 .....	陈济强 32
试谈中学有效数学课堂预设生成和非预设生成 .....	陈丽英 44
校本教研有效性策略与方法 .....	陈武晶 59
运用现代教育技术培养学生探究能力	
——谈谈导数在三次函数中的应用的体会 .....	丁光祖 64
提升教师教学能力 促进学生数学理解 .....	杜 谦 71
探究有效教学 深化课堂实效 .....	杜石水 76
高中数学生成式教学的构建与思考 .....	方驰宇 83
浅谈新课标《图形与几何》教学中学生创新思维的培养 .....	高苏生 89
探究高中数学新授课教学中高效课堂的构建 .....	何明兴 96
立足实际 注重实效	
——信息技术与数学课堂教学的整合 .....	黄鹭芳 103
心动 行动 “形”动,画皮画骨画“心”	
——运用几何画板促进初中数学动态课堂生成的	
探究与实践 .....	金 波 109
创新教育与数学教学 .....	金华键 120

高中数学和谐课堂的构想 .....	康 响	126
初中代数核心概念有效建构的教学探索 .....	李 霞	131
一道试题引发的思考		
——兼谈“对勾函数就是旋转后的双曲线” .....	林 雄	廖晓庆 136
数学课堂教学中重视学生的有效参与 .....	林 湧	141
一渠活水变中来		
——高三《椭圆中特殊角的探究》的教学实录与反思 .....	林珍芳	145
有效运用教学资源 促进数学课堂教学的动态生成 .....	缪 娟	152
新课程理念下数学学习评价的研究 .....	童添星	160
提高初中数学总复习课有效性的思考与建议 .....	吴俐俐	169
设置“探究”活动 培养学生的探究能力 .....	吴晓平	177
农村初中平面几何入门教学方法与对策 .....	伍林星	184
浅析初中数学的教学艺术 .....	许世文	190
新课程下初中数学过程教学的探讨 .....	俞丽芳	199
浅谈初中数学课堂导入的设计 .....	张静平	208
浅谈初中数学课堂开展有效教学的方法与策略 .....	张俊丽	215
注重题后反思 提升解题能力 .....	张赛平	221
数学试题命制的实践与思考 .....	张秀财	229
基于高中学习准备的初中数学学习方法研究 .....	郑 锋	238
初中数学活页练习的调查分析与对策研究 .....	郑锦辉	243
数学教学不能踏雪无痕		
——“初中数学情境—问题教学策略”课题研究报告 .....	郑永堂	249
初中数学“三策五环”教学模式的初探 .....	陈孔发	258
学会研究解题 演绎数学精彩 .....	陈文清	265
遵循学生心理规律 提高课堂教学质量 .....	高 云	272
珍视课本中“探究与发现”的教育价值		
——以《魔术师的地毯》为例 .....	江建雅	279
如何让学生在实践中获得对知识的理解 .....	林 建	286
谈谈怎样才能提高八年级数学成绩 .....	林建凤	292
关于数学教育作用的认识与实践 .....	林经珠	298
提高高中数学课堂教学有效性的尝试 .....	林泰凤	306
新课程下数学命题的一些做法和体会 .....	宋建辉	313
初中数学教育中的兴趣培养初探 .....	谢朱康	323
基于新课程的数学课堂教学有效性的研究 .....	叶瑞松	328

新课程下初中数学有效作业布置与批改 .....	詹春华 337
例谈数学教学反思的收获 .....	张建国 345
基于数学史的研究性学习的实践与思考 .....	周 灵 352
几何画板在初中数学教学实践中的应用 .....	陈浙闽 359

# “考—教—学”的对话与思考

福州教育研究院 唐 羊

**摘要:**作为2011年福州市初中毕业会考、高级中等学校招生考试数学试卷命题组组长,分析了试卷的命制过程以及如何通过试题的导向功能,建立考—教—学之间的良性互动及由此引发的一些思考。

**关键词:**命题;数学;思想;课堂;有效性

## 一、命题思路

2011年福州市中考数学试卷(以下简称“2011年试卷”或“试卷”)力图对福州市初中数学教育教学发挥良好的导向功能,使考试关注学生成长,引导教师关注课程改革,关心每一个学生的健康发展,努力创设富有思考的数学课堂,切实转变数学教育教学观念,突出数学的育人功能,引导学生从模仿走向有思考的学习,让学生:体会数学精神、了解数学观点、学会数学思考、掌握数学方法、理解数学思想、提高数学素养。将观察世界的数学眼光、探索世界的思维方式、解决问题的数学思考、面对生活的科学态度渗透到学生的意识中。

## 二、命题原则

贯彻《国家中长期教育改革和发展规划纲要》的精神,落实教育部《关于初中毕业、升学考试改革的指导意见》,体现“三个有利于”(有利于素质教育的推进;有利于体现九年义务教育阶段的性质;有利于课程教育改革)。培养学生的创新精神和实践能力,减轻学生的学业负担,促进学生动脑、活泼主动学习。坚持科学、人文性,稳定、创新性,思考、发展性,规范、适切性,和谐、优美性的命题原则。坚持能力为重,“优化知识结构,丰富社会实践,强化能力培养。着力提高学生的学习能力、实践能力、创新能力,教育学生学会知识技能,学会动手动脑,学会生存生活,学会做事做人,促进学生主动适应社会,开创美好未来”。

### 三、命题依据

以教育部制订的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《课程标准》)为依据,参照2011年福建省初中学业考试大纲(数学)、2011年福州市中考考试说明,以及福州市使用的人教版全日制义务教育数学课程标准实验教科书,并结合福州市初中数学教学实际进行命题。考试采用闭卷笔试的形式。

### 四、试卷分析

#### (一)试卷结构

2011年试卷由选择题、填空题和解答题三部分组成;全卷客观题占40%(其中,选择题40分,填空题20分),主观题占60%(解答题90分);总分为150分;考试时间为120分钟。

试卷对数与式、方程与不等式、函数、图形的认识、图形与变换、图形与坐标、图形与证明、统计、概率及课题学习均按照“课程标准”要求进行考查,试题考核内容全面,重点突出。试卷中“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”三个领域所占比重分别约为45%、43%、12%,基本上与相应内容在教学中所占比例吻合。

试卷试题难易程度的分布情况为:容易题:约120分;中档题:约15分;(较)难题:约15分。试题有适当的难度和区分度,有利于不同层次的学生考出自己的水平,有利于优秀学生的可持续发展。

试卷形式规范,文字简洁,图文匹配,内容丰富,呈现方式多样,考查学生从不同角度获取数学信息、认识数学对象的基本过程与方法的能力。要求学生从文字、图形、表格、数据中提取信息,既凸显新课改中探究性、研究性学习的理念,同时也给考生提供了创新、探索、正确获取知识与认识数学对象、充分施展才能的空间。

#### (二)考查内容

作为促进学生全面发展的教育重要组成部分,数学教学既要使学生掌握现代生活和学习中所需要的数学知识与技能,更要发挥数学在培养人的理性思维和创新能力方面不可替代的作用。2011年试卷充分体现了义务教育的普及性、基础性和发展性。选择反映时代特征、地方特色的鲜活素材为题目背景,注重对基础内容、主干知识以及数学思维品质的考查,很好地体现了对学生数学素养的关注。

2011年试卷紧扣新课程标准、考试大纲、中考说明和教材,体现课改精神,注重考查数学基础知识、基本技能、基本数学思想方法,注重考查学生对知识理解下的应用,倡导“多思少算”,切实减轻学生过重的学习负担。试题依据“课程标准”及“考试说明”,在知识和方法的交会处巧妙整合、认真建构,推陈出新。从不同角

度,以不同的设问方式考查学生的数学理解与数学思维能力。没有繁杂的运算,真正考查了学生的数学能力,有利于初高中知识的衔接,体现出中考的选拔功能。全卷约1 500字的阅读量,让学生有足够的时间和精力进行数学思考。

试卷的考查内容涵盖“课程标准”七至九年级所规定的三个知识领域中的主要部分,知识覆盖面广,题量适当,结构合理,难度适中,内容新颖,试题来源于课本改编题及自编题。其中,涉及七至九年级内容的分值约为七上 20 分,七下 14 分,八上 37 分,八下 24 分,九上 36 分,九下 19 分。具体考查内容见表 1、表 2。

表 1 试题知识分布  
2011 年福州中考数学试卷知识覆盖情况

	知识点	题号	分值	百分比(%)
数 与 代 数	数与式	1、2、11、14、16(1)(2)	30	20
	方程与不等式	6、7、17(2)、	16	10.60
	函数	4、19(1)、(2)、22(1)、(2)	22	14.70
	小计		68	45.30
空间与 图形	图形的认识	3、5、9、10、13、15、20(2)	30	20
	图形与坐标	19(2)、20(1)、21(2)①、②、22(3)	21	14
	图形与变换			
	图形与证明	17(1)、21(1)	13	8.70
小计		64	42.7	
统计与概率		8、12、18	18	12
合计			150	100
课题学习		10、18、	8	5.30

表 2 2011 年福州中考试卷试题来源

题号	考查知识点	试题来源	
		课本改编	数据源于海都网信息
1	相反数	课本改编	七上 P11 练习 1
2	科学记数法	数据源于海都网信息	七上 P45 例 5
3	三视图	课本改编	七上 P119 课堂练习
4	反比例函数概念	课本改编	八下 P44 课堂练习 2
5	补角概念	课本改编	七上 P144 习题 4.3 第 8 题
6	不等式组解集	课本改编	七下 P138 例 1
7	二次方程根的判别式	课本改编	九上课本 P43 问题 3
8	概率	自编	

续表

题号	考查知识点	试题来源	
9	同心圆、切线、垂径定理	课本改编	九上 P110 习题 4.2 第 4 题
10	网格中的三角形面积	自编	
11	分解因式	课本改编	八上 P168 练习 2.1
12	概率	课本改编	九上 P139 课堂练习 1
13	直角梯形内角和、平行线性质的	自编	
14	分式化简计算	自编	
15	圆与圆位置、勾股定理	自编	
16(1)	绝对值、零指数幂、平方根、相反数	自编	
16(2)	整式化简、完全平方	自编	
17(1)	全等证明	课本改编	八上 P13 课堂练习 1
17(2)	方程应用题	课本改编	七上 P102 习题 3.3 复习巩固 4
18	统计	自编	
19	网格、一次函数	自编	
20	阴影面积、三角函数	课本改编	九上 P105 例 2
21	矩形运动变换、一次函数	改编	八下 P120 复习题九复习巩固 1.2
22	二次函数综合	自编	

### (三) 试卷特征

2011 年试卷在继承福州市近几年中考命题整体思路的基础上,坚持“整体稳定,局部调整,稳中求变,变中求新”的命题原则,贯彻“课程标准”和“考试说明”所阐述的命题指导思想。通过分析,可以看到 2011 年的试卷有以下几个较为显著的特征。

#### 1. 试题设置合理,保证试卷的效度

试卷中题型设置合理,题型的选择充分体现考生思维量与试题分数权重间的一致性,没有出现“小题大做”或“大题小做”的情况(如第 1 小题与第 16(1)小题,第 11 小题与第 16(2)小题)。

后面的几道解答题(第 18~22 小题),设 2~3 问,形成问题串,起点很低,循序渐进。这样“入口宽、出口窄”的试题设计,有利于学生临场发挥。特别值得一提的是第 19 和第 22 两题,题目中的几个小题之间虽有联系,但不是递进关系,因而考生能否正确解答前面问题对后面的影响就不是致命的,某一个结果的偶尔失误或错误,对后续问题解答的影响较小。这样的设计在一定程度上确保了题目以解答

过程为考查重点,较好地发挥了试题所选问题的考试功能,有助于保证试题乃至试卷的效度。

## 2. 试题载体公平,提升考试的信度

试卷注意到试题载体的公平性,一些有实际背景的题目(如第2、12、17(2)、18小题),情境或来源于教材或来源于学生的学习、生活,切合学生的认知水平和生活经验。这样做不仅不会干扰学生对题目内容的分析与理解,而且有助于学生较为轻松地从中提炼出数学模型并能准确地把握其中的数量关系,同时也确保学生对试题背景认知程度的一致,使得每个学生均有正常发挥自己水平的机会,较好地提升了考试的信度。

另外,试卷中凡是带有创新成分的试题,其内容均属“课程标准”及“考试说明”要求范围之内的核心知识。

## 3. 试卷层次分明,确保整卷的区分度

试卷从易到难有一定梯度,在结构上大致形成较为合理的三个层次。第一层次(第1~8小题、11~14小题、16小题、17小题)考查基础知识、基本技能,其判断、运算或操作方式单一,学生能直接上手;第二层次(第9小题、10小题、18~20小题)是小范围的综合题,旨在考查最基本的数学方法和数学思想;第三层次(第15小题、21小题、22小题)更多的是关注数学思辨和思维过程,重点考查学生的综合运用能力,包括知识综合、方法综合以及数学思想的综合运用。

同时在试题的赋分方面,既尊重了学生数学水平的差异,又能较好地区分出不同数学水平的学生,较好地保证了区分结果的稳定性,从而确保了试题乃至试卷具有良好的区分度,充分体现了试卷的选拔功能。

## 4. 注重题目统筹,凸显试卷的自洽性

试卷的命制注意了整体的和谐性,试题的搭配,使考查功能之间形成合理的支撑,努力实现试题在能力层面上的相互校正功能。例如,对特殊四边形的考查,本卷将特殊四边形的性质巧妙运用到解决具体问题之中,从五个方面对梯形(第12小题)、平行四边形(第21(2)、(3)小题)、矩形(第21小题)、菱形(第21(1)小题)、正方形(第20小题)的性质或判定进行了考查,各题的考查目标明确,在整体上构建了发挥不同功能的长短不一的知识能力链,使之相互补充、相互融洽、相互支撑,形成合理的逻辑支撑,较为有效地发挥了全卷的整体考查效应,凸显了试卷的自洽性。

#### (四) 考试效果(表 3)

表 3 试卷基本统计量

学科	考生数	平均分	及格率	优秀率	最高分	最低分	标准差	信度	效度	区分度
数学 1 (报考)	80275	91.30	61.05%	34.62%	149.5	0	41.56	0.56	0.6143	0.61
数学 2 (实考)	78672	93.16	62%	35%	149.5	0	39.87	0.97	0.94	0.64625

说明:90 分及其以上为及格,120 分及其以上为优秀;缺考 1603 人。数学 1 按报考人数统计(缺考 1603 人,按 0 分录入),数学 2 按实考人数统计(含 0 分考生)。

#### (五) 试题及学生答题情况分析

[注:以下内容参考 2011 年福州市中考阅卷总结]

##### 1. 试题特点

##### (1) 依据课程标准,注重双基考查

“课程标准”是中考数学试题命制的依据和根本,2011 年的试卷能根据“课程标准”的课程总目标和学段目标,注重基础知识和基本技能目标的达成进行考查。

**例 1** 题目 1(第 1 题):6 的相反数是( )。

- A. -6    B.  $\frac{1}{6}$     C.  $\pm 6$     D.  $\sqrt{6}$

题目 2(第 11 题):分解因式: $x^2 - 25 =$ \_\_\_\_\_。

**评析** 两题所考查的相反数概念与因式分解属于初中数学的基础概念和基本操作。尽管这样的题目对区别高分学生可能贡献不大,但充分体现了“课程标准”要求,在一定程度上能对学生是否达到“课程标准”基本要求的学业水平进行明确的区分。这样的题目在“两考合一”的考试中是必要的。

##### **例 2** (第 17(1)题)

如图 1,  $AB \perp BD$  于点  $B$ ,  $ED \perp BD$  于点  $D$ ,  $AE$  交  $BD$  于点  $C$ , 且  $BC = DC$ 。求证:  $AB = ED$ 。

**评析** 相交线与全等三角形之间的逻辑联系,是平面几何的基本内容。本题通过简洁的构图,把线段垂直、线段相等和全等三角形的判定与性质这些知识点联系在一起,在一定程度上能够有效考查考生掌握这些知识及其相互联系的程度。另外,在突出对演绎推理的基础性考查的同时,本题证明的多样性也给不同层次的考生提供了不同的表达机会,体现了

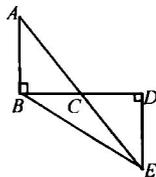


图 1

中考为考生服务和以人为本的基本理念。

(2)重视数学能力,发展数学素养

通过对中考数学试卷统计(如表4)显示,2011年的试卷重视以知识为载体对学生的运算能力、抽象概括能力、推理能力、空间观念、统计观念、应用意识、创新意识等数学思考目标达成进行考查,从而达到发展数学素养的终极目标。

表4 2011年福州市初中学业考试数学能力考查情况统计

运算能力		抽象概括能力		推理能力		空间观念		统计观念		应用意识		创新意识	
题数	分值	题数	分值	题数	分值	题数	分值	题数	分值	题数	分值	题数	分值
13	67	4	20	8	42	6	28	1	10	4	26	1	7

说明:题数计算到Ⅲ级题,划分以主要考查的数学能力为主,统计分数按整题分数进行累加。

例3 (第14题)

化简 $(1 - \frac{1}{m+1})(m+1)$ 的结果是\_\_\_\_\_。

**评析** 本题所考查的知识点为“分式的运算”,在“课程标准”中的目标要求是“理解”。由于本题解法的多样性,不同考生可以根据自己的认知方式进行选择。考虑到本题可以将“ $m+1$ ”看做一个整体,利用乘法分配律进行简化计算,从而达到“多思少算”,所以在体现对考生认知方式多样性尊重的同时,本题也在一定程度上关注了学生的数学能力(如运算能力),对引导教师今后的教学具有积极的意义。

例4 (第15题)

以数轴上的原点 $O$ 为圆心,3为半径的扇形中,圆心角 $\angle AOB = 90^\circ$ ,另一个扇形是以点 $P$ 为圆心,5为半径,圆心角 $\angle CPD = 60^\circ$ ,点 $P$ 在数轴上表示实数 $a$ ,如图2。如果两个扇形的圆弧部分( $\widehat{AB}$ 和 $\widehat{CD}$ )相交,那么实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_。

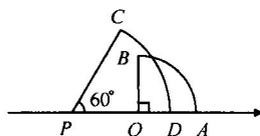


图2

**评析** 本题以隐形动态几何模式呈现,考查学生对图形位置关系变化过程中的理解,形式新颖。作为填空题的最后一题,本题属于难度较大的试题,在关注知识立意的同时更多地关注了能力立意,考查学生是否具有局部与整体的差异意识及数学思想、数学思维的深度,考查学生能否用已有的知识和学习经验进行适度的探究、拓展与应用;在关注学生学习结果的同时,也引导学生向新的学习方式的转变和发展,这在某种程度上为初中数学教学的发展提供合理、准确的引导。

例5 (第18题)

在结束了380课时初中阶段数学内容的教学后,唐老师计划安排60课时用于总复习,根据数学内容所占课时比例,绘制如下统计图表(图3-1~图3-3)。

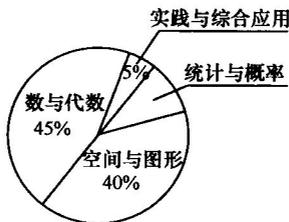


图 3-1

数与代数 (内容)	课时数
数与式	67
方程 (组) 与不等式 (组)	$a$
函数	44

图 3-2

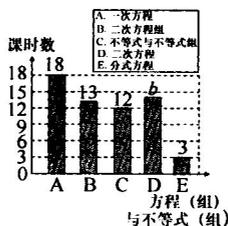


图 3-3

请根据图表提供的信息,回答下列问题:

- (1)图 3-1 中“统计与概率”所在扇形的圆心角为 \_\_\_\_\_ 度;
- (2)图 3-2、图 3-3 中的  $a =$  \_\_\_\_\_ ,  $b =$  \_\_\_\_\_ ;
- (3)在 60 课时的总复习中,唐老师应安排多少课时复习“数与代数”的内容?

**评析** 本题的背景直接来源于学生的学习,是所有考生都熟悉的,有助于考生对问题的理解。题目围绕扇形图、表格、条形图的形式呈现问题,既考查了考生直接从单张图中获取所需信息的能力,又考查了考生综合利用多张图、表处理信息的能力,有效地考查了学生的统计观念和应用意识,对进一步认识统计的现实价值具有较好的教育性。

### (3)关注数学思想,渗透数学文化

数学的思想方法是数学学科的灵魂,它有时并非刻意指向解题所运用的数学知识,而更多地体现在对解题策略的思考和选择上。本套试卷突出了对数形结合、分类与整合、化归与转化、函数与方程、或然与必然以及特殊与一般等重要数学思想的考查,从而发挥了渗透数学文化、陶冶学生心灵、感受数学魅力的教育功能(表 5)。

表 5 2011 年福州市初中学业考试数学思想考查情况统计

数形结合思想		分类与整合思想		化归与转化思想		函数与方程思想		或然与必然思想		特殊与一般思想	
题数	分值	题数	分值	题数	分值	题数	分值	题数	分值	题数	分值
6	29	3	15	5	25	7	41	3	18	1	7

说明:题数计算到Ⅲ级题,划分以主要考查的数学思想为主,统计分数按整题分数进行累加。

### 例 6 (第 20 题)

如图 4,在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $O$  是  $BC$  边上一点,以  $O$  为圆心的半圆分别与  $AB$ 、 $AC$  边相切于  $D$ 、 $E$  两点,连接  $OD$ 。已知  $BD = 2$ ,  $AD = 3$ 。

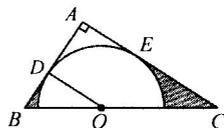


图 4

求:①  $\tan C$ ;

② 图中两部分阴影面积的和。

**评析** 本题考查了切线的性质、正方形的判定与性质、直角三角形性质、三角函数值的运算、扇形的面积计算等,从内容上涵盖了初中数学几何中一些基本的知识。从考查角度来看,本题对学生的逻辑思维能力、探究能力、把握图形的几何性质、灵活运用知识解决问题的能力等等,都有较为详尽的检测,体现了学生在这些方面所形成的学业水平,特别是利用化归的思想解决第②小题时,在一定程度上凸显了数学思想在本题的主体地位。

(4) 改变考查方式,发挥教育功能

2011年试卷中也注意到一些常见考点考查方式的多样化和考查角度的新颖性,以此更好地发挥考试的教育功能。

**例7** 题目1(第5题):下列四个角中,最有可能与 $70^\circ$ 角互补的角是( )。



题目2(第10题):如图5,在长方形网格中,每个小长方形的长为2,宽为1,A、B两点在网格格点上,若点C也在网格格点上,以A、B、C为顶点的三角形面积为2,则满足条件的点C个数是( )。

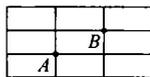


图5

A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5

**评析** 题目1直接考查平面几何中两角之间重要关系之一的“互补”,题目2以网格为载体考查三角形面积问题,两道题在考点上都是常见的,但在呈现方式上却有了变化。以往对“互补”的考查都只关注“量”,只要填出或选择补角的度数即可,而题目1以图形方式呈现试题的选择支,不仅要求考生知道 $70^\circ$ 角的补角是 $110^\circ$ 角,还要求考生能够判断出 $110^\circ$ 角的大致形状,在关注“量”的同时,还关注到了“形”。题目2无论是考点还是考法都属常见,但却一改常见的正方形网格为长方形网格。改变考查方式或角度,可以考查学生深入概念、分析、把握问题实质的学习习惯,以及建立其上的以“不变”应“万变”解决问题的能力,在一定程度上可以有效地引导一线数学教学从模仿走向有思考的学习,从而较好地发挥考试的教育功能。

(5)加强综合运用,凸显选拔功能

压轴题一般考查初中教学的核心内容和方法以体现初中教学的最高要求,具有足够的思维量和较为复杂的解答过程及解答量,从而凸显其选拔功能。精心设计压轴题是福州市中考命题的一个传统。

例8 (第21题)

已知,矩形  $ABCD$  中,  $AB=4$  cm,  $BC=8$  cm,  $BC$  的垂直平分线  $EF$  分别交  $AD$ 、 $BC$  于点  $E$ 、 $F$ ,垂足为  $O$ 。

(1)如图 6-1,连接  $AF$ 、 $CE$ 。求证四边形  $AFCE$  为菱形,并求  $AF$  的长;

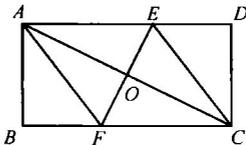


图 6-1

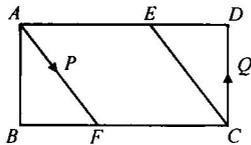


图 6-2

(2)如图 6-2,动点  $P$ 、 $Q$  分别从  $A$ 、 $C$  两点同时出发,沿  $\triangle AFB$  和  $\triangle CDE$  各边匀速运动一周。即点  $P$  自  $A \rightarrow F \rightarrow B \rightarrow A$  停止,点  $Q$  自  $C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C$  停止。在运动过程中,

① 已知点  $P$  的速度为每秒 5 cm,点  $Q$  的速度为每秒 4 cm,运动时间为  $t$  秒,当以  $A$ 、 $C$ 、 $P$ 、 $Q$  四点为顶点的四边形是平行四边形时,求  $t$  的值;

② 若点  $P$ 、 $Q$  的运动路程分别为  $a$ 、 $b$  (单位:cm,  $ab \neq 0$ ),已知以  $A$ 、 $C$ 、 $P$ 、 $Q$  四点为顶点的四边形是平行四边形,求  $a$  与  $b$  满足的数量关系式。

**评析** 动态生成性几何问题有两种基本形式:其一,关注几何图形变化过程中其图形特征的改变;其二,关注变化过程中几何图形的量化描述特征。本题对这两个方面都有所体现,尤其突出对“量”的关注。本题通过代数与几何的有机联系,引导学生从定性的位置关系分析转为定量的数量关系计算,实现有效的“几何的计算”,具有较强的综合性,为考生运用代数方法对几何问题进行量化研究提供了较好的对象。

例9 (第22题)

已知,如图 7,二次函数  $y = ax^2 + 2ax - 3a$  ( $a \neq 0$ ) 图象的顶点为  $H$ ,与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点( $B$  在  $A$  点右侧),点  $H$ 、 $B$  关于直线  $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$  对称。

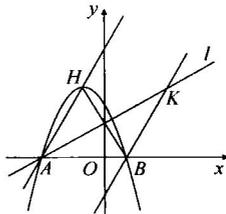


图 7

(1)求  $A$ 、 $B$  两点坐标,并证明点  $A$  在直线  $l$  上;

(2)求二次函数解析式;

(3)过点  $B$  作直线  $BK \parallel AH$  交直线  $l$  于  $K$  点,  $M$ 、 $N$  分别为直线  $AH$  和直线  $l$  上的两个动点, 连接  $HN$ 、 $NM$ 、 $MK$ , 求  $HN+NM+MK$  和的最小值。

**评析** 本题主要考查了两点之间线段最短(七上)、平行线性质的(七下)、一次函数(八上)、轴对称(八上)、等边三角形(八上)、勾股定理(八下)、二次根式计算(九上)、一元二次方程(九上)、二次函数(九下)等知识, 所考查的知识涉及初中三个学段 6 本教材; 本题在有效地考查数学知识的同时, 也能有效地考查数形结合、化归与转化等重要数学思想的掌握和运用。从题目的设置来看, 第(1)小题主要考查学生的计算, 第(2)小题需先进行“形”的分析, 再辅以“数”的计算, 而第(3)小题则对学生的思维能力有较高的要求, 三个小题由易到难, 设置了不同思维难度水平的问题, 较好地保证了试题对学生水平的区分, 在很大程度上提高了全卷的区分度。

## 2. 学生答题中非智力因素失分情况分析

从福州中考数学阅卷过程中我们发现: 由于中考的重要性和考试时间的紧迫性以及考生个人心理素质和学习习惯的差异性而产生的各种非智力因素的失分, 常见以下几种情况:

### (1) 审题问题

- ① 第 18 题, 将题目中的“834”看成“843”;
- ② 第 18 题, 将题目中的学校名称看错, 如题设时将“海石中学”写成“海东中学”;
- ③ 几何题中看错字母或书写过程不注意与图形对照;
- ④ 第 19 题, 将旋转中心看错。

### (2) 规范书写问题

第 15 题, 把  $a$  写成  $x$  或  $p$ ; 第 16 题, ① 9 错写成  $a$ ; ②  $a^2$  错写成  $a2$  或  $a_2$ ;

在几何方面存在的问题是:

- ① 数学符号使用或书写不规范, 如“ $\angle$ ”的符号漏写;
- ② 角的表示不规范;
- ③ 几何叙述过程中, 存在说理不清晰, 表述不到位, 用直观代替推证等现象, 一些关键的地方没有交代清楚。

### (3) 规范解题问题

- ① 一些解答题没写过程, 如第 22 题中求两点坐标时, 有些学生直接写答案;
- ② 第 18 题, 没有写题设。第 19 题整题几乎不用文字表达, 或只有答案没有过程;
- ③ 第 11~15 题作为填空题具有严格的答题要求, 如答案为最简。所以加强目标意识、强化规范化教学是必不可少的。

另外, 识图能力、读题能力和发散思维能力的培养以及学生厌学状况的改变,